

PROPIEDADES DINÁMICAS Y CONDICIONES DE SERVICIO DE PUENTES PEATONALES EN MÉXICO

Hugo Hernández Barrios⁽¹⁾, *Iván Huergo Ríos*⁽²⁾ y *Carlos Arce León*⁽³⁾

RESUMEN

Actualmente en México no existen un código de diseño estructural para puentes peatonales, durante su proceso de diseño se considera el efecto del paso de los peatones por medio de una carga estática uniformemente distribuida que representa el peso del paso de los peatones sobre el tablero del puente, y debido a que no se considera una carga dinámica no se revisan los estados límite de servicio asociados a ella. La nueva tendencia estética consiste en diseñar puentes peatonales más esbeltos y flexibles que son más susceptibles a las vibraciones inducidas por los peatones, ya que éstos generan frecuencias armónicas que pueden coincidir con alguna de las frecuencias de la estructura y por lo tanto producir vibraciones resonantes que pueden exceder el nivel de confort aceptado por el ser humano. Las distintas normas internacionales de diseño sugieren que este tipo de puentes deben diseñarse de tal manera que sus frecuencias estructurales de vibrar queden excluidas del intervalo de frecuencias generadas por los peatones, y además proponen valores límites de aceleración de confort que no deben ser excedidas. En este trabajo se muestran los resultados de las pruebas de vibración ambiental que se realizaron en siete puentes peatonales construidos en México, además se muestran los resultados de las pruebas de vibración forzada realizadas en dos de ellos. Se realiza un estudio analítico de las diferentes estructuraciones comúnmente usadas en la práctica mexicana para este tipo de estructuras y se concluye que en su mayoría este tipo de estructuraciones no satisfacen los requisitos límite de servicio.

Palabras clave: puentes peatonales; vibración ambiental; vibración forzada; condiciones de servicio

DYNAMIC PROPERTIES AND SERVICEABILITY LIMIT STATE OF FOOTBRIDGES IN MEXICO

ABSTRACT

Currently there is no structural design code for footbridges in Mexico. The effect of the passage of pedestrians on the design of footbridges is considered through a uniformly distributed static load that represents the weight of pedestrians crossing over the bridge deck. The associated serviceability limit state is not reviewed because it is not considered a dynamic load on the design. The new aesthetic trend consists in designing more slender and flexible footbridges that are more susceptible to the human induced vibration, since they generate harmonic frequencies that can coincide with some of the frequencies of the structure and therefore produce resonant vibrations that can exceed the limit of comfort supported by humans. The

Artículo recibido el 26 de diciembre de 2019 y aprobado para su publicación el 16 de noviembre de 2021. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

⁽¹⁾ Facultad de Ingeniería, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, C.P. 58030, México, Morelia, hugohernandezbarrios@yahoo.com.mx

⁽²⁾ Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Coyoacán, C.P. 04510, México, Ciudad de México, ing.huergo@hotmail.com

⁽³⁾ Unidad de Investigación Multidisciplinaria, FES Acatlán UNAM, C.P. 53150, México, Naucalpan, arcecar@prodigy.net.mx

[DOI: 10.18867/ris.106.535](https://doi.org/10.18867/ris.106.535)

different international design standards suggest that this type of bridges must be designed in such a way that its structural frequencies of vibration are excluded from the range of frequencies generated by pedestrians, an also propose limit values of comfort acceleration that should not be exceeded. The result of the ambient vibration tests that were performed in seven footbridges built in Mexico are shown in this paper, as well as the results of the forced vibration tests carried out in two of them. An analytical study is made of the different structures and it is concluded that most of these structures do not satisfy the serviceability limit state.

Keywords: footbridges, ambient vibration tests, forced vibration tests, serviceability limit state

INTRODUCCIÓN

El crecimiento de las ciudades y la necesidad de contar con mayor infraestructura vial hace necesaria la construcción de más puentes peatonales que permitan el cruce de manera segura de los transeúntes sobre dichas vías. Los puentes peatonales tienen requisitos constructivos y de diseño, menos exigentes en comparación con otros tipos de puentes, lo cual ha generado que algunos de ellos sean estructuras ligeras, esbeltas, con menor rigidez y amortiguamiento, que las estructuras tradicionales. Debido al paso de peatones sobre los puentes pueden producirse vibraciones que causan incomodidad a los usuarios y en casos más graves pueden producir pánico e incluso comprometer la seguridad de la estructura.

En la Ciudad de México como en los estados de la República Mexicana, no existe una reglamentación de diseño estructural para puentes peatonales, lo cual genera que no exista una homogeneidad en los criterios de diseño a emplearse. Generalmente durante su proceso de diseño se considera el efecto del paso de los peatones por medio de una carga estática uniformemente distribuida del orden de 500 kg/m^2 (4900 N/m^2) que representa el peso del paso de los peatones sobre el tablero del puente y no se considera el efecto de la carga dinámica que produce el peatón durante su movimiento. Por otro lado, son estructuras cuyo diseño es menospreciado ya que en la mayoría de los casos se diseñan para un claro llamado “típico” y el diseño se extrapola para diferentes longitudes de claros, condiciones geotécnicas y/o ubicación de la zona en la ciudad en la que se encuentra. Los puentes peatonales deberían ser utilizados por millones de caminantes que deben cruzar calles para llegar a su destino, pero aproximadamente 85% de los peatones, prefiere arriesgar su vida cruzando entre el tránsito antes que subirse al puente para atravesar la calle, esto genera dudas sobre la funcionalidad de los mismos.

En un trabajo desarrollado en 2010 (Hidalgo *et al.*, 2010) se reporta el estado físico y los motivos de uso y no uso de los puentes peatonales en la ciudad de México. Analizaron 617 puentes peatonales registrados en la Secretaría de Obras y Servicios de la Ciudad de México por encomienda del Instituto de Políticas para el Transporte y Desarrollo (ITDP). La evaluación física consistió principalmente de una inspección visual del estado en que se encontraban los puentes, se revisó si cumplían o no con las dimensiones permisibles de proyecto arquitectónico del Reglamento de Construcciones del DF. Como resultados de las observaciones, se determinó que el 60% de los puentes de la ciudad no reciben mantenimiento, ya que se detectó oxidación, rotura de barandales, láminas levantadas en las escaleras y agrietamiento del concreto. Además de otros peligros como la presencia de cables o ramas de árboles en los pasillos, basura, falta de iluminación e inseguridad. El 30% de los puentes ubicados en la Ciudad de México no cumplieron con las especificaciones arquitectónicas que establece el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y sólo 18% opera en condiciones óptimas. Otro aspecto importante que influye, tanto en la longitud de claro como en la densidad del tránsito peatonal, es la ubicación del puente en el contexto vial. De la muestra analizada por Hidalgo *et al.* (2010) el 67% de los puentes se ubican en vialidades donde los vehículos circulan a velocidades entre los 70 y 110 km/h por lo que hace necesario el uso de ellos por los transeúntes.

En cuanto a los puentes peatonales que se encuentran en los estados de la República Mexicana, le corresponde a cada entidad gubernamental establecer las condiciones físicas de los mismos y realizar un inventario de ellos. Desafortunadamente este inventario no existe en la mayoría de las entidades. Una fuente alterna revisada en este trabajo, es el sistema de gestión y evaluación de puentes de la red carretera nacional libre de peaje (SIPUMEX, 2010), que incluye principalmente los puentes vehiculares, pero en los accesos principales a cada centro de ciudad también contempla algunos puentes peatonales. En total el SIPUMEX tiene registrados 8,647 puentes, de los cuales el 12.86% son de uso peatonal. En la Figura 1 se muestran el número de puentes peatonales considerando en el SIPUMEX por ubicación en los estados de la República Mexicana.

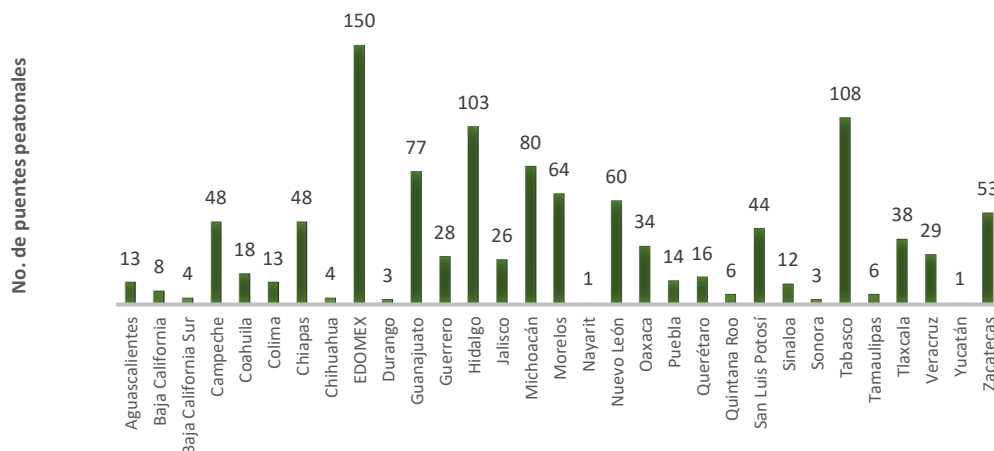


Figura 1. Puentes peatonales según SIPUMEX en cada estado de la República Mexicana

Acorde a los datos registrados en el SIPUMEX (2010), se concluye que 47% de los puentes peatonales presenta algún nivel de daño (Figura 2); estadística que refleja las malas condiciones de este tipo de estructuras en México. Sin embargo, tanto el estudio realizado por el Instituto de Políticas para el Transporte y Desarrollo (ITDP) de la Ciudad de México, como el intento de identificación de daño reportado en el SIPUMEX, no reflejan completamente la situación estructural en la que se encuentran la mayoría de los puentes peatonales en México, ya que es común encontrar notas periodísticas en las que se reportan fallas estructurales de los mismos, ya sea por efectos sísmicos, choque de vehículos o por vibraciones excesivas (Hernández *et al.*, 2016; Roman, 2018; Avellaneda, 2018).

