



## MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO EN PLANTACIONES DE *Swietenia macrophylla* King EN QUINTANA ROO, MÉXICO

### SITE INDEX MODELS IN *Swietenia macrophylla* King PLANTATIONS IN QUINTANA ROO, MEXICO

Xavier García-Cuevas<sup>1</sup>, Jonathan Hernández-Ramos<sup>1\*</sup>,  
Juan Carlos Tamarit-Urias<sup>2</sup>, Adrián Hernández-Ramos<sup>3</sup> y Gerónimo Quiñonez-Barraza<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP), Campo Experimental Chetumal, Xul-Ha, Othón P. Blanco, Quintana Roo, México. <sup>2</sup>INIFAP, Campo Experimental San Martinito, Tlahuapan, Puebla, México. <sup>3</sup>INIFAP, Campo Experimental Saltillo, Hacienda de Buenavista, Saltillo, Coahuila, México. <sup>4</sup>INIFAP, Campo Experimental Valle del Guadiana, Durango, Durango, México.

\*Autor de correspondencia (forestjonathanhdez@gmail.com)

#### RESUMEN

Para contribuir al éxito de las plantaciones forestales comerciales (PFC) es fundamental conocer la capacidad productiva del sitio. Las curvas de índice de sitio (IS) son útiles para clasificar los terrenos forestales en función de la capacidad productiva para una determinada especie forestal. Los objetivos de este trabajo fueron: 1) ajustar modelos de crecimiento en altura dominante en función de la edad con enfoque de modelos de efectos mixtos y 2) generar curvas de IS para PFCs de *Swietenia macrophylla* King en Quintana Roo, México. Para el ajuste de los modelos se utilizaron 396 pares de datos de altura dominante-edad de parcelas temporales colectados en plantaciones con edades de siete a 43 años, los modelos de crecimiento ajustados se basaron en Schumacher, Korf, Chapman-Richards y Weibull. Los modelos de Weibull y Chapman-Richards con efecto aleatorio en el parámetro de la asíntota presentaron la mejor calidad de ajuste. La ecuación que presentó el comportamiento gráfico mejor, al sobreponer las curvas generadas contra los datos observados fue la de Chapman-Richards en la forma anamórfica. Con la curva de crecimiento se estimó una altura máxima de 19.26 m. El patrón de crecimiento en altura dominante de *Swietenia macrophylla* fue modelado satisfactoriamente utilizando datos temporales y un modelo no lineal de efectos mixtos en el parámetro asíntótico.

**Palabras clave:** Caoba, curva guía, curvas anamórficas, curvas polimórficas, efectos mixtos.

#### SUMMARY

The success of commercial forest plantations (CFP) depends on essential knowledge of the productive capacity of the site. Site index (SI) curves help classify forest land based on the productive capacity for a given forest species. This study attempted 1) to fit dominant-height growth models as a function of age with a mixed-effects model approach and 2) to generate SI curves for CFPs of *Swietenia macrophylla* King in Quintana Roo, Mexico. Model adjustment contained 396 pairs of dominant height-age data from temporary plots collected in plantations aged seven to 43 years. The adjusted growth models were based on Schumacher, Korf, Chapman-Richards and Weibull. The Weibull and Chapman-Richards models with a random effect on the asymptotic parameter presented the best goodness of fit. The equation with the best graphic behavior when superimposing the generated curves against the observed data was Chapman-Richards in anamorphic form. The growth curve predicted a maximum height of 19.26 m. Temporal data allowed successful modeling of the dominant height growth pattern of *Swietenia*

*macrophylla* and a nonlinear mixed effect model on the asymptotic parameter.

**Index words:** Anamorphic curve, guide curve, mahogany, mixed effects, polymorphic curve.

#### INTRODUCCIÓN

En las zonas tropicales de México, *Swietenia macrophylla* King (caoba) es una de las especies más importantes, ya que es la guía en el manejo forestal y una de las especies más apreciadas por la industria por su calidad, belleza, durabilidad, y usos múltiples, como fabricación de muebles, barcos, artesanías, instrumentos musicales y otros productos de madera de alto costo (SEMARNAT, 2014). El estado de Quintana Roo ocupa el segundo lugar nacional en extracción de madera preciosa de caoba con 4807 m<sup>3</sup> por año (SEMARNAT, 2016). Por su estatus de conservación, está incluida en el Apéndice III de la reglamentación de la Convención sobre el Comercio Internacional de Especies Amenazadas de Fauna y Flora Silvestres (CITES) (CONABIO, 2017).