Las actuales normas internacionales de diseño de puentes peatonales prestan particular interés en revisar el estado límite de servicio ante vibraciones inducidas por peatones, ya que éstos generan frecuencias armónicas que pueden coincidir con alguna de las frecuencias estructurales, y por lo tanto inducir vibraciones resonantes que pueden exceder el nivel de confort aceptado por el ser humano. El uso de grandes claros en este tipo de estructuras implica que los modos de vibración estén asociados generalmente a frecuencias bajas, entre 1 Hz y 8 Hz. El andar de las personas está clasificado según el tipo de actividad y la frecuencia de paso. Para el caminar, la frecuencia de paso está entre 1.7 Hz y 2.3 Hz y para trote, entre 2.5 Hz y 3.2 Hz. Lo anterior pone en evidencia el riesgo potencial de estas estructuras a la inducción del fenómeno conocido como resonancia.

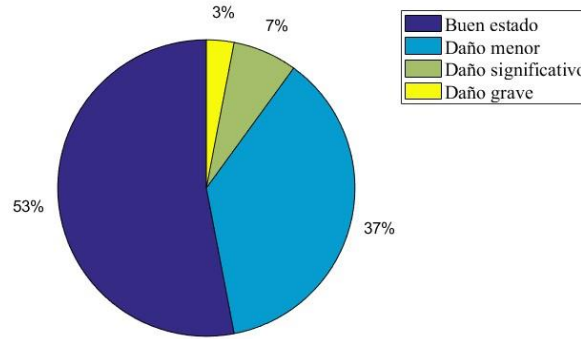


Figura 2. Índice de daño en puentes peatonales en México (SIPUMEX, 2010)

CONDICIONES DE SERVICIO

La normativa internacional de diseño de puentes peatonales recomienda considerar los posibles problemas dinámicos que producen los peatones mediante un análisis del estado de servicio de dichas estructuras durante su etapa de diseño. De manera general, dichas normas recomiendan evitar que los modos principales de vibrar de los puentes peatonales estén dentro de los intervalos de frecuencia de pasos típicos de los peatones (incluyendo caminar y correr), y establecen valores límite para la aceleración vertical y lateral, tal que se asegure el estado de servicio de la estructura. Con el objetivo de evitar vibraciones resonantes, dichas normas recomiendan que los modos principales de vibrar de los puentes peatonales estén fuera de los intervalos de frecuencia de paso típico de los peatones. Existen muchos parámetros que afectan la sensibilidad humana tales como: la posición en la que se encuentre la persona, la dirección de incidencia con respecto a la columna vertebral, la actividad que se esté realizando, la edad, el sexo, etc. Para el caso de la vibración vertical y longitudinal puede tomarse como aceleración límite de confort un valor promedio de 0.7 m/s^2 ; mientras que para la vibración horizontal un valor promedio de 0.2 m/s^2 . Las normas consideran que se satisface el estado límite de servicio en puentes peatonales cuando las aceleraciones son menores a dichos valores límite.

Modelo de carga peatonal

Los movimientos rítmicos del cuerpo humano con una duración de hasta 20 segundos o más conllevan a fuerzas dinámicas casi periódicas. En la Figura 3 (Wheeler, 1982) se muestran los patrones típicos de fuerza peatonal en la dirección vertical.

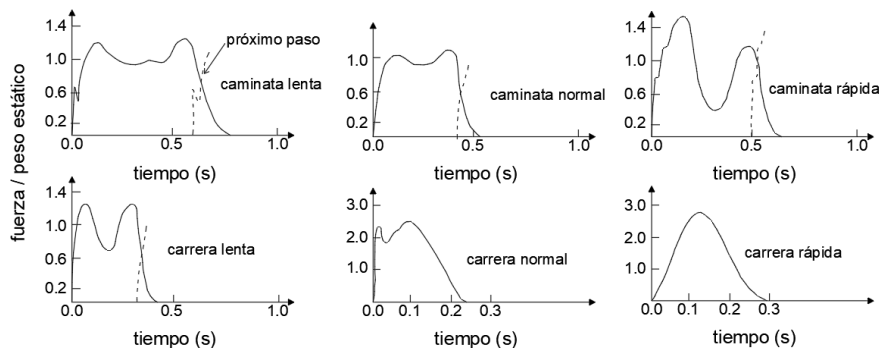


Figura 3. Patrones típicos de fuerza peatonal en la dirección vertical

En la mayoría de los casos, la vibración en puentes peatonales se trata de un problema de vibración forzada causada por el paso de los peatones sobre estas estructuras. La fuerza dinámica ejercida por un

peatón puede descomponerse en tres componentes ortogonales (Figura 4): fuerza vertical, F_V , fuerza horizontal, F_H , y fuerza longitudinal, F_L .

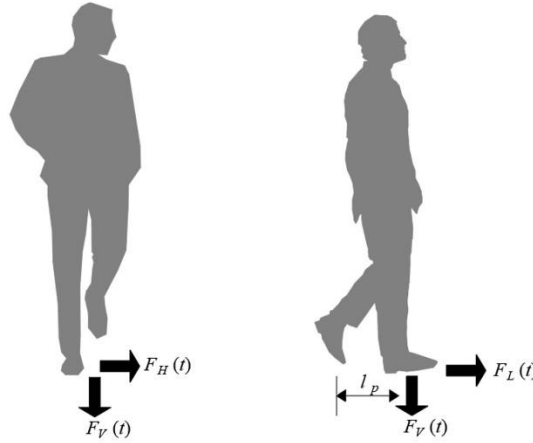


Figura 4. Descomposición ortogonal de la fuerza peatonal

La excitación dinámica que produce un peatón a un ritmo de caminata normal tiene una frecuencia vertical de vibrar de 2 Hz con una desviación estándar de 0.175 Hz. Esto significa que el 95 % de los peatones caminan con frecuencias verticales de vibrar de entre 1.65 y 2.35 Hz. En ocasiones los peatones suelen correr sobre estas estructuras ejerciendo frecuencias verticales de vibrar de hasta 3.5 Hz, pero usualmente no más allá de dicho valor. En la Tabla 1 (Bachmann *et al.*, 1987, 1995) se muestran las velocidades y frecuencias más probables a ser desarrolladas por los peatones.

Tabla 1. Velocidades y frecuencias de paso ejercidas por un peatón

Actividad peatonal	Velocidad (m/s)	Frecuencia peatonal		
		Vertical (Hz)	Horizontal (Hz)	Longitudinal (Hz)
Caminata lenta	1.1	1.7	0.85	1.7
Caminata normal	1.5	2.0	1.0	2.0
Caminata rápida	2.2	2.3	1.15	2.3
Carrera lenta	2.5	2.1	1.05	2.1
Carrera normal	3.3	2.5	1.25	2.5
Carrera rápida	5.5	3.2	1.6	3.2

Las componentes ortogonales de fuerza peatonal (Figura 4) pueden ser representadas mediante series de Fourier debido a su naturaleza periódica, mediante las ecuaciones:

$$F_V(t) = P + P_o \sum_{i=1}^n \alpha_{i,V} \text{sen}(2\pi i f_V t - \phi_i) \quad (1)$$

$$F_H(t) = P_o \sum_{i=1}^n \alpha_{i,H} \text{sen}(2\pi i f_H t - \phi_i) \quad (2)$$

$$F_L(t) = P_o \sum_{i=1}^n \alpha_{i,L} \text{sen}(2\pi i f_L t - \phi_i) \quad (3)$$

donde:

$$P = n_p G \quad (4)$$

$$P_o = G n_{eff} \psi \quad (5)$$

y donde f_V , f_H y f_L son las frecuencias peatonales en Hz para la dirección vertical, horizontal y longitudinal, respectivamente; $\alpha_{i,V}$, $\alpha_{i,H}$ y $\alpha_{i,L}$ son los coeficientes de Fourier del i -ésimo armónico para la dirección vertical, horizontal y longitudinal, respectivamente; n es el número total de contribuciones armónicas; t es el tiempo; φ_i es el ángulo de fase en radianes del i -ésimo armónico; n_p es el número total de peatones que conforman la carga; G es el peso promedio de un peatón ($G \approx 700$ N); n_{eff} es el número efectivo de peatones; y ψ es el coeficiente de reducción de la carga peatonal. Los coeficientes de Fourier y ángulos de fase correspondientes se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Coeficientes de Fourier y ángulos de fase (Bachmann *et al.*, 1995)

Actividad peatonal	Frecuencia peatonal		Prime armónico		Segundo armónico		Tercer armónico		$\frac{n_p}{m^2}$
			α_1	φ_1	α_2	φ_2	α_3	φ_3	
Caminata	Vertical	2.0 / 2.4 Hz	0.40/0.5	0.0	0.10	$\pi/2$	0.10	$\pi/2$	1
	Horizontal	1.0 Hz	0.10	0.0	0.10	$\pi/2$	0.10	$\pi/2$	
	Longitudinal	2.0 Hz	0.20	0.0	0.10	---	-	---	
Carrera	2.0 a 3.0 Hz		1.60	0.0	0.70	---	0.20	---	---

El número efectivo de peatones puede ser interpretado como un factor de sincronización y se calcula con base al supuesto probabilístico de que el número de peatones que camina en sintonía con la frecuencia natural de vibrar del puente, produce el 95 % de la aceleración pico debido a corrientes de peatones aleatorias. El número efectivo de peatones se puede obtener de la Tabla 3.

Tabla 3. Número efectivo de peatones

Norma de diseño	n_p / m^2	n_{eff}
ISO 10137 (2007)	-----	$\sqrt{n_p}$
Sétra (2006)	< 1.0	$10.8\sqrt{n_p \xi}$
HIVOSS (2008)	≥ 1.0	$1.85\sqrt{n_p}$

El valor de ξ en la Tabla 3 es la fracción de amortiguamiento crítico del puente peatonal, la cual puede obtenerse de la Tabla 4, en la cual se resumen los valores recomendados por tres referencias bibliográficas y que prácticamente coinciden

Tabla 4. Valores comunes de amortiguamiento para puentes peatonales

Tipo de construcción	ξ					
	Bachmann <i>et al.</i> (1995)		Sétra (2006)		HIVOSS (2008)	
	Mínimo	Medio	Mínimo	Medio	Mínimo	Medio
Concreto reforzado	0.008	0.013	0.008	0.013	0.008	0.013
Concreto pretensado	0.005	0.010	0.005	0.010	0.005	0.010
Acero	0.002	0.004	0.002	0.004	0.002	0.004
Compuesto (concreto-acero)	0.003	0.006	0.003	0.006	0.003	0.006
Madera	-	-	0.015	0.030	0.010	0.015

El coeficiente de reducción de la carga peatonal representa la probabilidad de ocurrencia de las frecuencias de paso de los peatones (Figura 5).