La caoba es una especie que llega a alcanzar en promedio 35 m de altura (Schmidt y Jøker, 2000); se han descrito ejemplares de hasta 70 m de altura y 3.5 m de diámetro normal (Pennington y Sarukhán, 2016), tiene una densidad básica media de 0.42 g cm<sup>-3</sup> (Tamarit y López, 2007) y es una especie con un potencial alto para el establecimiento de plantaciones forestales en los trópicos (Pérez et al., 2012).

La evaluación y clasificación de las áreas forestales, de acuerdo con la capacidad productiva, es la base para la planificación del establecimiento y manejo de plantaciones forestales comerciales (PFCs) (Carrero et al., 2008), porque una diferencia en productividad dentro de

sitios o regiones determina aspectos críticos de manejo, tales como la edad ( $E$ ) para aplicar tratamientos silvícolas, turno de cosecha, técnicas de aprovechamiento de los productos a obtener, o bien, indicadores financieros que influyen en la rentabilidad de la inversión (Andenmatten y Letourneau, 1998; Gaillard *et al.*, 2000).

La metodología más usada para clasificar la calidad de estación en PFCs uniespecíficas y coetáneas es el índice de sitio ( $IS$ ), definido como la altura dominante ( $H_d$ ) que alcanza el rodal a una edad base ( $E_b$ ) o de referencia (Nava-Nava *et al.*, 2020; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2015) debido a que la altura mayor en un rodal monoespecífico y coetáneo es poco afectada por la densidad, y el crecimiento en altura dominante del rodal sigue un patrón determinado y tiene alta correlación con la producción del volumen maderable (Clutter *et al.*, 1983; Torres y Magaña, 2001).

La altura dominante se determina con base en el promedio de la altura total ( $H_d$ ) de una muestra representativa de los árboles más altos del rodal coetáneo (Clutter *et al.*, 1983; Fu *et al.*, 2018). Dicho procedimiento, de acuerdo con la hipótesis de Eichhorn (Carrero *et al.*, 2008; Fontes *et al.*, 2003), donde la altura dominante es un indicador de la productividad potencial de una especie para un sitio en particular, toda vez que la producción total de un rodal óptimamente ocupado es una función de la altura de éste (Álvarez *et al.*, 2004; Nava-Nava *et al.*, 2020; Torres y Magaña, 2001).

La evaluación de la calidad de sitio se realiza por métodos directos e indirectos. Los métodos indirectos, basados en la altura dominante y la edad, han mostrado ser los más adecuados debido a la baja afectación por la densidad o tratamientos silvícolas (Álvarez *et al.*, 2004; Torres y Magaña, 2001). Para identificar y diferenciar las calidades de sitio para una especie, con base en un modelo de crecimiento, se construyen curvas de índice de sitio a partir de las alturas dominantes observadas para una variedad de sitios (Carrero *et al.*, 2008).

Tradicionalmente, para ajustar ecuaciones y generar curvas de índice de sitio, se utilizan modelos de regresión lineal y no lineal donde se asumen supuestos de normalidad, homogeneidad de varianzas e independencia de los errores (Carrero *et al.*, 2008); sin embargo, tales supuestos pueden ser violados cuando se analizan datos transversales, longitudinales, de remediciones o agrupados por niveles de clasificación, porque éstos pueden estar correlacionados entre sí (Carrero *et al.*, 2008; Diggle *et al.*, 2002; Littell *et al.*, 2006; Seoane, 2014). Para contribuir a solventar tales problemas, actualmente se usan técnicas de ajuste como los modelos de efectos

mixtos (MEM), donde se incorporan efectos aleatorios asociados a sus parámetros, lo que influye favorablemente en el término de error (Jerez-Rico *et al.*, 2011).