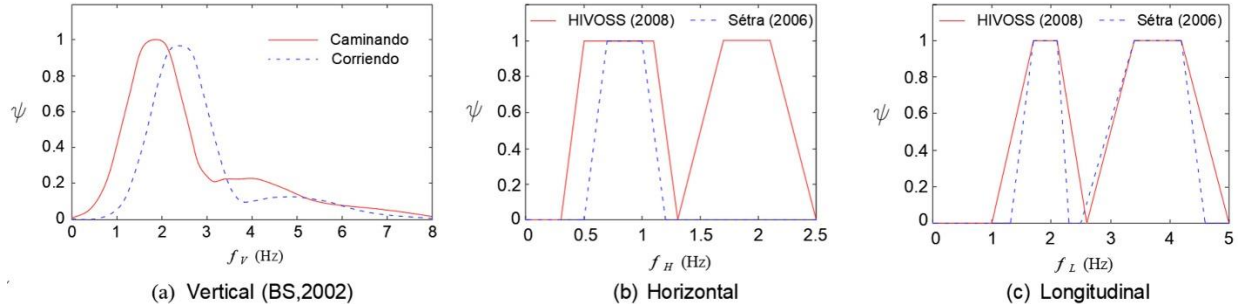


Figura 5. Coeficientes de reducción de la carga peatonal

El número total de peatones n_p a utilizar en las ecuaciones (1) a (3) depende del uso del puente peatonal, para lo cual pueden utilizarse los casos de carga mostrados en la Tabla 5.

Tabla 5. Clasificación de puentes peatonales

Clase de puente	Uso de puente	n_p	
		Caminando	Corriendo
A	Localidades rurales poco pobladas	2.0	0.0
B	Ubicación suburbana sujeta a poca variación en el uso diario	4.0	1.0
C	Rutas urbanas sujetas a variación importante en el uso diario	8.0	2.0
D	Accesos primarios a estadios deportivos o grandes servicios de transporte público	16.0	4.0

Criterios de confort

Existen muchos parámetros que afectan la sensibilidad humana a las vibraciones, la reacción depende de circunstancias tales como: la posición en la que se encuentre la persona (parado, sentado, acostado), la dirección de incidencia con respecto a la columna vertebral, la actividad que se esté realizando (descansando, caminando, corriendo), la edad, el sexo, la frecuencia de ocurrencia y hora del día, o de otros factores. Por otra parte, la intensidad de percepción dependerá de factores como la duración de exposición de la persona ante la vibración, la frecuencia de la vibración y las amplitudes de desplazamiento, velocidad y aceleración que se desarrollen en la estructura.

Un problema común es que el excesivo movimiento, produce que los peatones se vuelvan ansiosos con respecto a la seguridad de la estructura, incluso hasta el punto de negarse a utilizar el puente peatonal. En tales casos el peligro actual del colapso estructural es poco probable, sin embargo, es un asunto muy serio para el diseñador y debe de tomarse en cuenta la respuesta humana a la vibración en términos de inquietud, ansiedad o incluso miedo.

Las normas establecen que principalmente la condición que se debe de evitar en el diseño de puentes peatonales es que las frecuencias de vibrar de la estructura coincidan con las frecuencias de paso de la excitación peatonal; ya que esto conllevaría a que se presente el fenómeno de resonancia. Durante la etapa de diseño esto no siempre es posible de lograr, ya que las frecuencias de vibrar de la estructura dependen en gran medida del claro del puente. Ante esta situación, las normas de diseño establecen que las aceleraciones inducidas por peatones no deben rebasar ciertos límites de confort establecidos en ellas. Las frecuencias críticas del puente y aceleraciones límites de confort para los usuarios, contempladas por algunas normas de diseño se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. Frecuencias estructurales críticas y límites de aceleración de confort (Huergo, 2016)

Normas	Intervalo de frecuencias estructurales críticas (Hz)		Límites de aceleración de confort (m/s ²)	
	Vertical	Horizontal	Vertical	Horizontal
Eurocódigo 0- Anexo 2 (EN 1990-Annex A2)	< 5.0	< 2.5	0.7	0.2 (0.4)
Eurocódigo 1 (EN 1991)	< 5.0	< 2.5	min(0.5 $f_v^{0.5}$, 0.7)	min(0.14 $f_H^{0.5}$, 0.15)
Eurocódigo 2 (ENV 1992-2)	1.6 – 2.4	0.8 – 1.2	-----	-----
Eurocódigo 5 (ENV 1995-2)	< 5.0	< 2.5	0.7	0.2
RPX95, RPM95 (España)	-----	-----	0.5 $f_v^{0.5}$	-----
EAE (España)	1.6 – 2.4 3.5 – 4.5	0.6 – 1.2	min(0.5 $f_v^{0.5}$, 0.7)	0.2 (0.4)
BS 5400 (Reino Unido)	< 5.0	-----	0.5 $f_v^{0.5}$	-----
Din-Fachberitch 102 (Alemania)	1.6 – 2.4 3.5 – 4.5	-----	0.5 $f_v^{0.5}$	-----
SIA 260 (Suiza)	1.6 – 4.5	< 1.3	-----	-----
AASHTO 1997 (USA)	< 3	-----	-----	-----
ONT83 (Canadá)	-----	-----	0.25 $f_v^{0.39}$	-----
Austroroads (Australia)	1.5 – 3	-----	-----	-----
Norma japonesa de puentes peatonales	1.5 – 2.3	-----	1	-----
ISO 10137 (2007)	1.7 – 2.3	-----	60x (Curva base ISO 2631-2)	-----
HIVOSS (2008)	1.25 – 2.3	0.5 – 1.2	0.5	0.1
CEB 209 Bulletin	1.65 – 2.35	0.8 – 1.2	-----	-----
VDI 2057	-----	-----	0.6 f_v	0.214
AISC Guide 11	-----	-----	100x (Curva base ISO 2631-2)	-----

Las frecuencias estructurales críticas en la dirección longitudinal pueden tomarse igual a las propuestas para la dirección vertical por las diferentes normas de diseño de puentes peatonales. En la Tabla 6 se observa que hay normas internacionales que consideran valores de frecuencias estructurales críticas mayores a los mostrados en la Tabla 1; esto es debido a que las normas contemplan la posibilidad de que los puentes peatonales puedan vibrar en resonancia ante armónicos superiores de la excitación peatonal. Se puede considerar que las frecuencias verticales críticas de la estructura se encuentran entre 1.7 Hz y 2.3 Hz. Algunas de las normas internacionales no mencionan valores de frecuencias horizontales críticas ya que fue hasta el año 2,000 que se empezó a estudiar este efecto, debido que el puente peatonal Millennium sufrió problemas de vibraciones laterales resonantes ante la caminata de un grupo de peatones.

Para el caso particular de vibraciones en puentes peatonales, las normas especifican objetivos de diseño. Para realizar un prediseño los niveles relevantes de aceleración para vibración vertical y longitudinal causada por peatones, se puede utilizar un valor límite de 0.7 m/s², el cual corresponde a peatones que ejecutan una caminata normal con una frecuencia de 2 Hz, situación que el 95 % de los peatones suelen realizar cuando utilizan este tipo de estructuras; mientras que, para el caso de la vibración horizontal, puede tomarse un valor promedio de 0.2 m/s². Las normas consideran que se satisface el estado límite de servicio en puentes peatonales cuando las aceleraciones son menores a dichos valores límite.

MODELO NUMÉRICO PARA LA REVISIÓN DE ACELERACIONES VERTICALES

La vibración inducida por peatones suele ser mayor en la dirección vertical cuando se presenta el fenómeno de la resonancia, razón por la cual algunas normas de diseño proponen fórmulas simplificadas para el cálculo de dichas vibraciones verticales resonantes. Sin embargo, estas fórmulas simplificadas no

consideran el comportamiento dinámico de los peatones ni las condiciones de apoyo del puente; por lo que es de vital importancia considerar un modelo matemático que se apegue lo más posible a la realidad.

Los puentes peatonales son estructuras esbeltas cuyo comportamiento dinámico es principalmente a flexión vertical por lo que pueden ser representados como vigas tipo Euler-Bernoulli. Un puente peatonal simplemente apoyado y con sección transversal constante, sujeto a una carga peatonal vertical que se desplaza sobre él, puede modelarse como se muestra en la Figura 6.

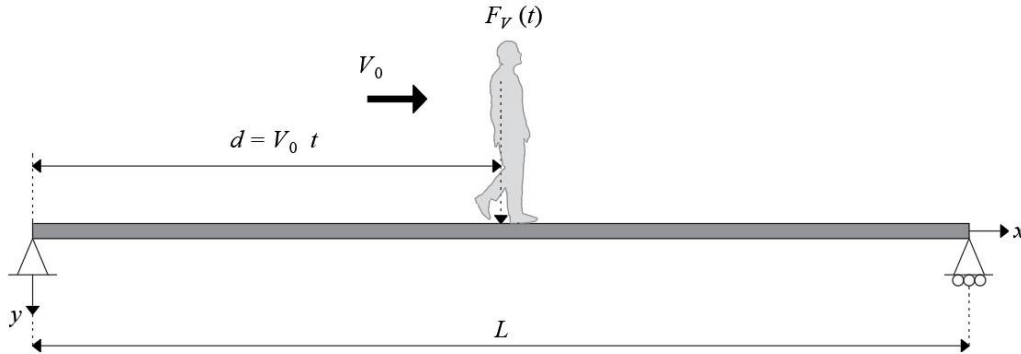


Figura 6. Viga simplemente apoyada sujeta a una carga peatonal vertical móvil

En la Figura 6, L es la longitud el claro del puente, t representa la variable tiempo, V_0 es la velocidad constante a la que se desplaza la carga peatonal y $F_V(t)$ es la componente vertical peatonal mostrada previamente en la ecuación (1). La ecuación diferencial de movimiento (Huerdo, 2016) es:

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \bar{m} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2\bar{m} \xi_j w_j \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \delta(x - V_0 t) F_V(t) \quad (6)$$

donde $y(x,t)$ es el desplazamiento dinámico vertical de la viga, E es el módulo de elasticidad, I es el segundo momento de área de la sección transversal de la viga alrededor del eje z , \bar{m} es la masa por unidad de longitud de la viga, ξ_j es la fracción de amortiguamiento crítico viscoso del j -ésimo modo de vibrar, w_j es la j -ésima frecuencia circular de vibrar de la viga, y $\delta(x - V_0 t)$ es la función de Dirac que representa matemáticamente como se mueve la carga peatonal. La solución elástica de la ecuación (6) se obtiene al aplicar el método de separación de variables,

$$y(x,t) = \sum_{j=1}^N \phi_j(x) \eta_j(t) \quad (7)$$

donde $\phi_j(x)$ es el j -ésimo modo de vibrar de la viga, $\eta_j(t)$ es el desplazamiento dinámico generalizado del j -ésimo modo de vibrar y N es el número total de modos de vibrar considerados en el análisis dinámico. Los modos de vibrar de una viga Euler-Bernoulli representan un problema de valores y vectores característicos, y pueden obtenerse mediante la ecuación:

$$\phi_j(x) = A_j \sin(\beta_j x) + B_j \cos(\beta_j x) + C_j \sinh(\beta_j x) + D_j \cosh(\beta_j x) \quad (8)$$

donde:

$$\beta_j = \frac{a_j}{L} \tag{9}$$

y donde A_j, B_j, C_j y D_j son las constantes de integración que conforman el vector característico, y a_j es el valor característico asociado a dicho vector característico. Las constantes de integración y el valor característico dependen de las condiciones de frontera de la viga y pueden obtenerse de las Tablas 7 y 8, respectivamente.

Tabla 7. Constantes de integración para diferentes condiciones de apoyo de una viga (Huergo, 2016)

Condiciones de apoyo		Constantes de integración			
$x = 0$	$x = L$	A_j	B_j	C_j	D_j
Simple	Simple	1.0	0.0	$-\frac{\sin(a_j)}{\sinh(a_j)}$	0.0
Empotrado	Empotrado	1.0	$\frac{\sinh(a_j) - \sin(a_j)}{\cos(a_j) - \cosh(a_j)}$	-1.0	$-\frac{\sinh(a_j) - \sin(a_j)}{\cos(a_j) - \cosh(a_j)}$
Empotrado	Simple	1.0	$\frac{\sinh(a_j) - \sin(a_j)}{\cos(a_j) - \cosh(a_j)}$	-1.0	$-\frac{\sinh(a_j) - \sin(a_j)}{\cos(a_j) - \cosh(a_j)}$
Empotrado	Libre	1.0	$-\frac{\cos(a_j) + \cosh(a_j)}{\sinh(a_j) - \sin(a_j)}$	-1.0	$\frac{\cos(a_j) + \cosh(a_j)}{\sinh(a_j) - \sin(a_j)}$

Tabla 8. Valores característicos para diferentes condiciones de apoyo de una viga

j	a_j							
	$x = 0$	$x = L$	$x = 0$	$x = L$	$x = 0$	$x = L$	$x = 0$	$x = L$
	Apoyo simple	Apoyo simple	Apoyo empotrado	Apoyo empotrado	Apoyo empotrado	Apoyo simple	Apoyo empotrado	Apoyo libre
1	π		4.73004		3.92660		1.87510	
2	2π		7.85320		7.06858		4.69409	
3	3π		10.9956		10.2102		7.85476	
4	4π		14.1372		13.3518		10.9955	
5	5π		17.2788		16.4934		14.1372	
6, 7, ...	$j\pi$		$(2j+1)\pi/2$		$(4j+1)\pi/4$		$(2j-1)\pi/2$	

Las j -ésimas frecuencias circulares de vibrar de la viga se obtienen mediante la ecuación:

$$w_j = \beta_j^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \tag{10}$$

Los desplazamientos generalizados pueden ser expresados mediante la integral de Duhamel, por lo tanto, la ecuación (7) puede ser reescrita como:

$$y(x,t) = \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{w_j} \int_0^t \tilde{P}_j(\tau) e^{-\xi_j w_j(t-\tau)} \text{sen}[w_j(t-\tau)] d\tau \right] \phi_j(x) \tag{11}$$

donde τ es el tiempo de duración de un impulso unitario; y $\tilde{P}_j(t)$ es la carga generalizada del j -ésimo modo de vibrar, la cual se obtiene mediante la ecuación:

$$\tilde{P}_j(t) = \frac{\int_0^L [\delta(x - V_0 t) F_V(t)] \phi_j(x) dx}{\bar{m} \int_0^L [\phi_j(x)]^2 dx} = \frac{F_V(t) \phi_j(V_0 t)}{\bar{m} \int_0^L [\phi_j(x)]^2 dx} \quad (12)$$

Para garantizar una solución aceptable se debe de considerar el número de modos necesarios en la respuesta en la que por lo menos participe un 90% de la masa modal. La fracción de masa que participa en el j -ésimo modo de vibrar está dada por:

$$m_{eff, j} = \frac{\left[\bar{m} \int_0^L \phi_j(x) dx \right]^2}{\bar{m} \int_0^L [\phi_j(x)]^2 dx} \quad (13)$$

Puentes Peatonales Estudiados

Los puentes peatonales estudiados en este trabajo se clasificaron en: (1) puentes comunes, que por lo general se construyen en las ciudades pequeñas o en áreas suburbanas y (2) puentes atípicos. Los puentes comunes también llamados como “puentes tipo”; ya que son proyectos que se adaptan a las condiciones del sitio, únicamente haciendo el claro más corto o más largo, y donde el ancho de calzada del puente suele ser entre 1.80 y 2.20 m. Los puentes atípicos se diferencian de los anteriores porque tienen características físicas específicas, como un claro más grande para salvar anchos de vialidades en ciudades principales o en lo que el aspecto arquitectónico juega un papel importante. Las dimensiones y características de los puentes atípicos estudiados en este trabajo, se describen explícitamente en los trabajos realizados por Huergo (2016) y los puentes comunes en Román (2018).

Los puentes considerados como comunes (Figura 7) se subdividen en:

- a) Puentes con armaduras de celosías de acero con uno o dos claros
- b) Puentes con vigas de acero de sección constante, con uno, dos o tres claros
- c) Puentes de concreto presforzado con sección cajón, con uno o dos claros
- d) Puente de acero con vigas I, con un claro de 20 m. La sección transversal de la viga y de las columnas se muestran en la Figura 8.

En total para los puentes comunes se realizaron 26 modelos numéricos utilizando un software comercial (SAP2000), en su elaboración se consideró el peso de barandales o elementos de protección para el peatón y los elementos estructurales de acceso, con dichos modelos se obtuvieron sus frecuencias de vibrar en la dirección vertical.

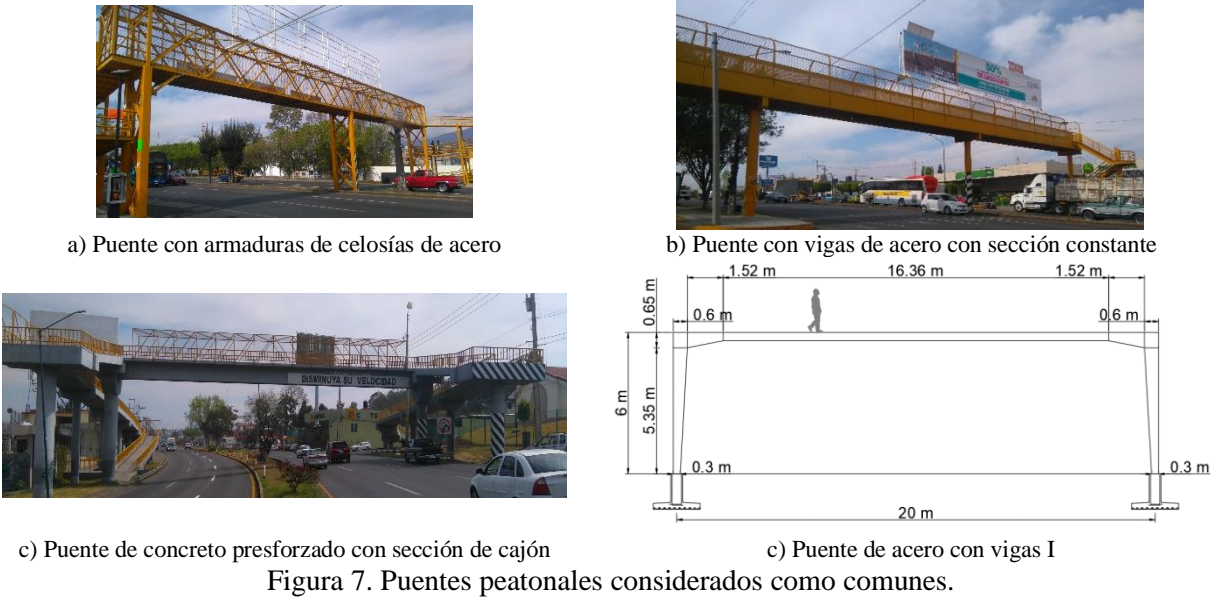


Figura 7. Puentes peatonales considerados como comunes.

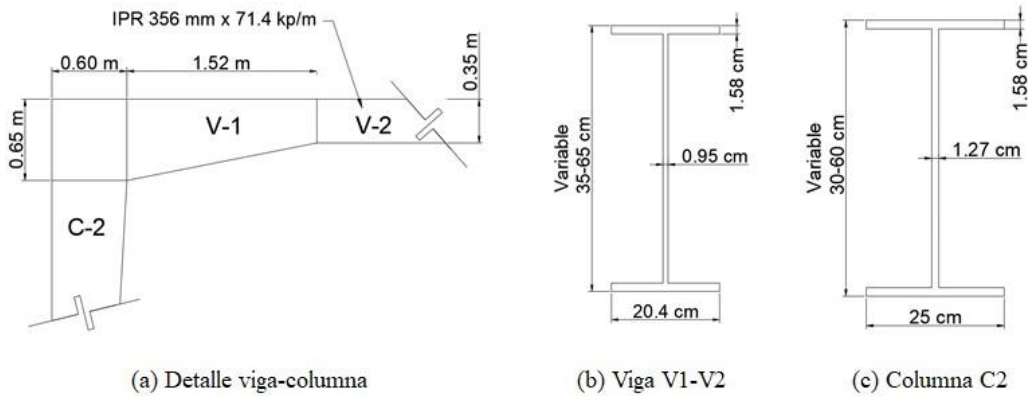


Figura 8. Dimensiones geométricas de las secciones del puente de 20 m

En la Tabla 9 se registran las frecuencias de vibrar para cada uno de los modelos analizados. Las condiciones de confort fueron evaluadas considerando que las frecuencias críticas de vibrar en la dirección vertical están en el intervalo de 1.7 Hz y 3.2 Hz, acorde con lo mostrado en la Tabla 1 y considerando los valores propuestos por las diferentes normas de diseño (Tabla 6). En la Tabla 9 se puede ver algunos de los puentes de uso común en las ciudades, no cumplen las condiciones de servicio por vibración vertical, además de la influencia de las condiciones de continuidad y de apoyo que le producen las escaleras de acceso, es decir, un puente con armadura de celosía de acero con un claro de 30 m cumple con la condición de servicio, sin embargo, si se trata de dos claros continuos cada uno de 30 m, la condición de servicio no se satisface.