Los modelos de efectos mixtos permiten corregir la estructura de varianzas-covarianzas asociadas con datos de remediciones de los árboles (Diggle *et al.*, 2002; Littell *et al.*, 2006; Verbeke y Molenberghs, 2000), mientras que, para datos temporales, los MEM agrupan la variabilidad de la información de acuerdo con variables de clasificación durante el ajuste estadístico al utilizar covariables adicionales al modelo empleado (Seoane, 2014); estas covariables se incluyen en la formulación del modelo al considerar los parámetros fijos que son comunes a la muestra como aleatorios que son particulares para cada nivel de agrupación y donde los niveles múltiples de clasificación compensan las diferencias en los grados de libertad en la estructura de los modelos ajustados (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006). Se ha recurrido al uso de esta técnica para modelar el patrón de crecimiento en altura dominante e índice de sitio, con mejores resultados con respecto a los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) lineales o no lineales; por ejemplo, Fang y Bailey (2001) utilizaron los modelos de efectos mixtos para evaluar el efecto de tratamientos silvícolas intensivos sobre el crecimiento de altura dominante en *Pinus elliottii* (Engelm.) en esados Unidos de América; Calegario *et al.* (2005) modelaron los patrones de crecimiento en altura dominante en plantaciones forestales comerciales de híbridos del género *Eucalyptus* en Brasil; Wang *et al.* (2008) utilizaron información pareada de altura dominante-edad en plantaciones de *Pinus taeda* L. en Georgia y Florida, EUA; Carrero *et al.* (2008), en Venezuela, generaron curvas de índice de sitio en plantaciones forestales comerciales de *Eucalyptus urophylla* S.T. Blake con distintas estructuras ajustadas por modelos de efectos mixtos; Jerez-Rico *et al.* (2011) analizaron modelos lineales y no lineales con la técnica de modelos de efectos mixtos para desarrollar curvas de índice de sitio para *Tectona grandis* L. f. en Venezuela; Nigh (2015), en el oeste de Canadá, desarrolló un modelo de índice de sitio para *Picea engelmannii* Parry ex Engelm. mediante modelos de efectos mixtos y la técnica de diferencia algebraica generalizada, y Fu *et al.* (2018), en el noreste de China, generaron modelos de altura dominante para rodales naturales de *Quercus mongolica* Fisch. ex Turcz. y *Larix olgensis* A. Henry.

En México, Tamarit-Urias *et al.* (2014) con esta técnica clasificaron la productividad de plantaciones forestales comerciales de *T. grandis* y García-Espinoza *et al.* (2019) en plantaciones forestales comerciales de *Pinus pseudostrobus* Lindl., y coinciden que, en términos de sesgo, precisión y flexibilidad, la técnica de modelos de efectos mixtos proporciona ajustes de mejor calidad; por

lo cual, los objetivos de la presente investigación fueron 1) ajustar modelos de crecimiento en altura dominante en función de la edad con enfoque de modelos de efectos mixtos y, 2) generar curvas de *IS* para PFCs de *S. macrophylla* King en Quintana Roo, México.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Área de estudio

El estudio se realizó en el Sitio Experimental San Felipe Bacalar, Unidad Lázaro Cárdenas en el municipio de Bacalar, y los ejidos Chunhuhub y Naranjal Poniente del municipio de Felipe Carrillo Puerto, Quintana Roo, México (Figura 1). De acuerdo con la clasificación climática de Köppen, modificada por García (1983), predomina el clima  $Aw(x^i)$ , o cálido subhúmedo con lluvias en verano y parte del invierno, la oscilación térmica es menor de 5° C. La temperatura media anual es de 25.5 °C y la precipitación media anual de 1260 mm, con una época seca bien marcada entre diciembre y mayo (INEGI, 2016).

Las PFCs se localizan en llanuras casi planas, en suelos que corresponden a Tzek'el (Leptosol), Kakab (Rendzina); K'ankab (Luvisol crómico), Yax-hoom (Vertisol pélico) y Ak'alche (Vertisol gleyco), de acuerdo con la terminología maya y su equivalente según la FAO (2007). En cada una de las 24 PFCs de *S. macrophylla* de entre siete y 43 años se muestrearon dos sitios de 400 m<sup>2</sup> y se obtuvieron 396 datos de altura dominante–edad (*Hd-E*).