Tabla 9. Frecuencias analíticas verticales del primer modo de vibrar de los puentes peatonales comunes

Tipo de puente	N. de claros	Longitud del claro (m)	Frecuencia (Hz)	cumple	
Armadura de celosía de acero	Un claro	20	6.07	Si	
		30	5.46	Si	
		40	3.20	No	
		50	2.10	No	
		60	1.49	Si	
	Dos claros continuos	20	7.60	Si	
		25	2.24	No	
		30	2.08	No	
		20	3.43	Si	
		30	1.53	Si	
Vigas de acero con sección constante	Un claro	40	1.08	Si	
		50	0.72	Si	
		60	0.52	Si	
		Dos claros continuos	20	2.94	No
			25	2.06	No
	20		4.44	Si	
	Tres claros continuos		30	2.04	No
			40	1.17	Si
		50	0.77	Si	
		Un claro	60	0.55	Si
20			4.77	Si	
Concreto presforzado con sección cajón	30		2.62	No	
	20		9.80	Si	
	Dos claros continuos		25	5.30	Si
		30	3.94	Si	
		Puente de acero con vigas I	Un claro	20	3.43

En cuanto a los puentes considerados como atípicos, se estudiaron siete puentes, elegidos por sus condiciones arquitectónicas, por su aparente edad de diseño o por su ubicación. De los siete puentes cinco de ellos se encuentran ubicados en Naucalpan, Estado de México y dos de ellos en la ciudad de Morelia, Michoacán. Para su estudio se denominaron: puente 1 a puente 7 (Figura 9).

Se realizaron los modelos analíticos utilizando un software comercial (SAP2000), en la Figura 10 se muestran las formas modales y sus frecuencias asociadas obtenidas en con el modelo del puente peatonal 3. Se realizaron pruebas de vibración ambiental en los siete puentes estudiados; y en los puentes 2 y 3, ubicados ambos en la ciudad de Morelia, Michoacán, se realizaron pruebas de vibración forzada para diferentes casos de carga peatonal. En la Tabla 10 se muestran las frecuencias de vibrar del primer modo de vibrar de los puentes en las tres direcciones ortogonales.

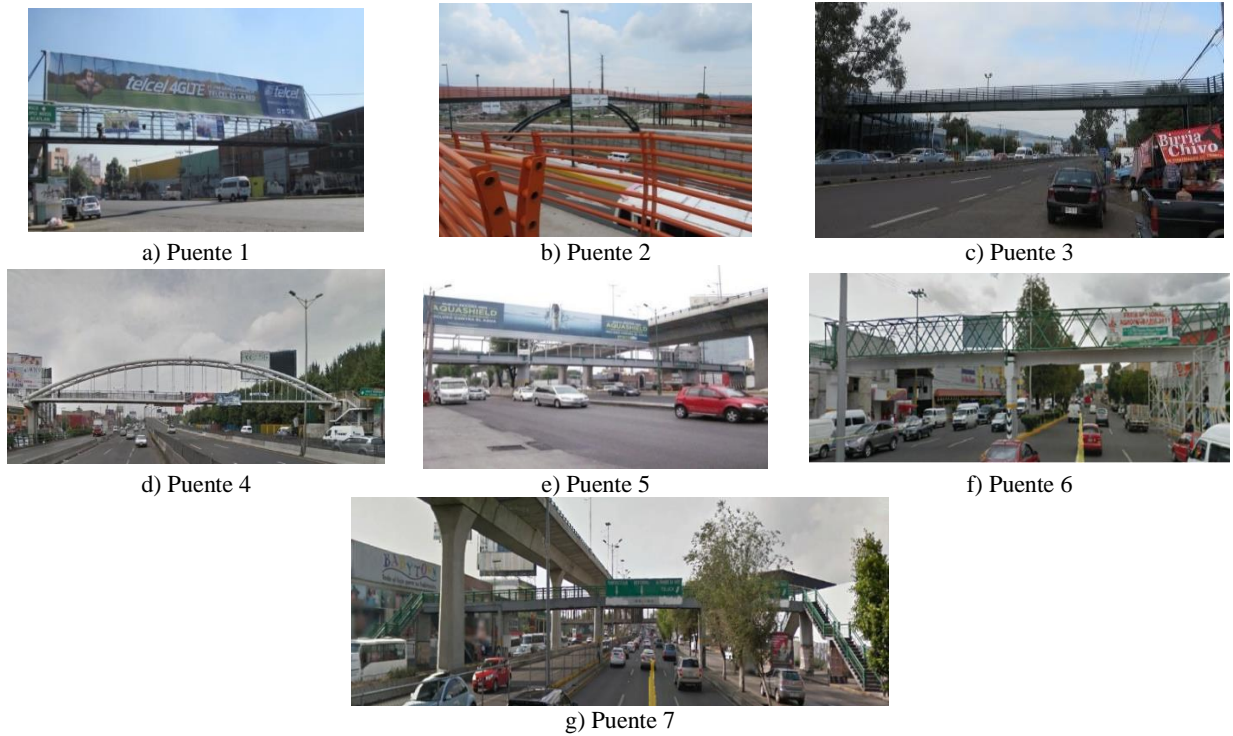


Figura 9. Puentes peatonales considerados como atípicos

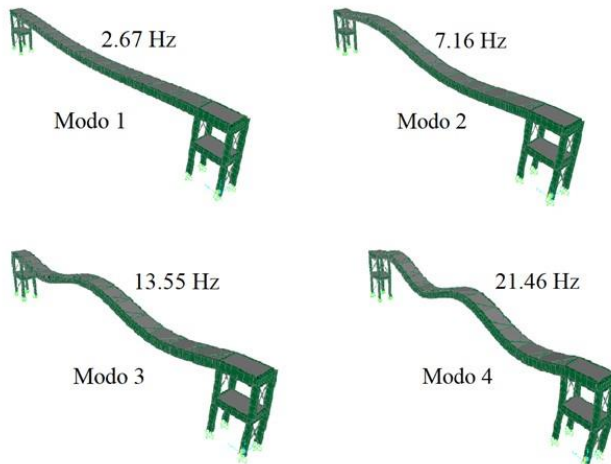


Figura 10. Modos de vibrar verticales del puente peatonal 3: modelo analítico en SAP2000

Tabla 10. Frecuencias de vibrar de los modelos analíticos de los puentes peatonales atípicos

Puente peatonal	Longitud total del puente (m)	Núm. de claros	f_i (Hz)		
			Vertical	Horizontal	Longitudinal
1	34.5	1	3.51	1.65	0.78
2	48.0	2	3.09	2.31	4.43
3	36.0	1	2.67	2.11	4.40
4	56.0	1	2.20	1.17	1.89
5	57.6	3	9.54	7.98	2.05
6	34.6	2	5.26	3.84	2.56
7	47.5	4	6.66	7.69	3.09

Comparando las frecuencias reportadas en la Tabla 10 con los límites tolerables de las mismas, se observa que los puentes peatonales puente 2, 3 y 4 pueden presentar problemas de vibración inducida por peatones en la dirección vertical. Los puentes 2 y 3 son propensos a la vibración vertical resonante ante una carrera peatonal, mientras que el puente 4 es propenso a la vibración vertical resonante ante una caminata peatonal.

Las frecuencias analíticas del primer modo de vibrar vertical de los 33 puentes peatonales estudiados (Tablas 9 y 10) se encuentran en el intervalo de 1 a 10 Hz, lo cual coincide con las frecuencias de vibrar empíricas propuestas por Bachmann *et al.* (1995).

Pruebas de vibración ambiental

Se realizaron pruebas de vibración ambiental en los siete puentes peatonales de la Figura 9. Para la realización de dichas pruebas se contó con tres consolas K2 marca Kinematics, cinco cables blindados de 50 m de longitud y cinco sensores o acelerómetros triaxiales (Figura 11). La distribución espacial de los sensores en los tableros de los puentes se muestra en la Figura 12.

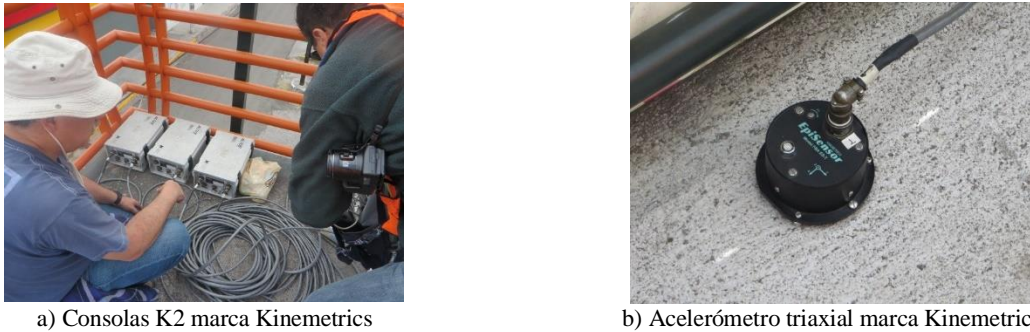


Figura 11. Equipo utilizado en las pruebas de vibración ambiental

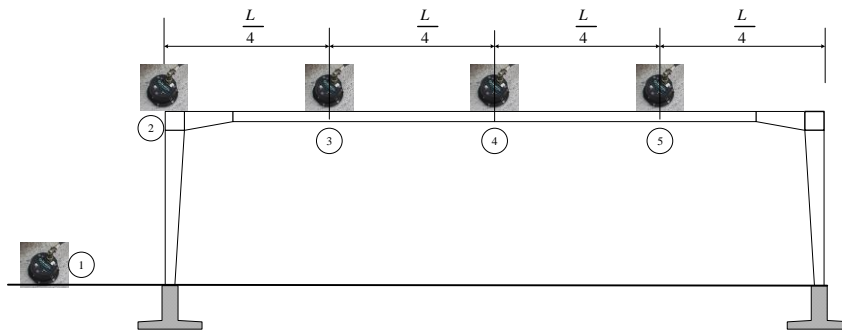


Figura 12. Esquema de arreglo de los acelerómetros (vista frontal)

En cada uno de los puentes siete peatonales se realizaron varias mediciones en el mismo arreglo de aparatos (Figura 12). Las señales se registraron con una frecuencia de muestro de 0.01 Hz y una duración total de 200 s, las cuales recibieron una corrección de línea base y un filtro pasabanda de 0.1 Hz a 10 Hz para eliminar el ruido ambiental (Helmut y Piechler, 2005). Se calcularon espectros promedio de Fourier para cada prueba de vibración ambiental en las tres direcciones ortogonales, los cuales se muestran en la Figura 13, para cada uno de los siete puentes.

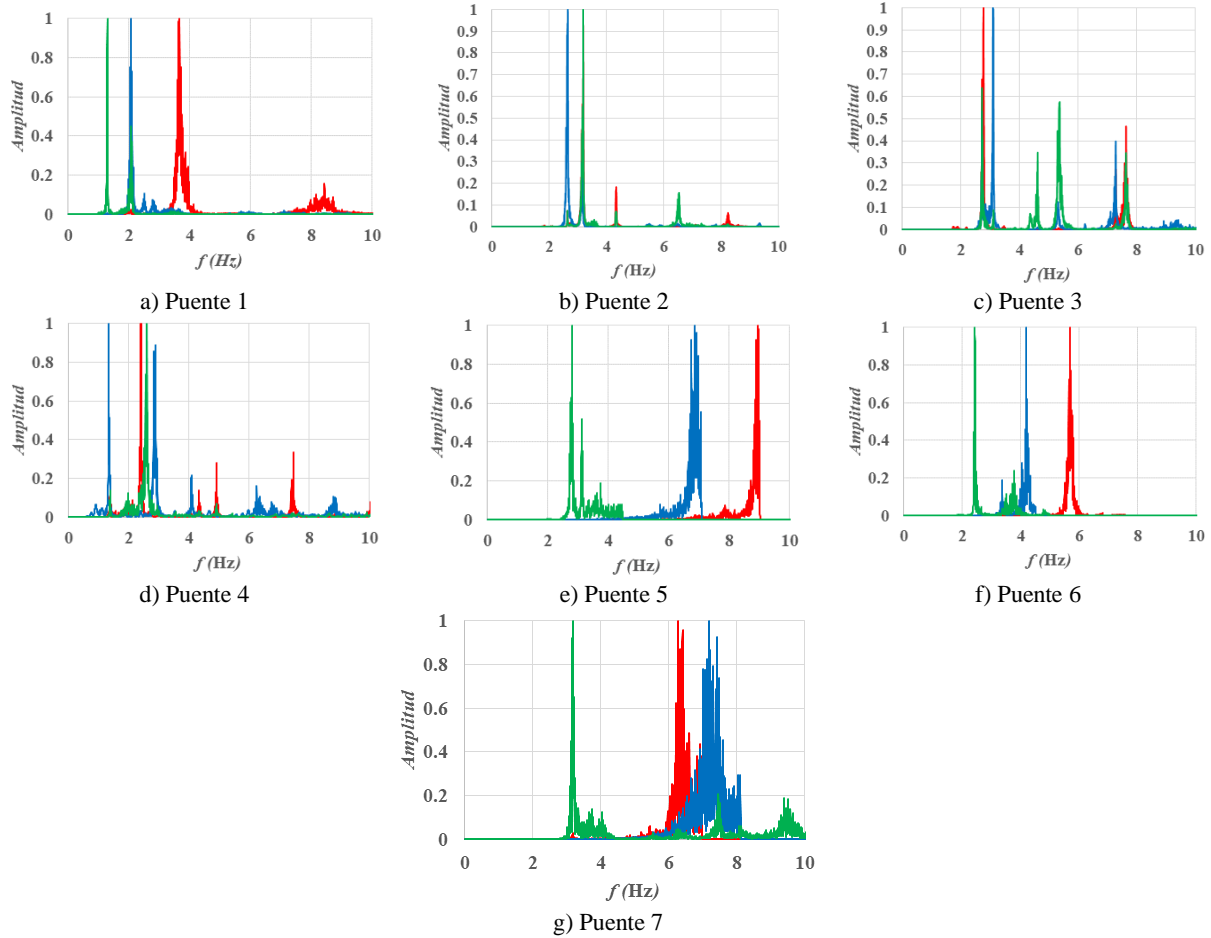


Figura 13. Espectros promedio de Fourier de las pruebas de vibración ambiental de los puentes peatonales: - Vertical, - Horizontal, - Longitudinal

Las frecuencias fundamentales de vibrar en la dirección vertical de los puentes fueron obtenidas de los espectros promedio de Fourier de la Figura 13. En la Tabla 11 se reportan los valores promedios de las frecuencias verticales obtenidas durante las pruebas de vibración ambiental y las obtenidas con los modelos analíticos; además, se muestra el error relativo entre ambos valores. Se puede ver que para las frecuencias verticales el error entre ambos valores es ingenierilmente tolerable, excepto el error relativo para el puente 4, que es un puente colgante con forma de arco. Para los puentes 1, 2, 3 y 7, el error relativo es menor del 5%. En la dirección horizontal y longitudinal el error relativo se incrementa, siendo menos del 10% para los puentes 6 y 7.

El amortiguamiento estructural se calculó con las señales obtenidas con el sensor 4, ubicado en el centro del claro del puente, por medio de la técnica de decremento aleatorio (Helmut y Piechler, 2005). Los resultados de los valores de amortiguamiento promedio de resumen en la Tabla 12 para cada uno de los puentes.

Tabla 11. Frecuencias de vibrar analíticas y experimentales de los puentes peatonales atípicos

Puente	f_i (Hz)								
	Analítica	Vertical Experimental	Δ (%)	Analítica	Horizontal Experimental	Δ (%)	Analítica	Longitudinal Experimental	Δ (%)
1	3.51	3.65	3.8	1.65	2.07	20.2	0.78	1.29	40.0
2	3.09	3.18	2.8	2.31	2.64	12.5	4.43	3.18	39.3
3	2.67	2.77	3.6	2.11	2.72	22.4	4.40	2.72	62.0
4	2.20	1.38	59.0	1.17	1.32	11.3	1.89	2.61	27.6
5	9.54	8.86	7.6	7.98	6.81	17.2	2.05	2.8	26.8
6	5.26	5.67	7.2	3.84	4.19	8.4	2.56	2.42	5.8
7	6.66	6.40	4.1	7.69	7.18	7.1	3.09	3.18	2.8

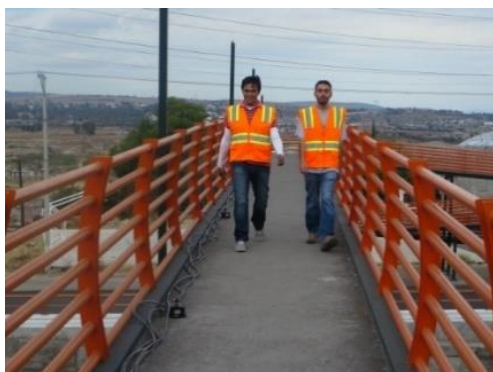
Tabla 12. Amortiguamiento estructural de los puentes peatonales atípicos

Puente	Material	ξ_1		
		Vertical	Horizontal	Longitudinal
1	Acero	0.013	0.012	0.013
2	Acero	0.005	0.005	0.006
3	Acero	0.005	0.010	0.008
4	Acero	0.012	0.024	0.017
5	Concreto prefabricado	0.003	0.008	0.012
6	Concreto prefabricado	0.005	0.007	0.009
7	Concreto prefabricado	0.007	0.009	0.008

El valor del amortiguamiento estructural recomendado por los códigos de diseño de puentes peatonales (Tabla 4) depende del tipo de material del que está hecho el tablero del puente. En resumen, se tiene que los valores recomendados para puentes de concreto pretensado está entre 0.005 y 0.010 y para puentes de acero entre 0.002 y 0.004. De la Tabla 12 se puede ver que el puente estudiado de concreto prefabricado se encuentra entre 0.003 y 0.009; y para los puentes de acero entre 0.005 y 0.013. El puente 4, que es un puente colgante de acero en forma de arco, tiene valores de amortiguamiento relativamente grande comparados con los de los otros puentes, del orden de 0.0012 a 0.024.

Pruebas de vibración forzada

Se realizaron pruebas de vibración forzada en los puentes 2 y 3 con el mismo arreglo de sensores de Figura 12. Los casos de carga peatonal utilizados fueron 1, 2, 4 y 8 peatones caminando y corriendo en grupo. En la Figura 14 se muestran algunas imágenes de las pruebas de vibración forzada realizadas en ambos puentes.



a) Puente 2



b) Puente 3

Figura 14. Pruebas de vibración forzada con el paso de peatones

Las señales de aceleraciones obtenidas al centro del claro para los puentes 2 y 3 se muestran en las Figuras 15 y 16, respectivamente (Huergo, 2016).