La variación en *Hd* de los árboles fue reducida, ya que los árboles más variables fluctuaron alrededor de 11 % con respecto al promedio. El coeficiente de asimetría (0.15) indicó una distribución sesgada a la izquierda, en tanto que la curtosis reveló una distribución platicúrtica (-1.16) (Cuadro 1).

### Modelos de ajustados

Para seleccionar una ecuación base, los modelos de crecimiento de Schumacher, Korf, Chapman-Richards y Weibull (Kiviste *et al.*, 2002) fueron ajustados a los datos con el paquete estadístico SAS/ETS 9.4® con el procedimiento Model y la técnica de máxima verosimilitud con información completa (FIML) para obtener estimadores consistentes (SAS Institute, 2015).

Los valores iniciales de los parámetros se asignaron con base en los resultados obtenidos para otras investigaciones (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Trincado y Leal, 2006).

Una vez seleccionada la mejor ecuación en términos

de precisión, ésta se ajustó bajo el enfoque de MEM considerando el tipo de suelo como covariable, debido a que éste influye en la capacidad productiva de las áreas de las PFCs de *S. macrophylla* (Pérez *et al.*, 2012). Los modelos se ajustaron con el procedimiento NLMIXED y la técnica de optimización Quasi-Newton dual utilizando el método de integración de primer orden (FIRO) (SAS Institute, 2015).

En los modelos se incluyó el efecto aleatorio de la manera siguiente: 1) en el parámetro relacionado con la altura máxima o asíntota del modelo (parámetro  $\beta_0$ ), 2) en el parámetro relacionado con la velocidad de crecimiento (parámetro  $\beta_1$ ), 3) en el parámetro de forma relacionado con el sitio ( $\beta_2$ ), 4) en dos parámetros y 5) en todos los parámetros de manera simultánea (Cuadro 2).

Para los modelos de efectos fijos, el ajuste estadístico se evaluó por medio de la significancia de los parámetros ( $P \leq 0.05$ ), el coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ), la raíz del cuadrado medio del error (*RCME*), el error estándar aproximado (*Eea*) y la distribución de residuales, en tanto que, para los modelos de efectos mixtos se usó el logaritmo de verosimilitud ( $-2\log Lik$ ), criterio de información de Akaike (*AIC*) y criterio de información Bayesiano (*BIC*) (Hernández-Ramos *et al.*, 2020; 2021). La precisión de la capacidad predictiva de los modelos se analizó mediante el sesgo promedio absoluto ( $\bar{E}$ ) (García *et al.*, 2021; Hernández *et al.*, 2021). Dado que la calidad del ajuste no necesariamente refleja la confiabilidad de las predicciones (Kozak y Kozak, 2003; Quevedo *et al.*, 2004), se realizó un análisis gráfico de los valores predichos con respecto a los valores observados, tal como lo proponen Nava-Nava *et al.* (2020).

Con la ecuación base seleccionada por su ajuste y predicción, se generó la curva guía en *Hd*, al considerar que cuando la *E* se hace igual a la  $E_b$ , entonces la *Hd* es igual al *IS* (García *et al.*, 2021). Para generar las curvas anamórficas, de las ecuaciones de *IS* se despejó el parámetro de la asíntota y la expresión se sustituyó en la ecuación base, con lo que el parámetro asíntótico se considera implícito y los parámetros de forma fueron comunes para todos los sitios (Clutter *et al.*, 1983; García *et al.*, 2021); mientras que, al variar la *E* y las clases de *IS* y mantener constante la  $E_b$ , se generaron las curvas anamórficas. Por otra parte, para generar las curvas polimórficas, de las ecuaciones de *IS* se despejó alguno de los parámetros de los exponentes y se sustituyó en la ecuación base (García *et al.*, 2021); igualmente, al variar la *E* y las clases de *IS* y mantener constante la  $E_b$ , se generan las curvas polimórficas (Clutter *et al.*, 1983; García *et al.*, 2021). En la construcción de las curvas de *IS* se utilizó una  $E_b$  de 30 años.

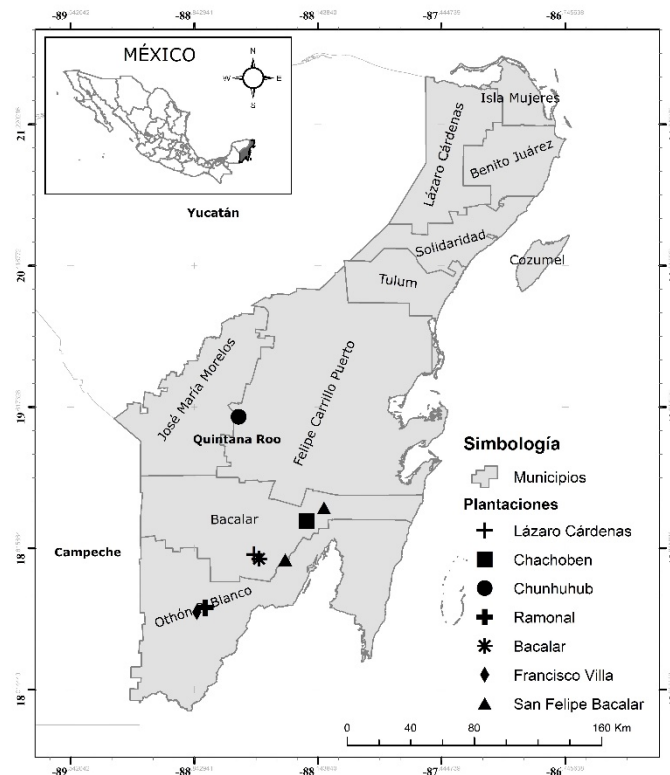


Figura 1. Localización de las plantaciones forestales comerciales de *Swietenia macrophylla* en el área de estudio.

RESULTADOS

Modelo de efectos fijos

El análisis de varianza para el ajuste de modelos de efectos fijos confirmó que la ecuación [3] describe mejor la altura total en función de la edad, ya que minimiza la RCME, maximiza el  $R^2_{adj}$  y todos sus parámetros fueron significativos ( $P \leq 0.0001$ ) (Cuadro 3).

En la Figura 2A se observa la curva guía y la distribución de residuales (Figura 2B) con un máximo de 4.23 m; por lo anterior, el modelo [3] se utilizó como base para ser ajustado con la técnica de modelos mixtos.

Modelo de efectos mixtos

En el Cuadro 4 se presentan los parámetros estimados en los ajustes de los MEM y valores en los indicadores de ajuste, mientras que se describen gráficamente los datos observados en la Figura 3A. Al comparar los valores de ajuste y precisión (Cuadros 4 y 5), se tiene que el modelo [3.1], con todos los parámetros significativos, presenta el efecto aleatorio asociado con el tipo de suelo en el parámetro relacionado con la asíntota o máxima dimensión en altura dominante para la especie, así como

un comportamiento gráfico adecuado de los valores estimados con respecto a los observados (Figura 3A); asimismo, mejora la distribución de residuales porque el valor máximo para efectos fijos fue de 4.23 m (Figura 2B) y para efectos mixtos de 3.4 m (Figura 3B).

La estructura de la ecuación seleccionada con la que se construyó la curva guía (Figura 3A) es:  $Hd = 19.2662 (1 - e^{-0.0752 \times E})^{1.1372}$ . A partir de la ecuación seleccionada se estimó *Hd* de los árboles en un intervalo de uno a 43 años. Bajo MEM, el factor suelo operó como una variable de agrupación auxiliar para el ajuste, la cual se asume como un efecto aleatorio y permitió generar una curva genérica de *Hd*.

En los modelos evaluados, los efectos mixtos se incluyeron para considerar en las ecuaciones el efecto del tipo de suelo durante el ajuste y, de acuerdo con De los Santos-Posadas *et al.* (2006), Tamarit-Urias *et al.* (2014) y García-Espinoza *et al.* (2019), esto permite obtener estimadores más eficientes, precisos y confiables de los parámetros fijos del modelo, que reflejan el patrón de desviación con respecto a la media.