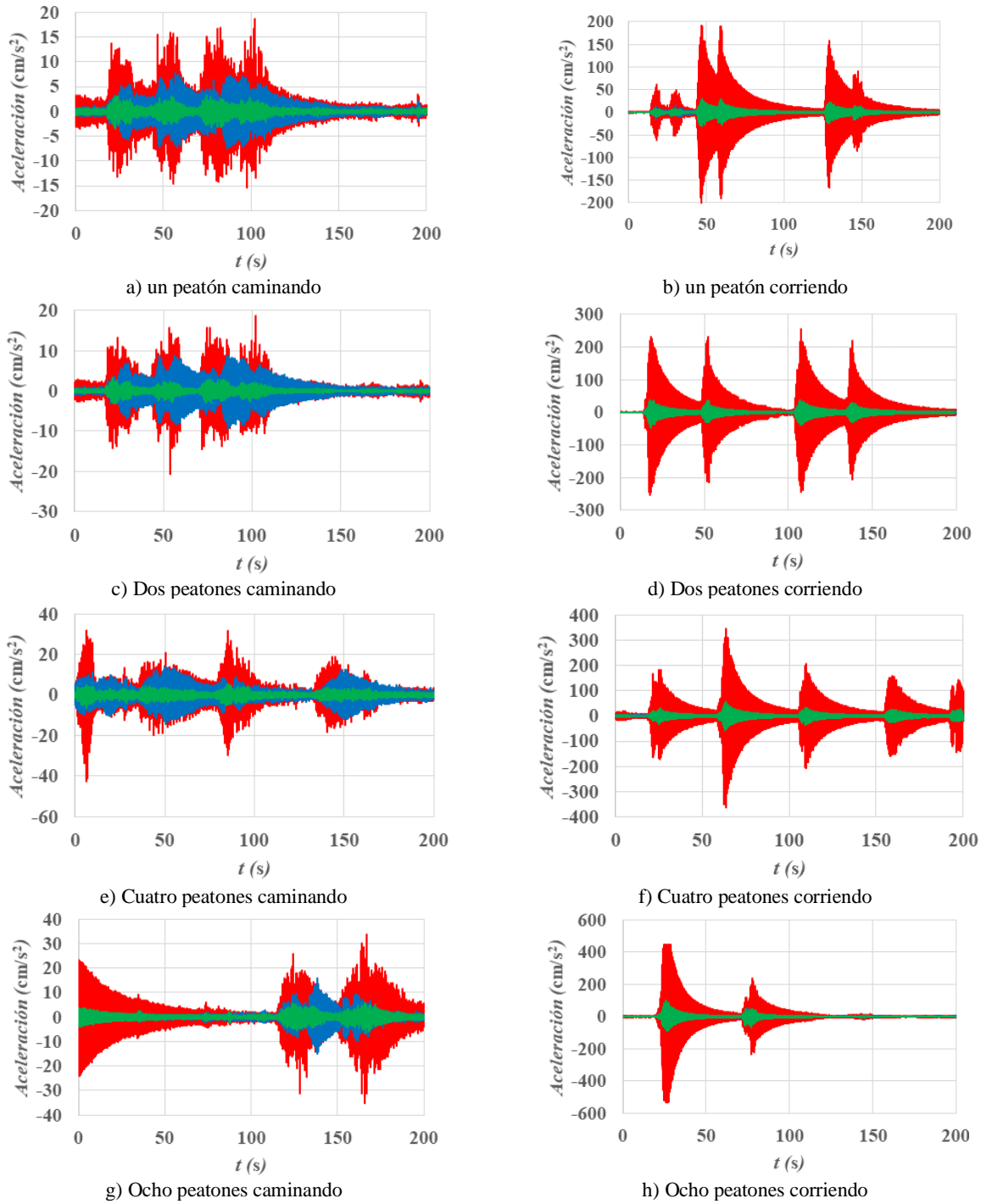


Figura 15. Resultados de las pruebas de vibración forzada al centro del claro del puente 2:

■ Vertical, ■ Horizontal, ■ Longitudinal

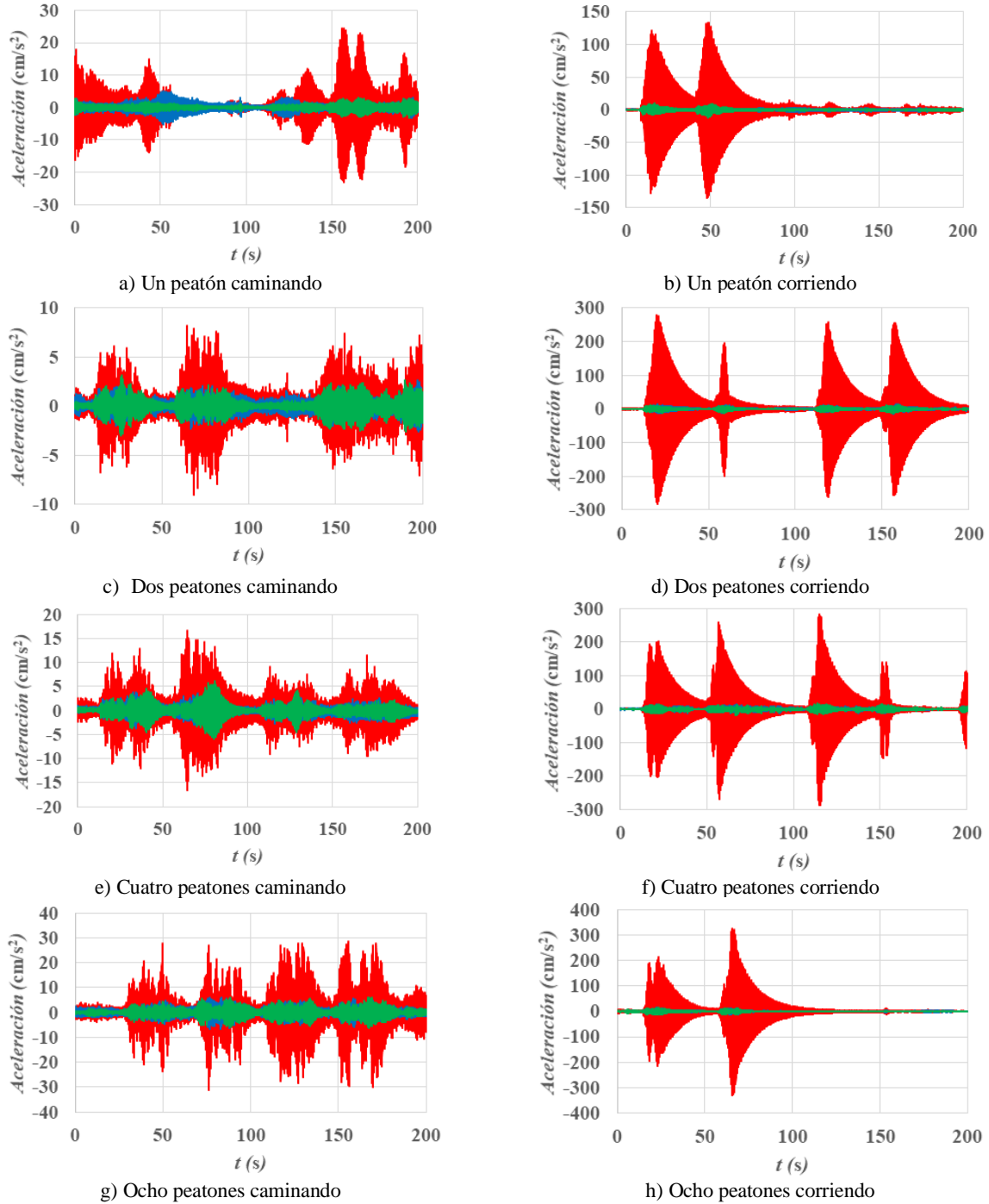


Figura 16. Resultados de las pruebas de vibración forzada al centro del claro del puente 3:

■ Vertical, ■ Horizontal, ■ Longitudinal

En las Figuras 15 y 16 se observa que los puentes 2 y 3 rebasan ampliamente el límite de confort permitido por las normas de diseño para el caso de aceleraciones verticales ($\approx 70 \text{ cm/s}^2$) inducidas por peatones que corren; esto se debe a que las frecuencias de vibrar verticales de ambos puentes vibran en resonancia ante todos los casos de carga peatonal en carrera.

Validación del modelo numérico para la revisión de las aceleraciones verticales

Con el objetivo de validar el modelo matemático desarrollado en este trabajo, se comparan las propiedades y la respuesta dinámica obtenidas con la expresión 6 y las obtenidas mediante los modelos analíticos y experimentales previamente desarrollados. Para ello se elige el puente 3, al cual se le realizaron pruebas de vibración forzada ante distintos casos de carga peatonal en movimiento. Las propiedades mecánicas del puente peatonal 3 se calcularon en el trabajo realizado por Huergo (2016), las cuales se muestran en la Tabla 13 y en donde se consideró el efecto de las escaleras de acceso en las condiciones de apoyo del puente.

Tabla 13. Propiedades mecánicas del puente peatonal 3

\bar{m}	1017 kg/m
EI	1,032,132,941 N m ²
L	36 m
ξ	0.005

En la Tabla 14 se muestran las frecuencias verticales de vibrar y masas modales participantes del puente peatonal 3 obtenidas mediante las ecuaciones (10) y (13), respectivamente y que se denominan como “numéricas”. También se muestran los valores obtenidos mediante los modelos analíticos (SAP 2000) y con las pruebas de vibración ambiental. Se puede observar que con el modelo numérico (viga Euler-Bernoulli) es posible obtener con un margen pequeño de error, las frecuencias de vibrar y el porcentaje de participación de masa para en casi todos los modos de vibrar, comparados con los obtenidos con el modelo analítico.

Tabla 14. Frecuencias y masas modales en la dirección vertical para el puente 3

Modo j	Modelo numérico	f_j (Hz)		$m_{eff,j}$ (%)	
		Modelo analítico	Vibración ambiental	Modelo numérico	Modelo analítico
1	2.77	2.67	2.77	69.03	69.35
2	7.63	7.16	7.63	9.45×10^{-14}	8.8×10^{-13}
3	14.96	13.55	14.43	13.23	14.49
4	24.73	21.46	----	9.89×10^{-13}	7.3×10^{-12}
5	36.94	30.58	----	5.36	5.89
6	51.59	40.65	----	4.27×10^{-12}	2.8×10^{-12}
7	68.68	51.02	----	2.88	2.95
			Sumatoria	90.5	92.68

Las formas modales de vibrar obtenidos mediante la ecuación (8) se muestran en la Figura 17, donde con siete modos de vibrar se logra que participe más del 90 % de la masa en la respuesta dinámica (Tabla 14).