El sesgo indica que el modelo subestima la *Hd* en 0.0015 m a nivel de árbol individual. Estos resultados son

**Cuadro 1. Estadísticos descriptivos de las plantaciones analizadas.**

Plantación	Tipo suelo	Edad (años)	Estadísticos descriptivos							
			Hd (m)	Mín (m)	Máx (m)	Var (m <sup>2</sup> )	STD (m)	CV (%)	Coefficiente asimetría	Curtosis
1	Yax-hoom	7	7.49	6.70	8.20	0.27	0.52	6.91	-0.30	-1.26
2	K'ankab	7	7.43	6.90	8.40	0.26	0.51	6.82	1.07	0.58
3	K'ankab	9	9.58	8.75	11.20	0.43	0.66	6.85	0.70	-0.44
4	Pus-lum	9	7.48	6.50	10.60	0.67	0.82	10.94	1.41	2.88
5	K'ankab	13	10.41	9.60	13.70	1.09	1.05	10.05	2.32	5.84
6	Pus-lum	13	11.25	10.30	12.30	0.40	0.63	5.59	0.16	-1.17
7	Ak'alche	17	14.51	13.50	15.75	0.49	0.70	4.84	0.30	-0.76
8	K'ankab	17	11.82	11.50	12.30	0.19	0.44	3.71	0.60	-3.33
9	Ak'alche	18	14.96	14.40	16.05	0.56	0.75	5.00	1.64	2.70
10	Yax-hoom	19	12.88	11.70	14.60	0.85	0.92	7.16	0.79	-0.52
11	Yax-hoom	24	16.89	15.70	18.50	1.21	1.10	6.50	0.46	-1.67
12	Pus-lum	24	15.74	14.80	17.30	0.91	0.96	6.07	1.35	2.12
13	Pus-lum	24	15.30	14.20	17.20	0.81	0.90	5.89	0.77	0.07
14	Pus-lum	24	14.37	13.00	16.20	0.91	0.95	6.64	0.35	-0.84
15	Pus-lum	26	15.00	13.60	17.30	0.98	0.99	6.59	0.55	-0.14
16	Pus-lum	26	15.26	13.90	16.80	0.79	0.89	5.83	0.09	-0.93
17	Pus-lum	27	14.23	13.05	16.35	0.67	0.82	5.75	0.45	0.33
18	Pus-lum	34	18.20	17.30	19.20	0.72	0.85	4.68	0.36	-2.76
19	K'ankab	34	18.30	17.70	19.10	0.28	0.53	2.87	0.49	-0.89
20	Pus-lum	34	18.49	17.20	21.30	1.88	1.37	7.42	1.35	1.02
21	Ak'alche	35	16.46	15.75	18.15	0.80	0.89	5.42	1.17	0.38
22	Pus-lum	43	19.62	18.75	21.00	0.87	0.93	4.76	0.86	-0.53
23	Box-lum	43	19.56	17.40	21.00	1.62	1.27	6.51	0.20	-2.42
24	K'ankab	43	16.87	15.75	18.90	0.90	0.95	5.62	0.75	0.18

Mín: mínimo, Máx: máximo, Var: varianza, STD: desviación estándar, CV: coeficiente de variación.

menores que los obtenidos por García *et al.* (2007a, 2007b y 2021) para *Cedrela odorata* en la región sur del Estado de Quintana Roo, México.