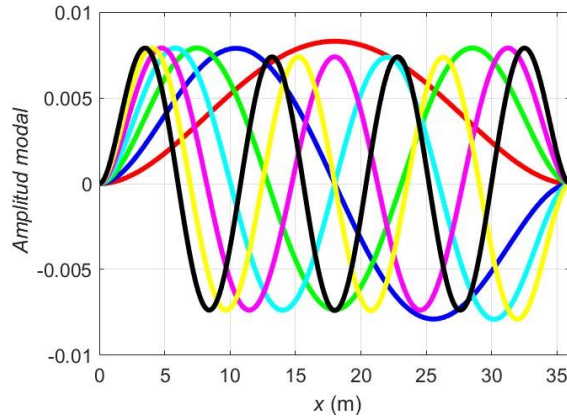


Figura 17. Modos de vibrar verticales del puente peatonal 3 (modelo numérico):
 - Modo 1, - Modo 2, - Modo 3, - Modo 4, - Modo 5, - Modo 6, - Modo 7

La frecuencia de vibrar del primer modo de vibrar vertical del puente peatonal 3 solo puede ser excitada en resonancia bajo la acción de peatones que corren aproximadamente a 4 m/s, acorde con la Tabla 1 y los cuales ejercen una frecuencia de paso de 2.77 Hz. Las historias de aceleraciones se obtienen al derivar dos veces las señales obtenidas numéricamente mediante la ecuación (11) para 1, 2, 4 y 8 peatones corriendo en resonancia con el puente. Los perfiles de aceleraciones máximas obtenidos se muestran en la Figura 18, donde se observa también el límite de confort establecido por las normas de diseño de 70 cm/s^2 (con una línea horizontal).

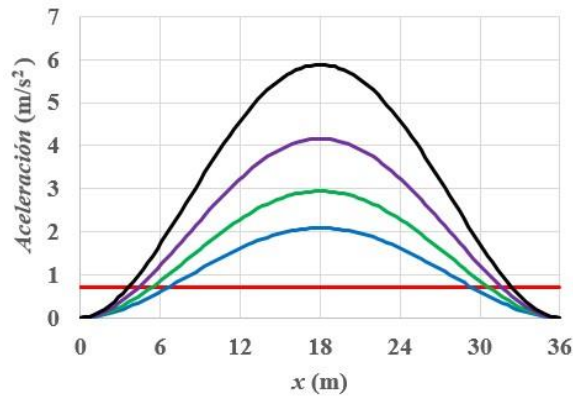


Figura 18. Aceleraciones verticales máximas del puente peatonal 3 ante resonancia en carrera (modelo numérico): - 1 peatón, - 2 peatones, - 4 peatones, - 8 peatones, - límite de confort

Las aceleraciones verticales máximas al centro del claro del puente peatonal se comparan para las pruebas de vibración forzada (Figura 16) y el modelo numérico (Figura 18). Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 15, así como el error relativo entre ambos valores de la aceleración máxima. Cabe aclarar que en durante las pruebas de vibración forzada es difícil controlar perfectamente ciertas variables como la frecuencia de paso peatonal, el nivel de sincronización de los peatones y la velocidad de la carrera. Sin embargo, el error relativo para el caso de la prueba con dos peatones corriendo es del 3.8%.

Tabla 15. Aceleraciones verticales máximas al centro del claro del puente atípico 3

Carga peatonal	Aceleración máxima (m/s ²)		Δ(%)
	Modelo numérico	Vibración forzada	
1 peatón corriendo	2.08	1.36	52.9
2 peatones corriendo	2.94	2.83	3.8
4 peatones corriendo	4.16	2.88	44.4
8 peatones corriendo	5.88	3.32	77.0

CONCLUSIONES

Los puentes peatonales son estructuras necesarias para la disminución de accidentes de tránsito por atropellamiento de los transeúntes. Con el crecimiento de la infraestructura vial de las ciudades, los puentes peatonales tienen cada vez mayor longitud, lo que los hace más flexibles y con poco amortiguamiento. En México, actualmente no existe un código de diseño para este tipo de estructuras, por lo que se desprecia el efecto de la carga dinámica que producen los usuarios cuando pasan por él, omitiendo las condiciones de servicio que pueden producir falta de confort e inseguridad por parte de los usuarios. Los códigos de diseño internacionales para este tipo de estructuras hacen especial énfasis en el cumplimiento de las condiciones de servicio, específicamente en las aceleraciones tolerables por el ser humano. En este trabajo se realizaron 26 modelos numéricos de puentes peatonales comúnmente construidos en las ciudades pequeñas o en zonas suburbanas y de 7 puentes peatonales con características especiales. Para los 33 puentes se evaluaron las frecuencias críticas de vibrar en la dirección vertical, considerando como críticas aquellas que se ubican en el intervalo de 1.7 Hz a 3.2 Hz, encontrándose que algunos de los puentes de uso común en las ciudades, no cumplen las condiciones de servicio por vibración vertical

Se realizaron pruebas de vibración ambiental en 7 puentes peatonales con características especiales, con el fin de verificar las frecuencias verticales y el valor del amortiguamiento. Los resultados de las pruebas presentan un error relativo menor al 5%, al compararlas con las obtenidas con los modelos analíticos, excepto para uno de los puentes con forma arco. En la dirección horizontal y longitudinal el error relativo se incrementa, siendo menos del 10% en dos de los puentes ensayados. El valor de amortiguamiento obtenido durante las pruebas está de acuerdo con los valores propuestos en la normatividad internacional.

Considerando como límite de confort una aceleración vertical de 70 cm/s² producida por el paso de peatones sobre el puente, se utilizó un modelo simplificado basado en una viga con comportamiento Euler-Bernoulli, sometida al paso de una carga armónica móvil que representa el paso de los peatones. El modelo permite obtener las propiedades dinámicas de la viga y su respuesta en términos de desplazamientos, velocidades y aceleraciones. En el modelo es posible considerar diferentes condiciones de apoyo, que son inducidas por las escaleras de acceso o la unión de las vigas con las columnas de los puentes. Se realizaron pruebas de vibración forzada en dos puentes, considerando el paso de 1, 2, 4 y 8 peatones caminando y corriendo en grupo. Se obtuvieron las historias de aceleraciones verticales para cada caso de carga, encontrándose que en los dos puentes analizados se excede la aceleración vertical máxima cuando pasan por ellos los peatones corriendo. Los valores de aceleración máxima obtenida durante las pruebas experimentales en uno de los puentes se compararon con las aceleraciones obtenidas con el modelo simplificado Euler-Bernoulli, encontrándose que dicho modelo permite obtener de forma confiable las propiedades dinámicas de los puentes y su respuesta ante el paso de peatones. Dicho modelo puede emplearse con el fin de verificar la condición de servicio ante aceleraciones verticales máximas tolerables por el ser humano cuando cruza un puente peatonal.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por el apoyo proporcionado por medio de la Facultad de Ingeniería Civil y la Coordinación de Investigación Científica. De igual manera se agradece al CONACYT, por el apoyo otorgado para la realización de los estudios de maestría del segundo autor, en el Programa de Maestría y Doctorado de la UNAM. Así mismo, se agradece a la Unidad de Investigación Multidisciplinaria y el Departamento de Riesgos Naturales de la FES Acatlán UNAM, por proporcionar los medios necesarios para las pruebas de vibración ambiental y forzada.

REFERENCIAS

- Avellaneda, A (2018), “Aislamiento sísmico en puentes de México ubicados en la costa del Pacífico”, Tesis de Maestría en el área de Estructuras, Programa de Maestría y Doctorado, UNAM, México. https://ru.dgb.unam.mx/handle/DGB_UNAM/TES01000781739
- Bachmann, H, y W Ammann (1987), “Vibrations in structures: Induced by man and machines”, *Structural Engineering*, International Association for Bridge and Structural Engineering IABSE. ISSN 0254-6302.
- Bachmann, H, W Ammann, F Deischl, J Eisenmann, I Floegl, G H Hirsch, y L Steinbeisser (1995), *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*, Springer Science, ISBN-13: 978-3764351489. <https://doi.org/10.1007/978-3-0348-9231-5>.
- British Standard, UK N.A. EN 1991-2 (2002), *Steel, concrete and composite bridges*, University of Sheffield, England.
- Computers and Structures Inc. (2009), SAP2000, ver., 14.0, Integrated Software for Analysis and Design, Berkeley.
- Hernández, H, I Huergo, C Marín (2016), “Consideraciones de diseño para condiciones de servicio de puentes peatonales”, *XX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Mérida, Yucatán, México.
- Hidalgo, E, J Campuzano, J Rodríguez, L Chias, H Reséndiz, H Sánchez, B Baranda, C Franco, M Híjar (2010), “Motivos de uso y no uso de puentes peatonales en la Ciudad de México: la perspectiva de los peatones”, *Salud Pública de México*, Vol. 52, No.6, pp. 502-510. DOI:[10.1590/S0036-36342010000600004](https://doi.org/10.1590/S0036-36342010000600004).
- Huergo, I (2016), “Control de vibraciones verticales en puentes peatonales mediante amortiguadores de masa sintonizados”, Tesis de maestría en el área de Estructuras, Programa de Maestría y Doctorado, UNAM, México. DOI:[10.13140/RG.2.2.15465.39526](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15465.39526).
- Helmut, W, D Pichler (2005), *Ambient vibration monitoring*, John Wiley and Sons, ISBN-10 0-470-02430-5. <https://doi.org/10.1002/9780470061626.shm158>
- ISO, I (2007), *Bases for Design of Structures: serviceability of buildings and walkways against vibrations*, Geneva: International Organization for Standardization.
- Research Fund for Coal and Steel (2008), *Human induced vibrations of steel structures: Design of footbridges*.
- Román, I (2018), “Pruebas de vibración ambiental en siete puentes peatonales”, Tesis de licenciatura, Facultad de Estudios Superiores (FES) Acatlán UNAM, México. https://ru.dgb.unam.mx/handle/DGB_UNAM/TES01000782941
- Sétra (2006), *Evaluation du comportement vibratoire des passerelles piétonnes sous l’action des piétons*, Association Française de Génie Civil. Sétra/AFGC.

Sistema de Puentes en México, SIPUMEX (2010), “Sistema de gestión y evaluación de Puentes de la red carretera Nacional libre de Peaje”, CAPUFE, SCT, México.

Wheeler, J (1982). “Prediction and control of pedestrian-induced vibration in footbridges”, *Journal of the Structural Division*, ASCE, 108(9), 2045-2065. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0006041>