La expresión que genera las curvas anamórficas mediante el método de la curva guía, de acuerdo con García *et al.* (2021) es:

$$Hd = IS \left[ \frac{1 - e^{-0.0752E}}{1 - e^{-0.0752E_b}} \right]^{1.1372}$$

Se utilizaron tres clases en las alturas dominantes (14, 17

y 20 m). Gráficamente se determinó que la ecuación [3.1] en versión anamórfica fue la mejor, ya que las tendencias de las curvas se apegaron de mejor manera a las alturas observadas (Figura 4A). Por su parte, la expresión que genera las curvas polimórficas de *IS* que se derivan del modelo [3.1], al despejar el parámetro  $\beta_2$  referido al sitio, de acuerdo con García-Espinoza *et al.* (2019) y García *et al.* (2021), resulta en la siguiente expresión:

$$Hd = 19.2662 [1 - e^{-0.0752E}]^{\left( \frac{\ln(19.2662)}{\ln(1 - e^{-0.0752E_b})} \right)}$$

Donde se utilizaron las etiquetas de 14, 16 y 18 m debido

**Cuadro 2. Modelos de crecimiento de efectos fijos y con inclusión de efectos mixtos.**

Modelo	Efectos fijos	Ecuación	Efectos mixtos	Ecuación
			$Hd = (\beta_0 + u_0) e^{-\beta_1/E} + \varepsilon$	[1.1]
Schumacher	$Hd = \beta_0 e^{-\beta_1/E} + \varepsilon$	[1]	$Hd = \beta_0 e^{-(\beta_1+u_1)/E} + \varepsilon$	[1.2]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) e^{-(\beta_1+u_1)/E} + \varepsilon$	[1.3]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) e^{-\beta_1/E^{\beta_2}} + \varepsilon$	[2.1]
			$Hd = \beta_0 e^{-(\beta_1+u_1)/E^{\beta_2}} + \varepsilon$	[2.2]
			$Hd = \beta_0 e^{-\beta_1/E(\beta_2+u_2)} + \varepsilon$	[2.3]
Korf	$Hd = \beta_0 e^{-\beta_1/E^{\beta_2}} + \varepsilon$	[2]	$Hd = (\beta_0 + u_0) e^{-(\beta_1+u_1)/E^{\beta_2}} + \varepsilon$	[2.4]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) e^{-\beta_1/E(\beta_2+u_2)} + \varepsilon$	[2.5]
			$Hd = \beta_0 e^{-(\beta_1+u_1)/E(\beta_2+u_2)} + \varepsilon$	[2.6]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) e^{-(\beta_1+u_1)/E(\beta_2+u_2)} + \varepsilon$	[2.7]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{-(\beta_1/E)}]^{\beta_3} + \varepsilon$	[3.1]
			$Hd = \beta_0 [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E}]^{\beta_3} + \varepsilon$	[3.2]
			$Hd = \beta_0 [1 - e^{-\beta_1/E}]^{(\beta_3+u_2)} + \varepsilon$	[3.3]
Chapman-Richards	$Hd = \beta_0 [1 - e^{-\beta_1/E^{\beta_3}}] + \varepsilon$	[3]	$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E}]^{\beta_3} + \varepsilon$	[3.4]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{-\beta_1/E}]^{(\beta_3+u_2)} + \varepsilon$	[3.5]
			$Hd = \beta_0 [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E}]^{(\beta_3+u_2)} + \varepsilon$	[3.6]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E}]^{(\beta_3+u_2)} + \varepsilon$	[3.7]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{-\beta_1/E^{\beta_2}}] + \varepsilon$	[4.1]
			$Hd = \beta_0 [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E^{\beta_2}}] + \varepsilon$	[4.2]
			$Hd = \beta_0 [1 - e^{\beta_1/E(\beta_2+u_2)}] + \varepsilon$	[4.3]
Weibull	$Hd = \beta_0 [1 - e^{-\beta_1/E^{\beta_2}}] + \varepsilon$	[4]	$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E^{\beta_2}}] + \varepsilon$	[4.4]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{\beta_1/E(\beta_2+u_2)}] + \varepsilon$	[4.5]
			$Hd = \beta_0 [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E(\beta_2+u_2)}] + \varepsilon$	[4.6]
			$Hd = (\beta_0 + u_0) [1 - e^{-(\beta_1+u_1)/E(\beta_2+u_2)}] + \varepsilon$	[4.7]

$\beta_0$ ; parámetros del modelo,  $Hd$ : altura dominante,  $E$ : edad (años),  $u_i$ : término asociado con el efecto aleatorio y  $\varepsilon$ : término de error aleatorio del modelo.

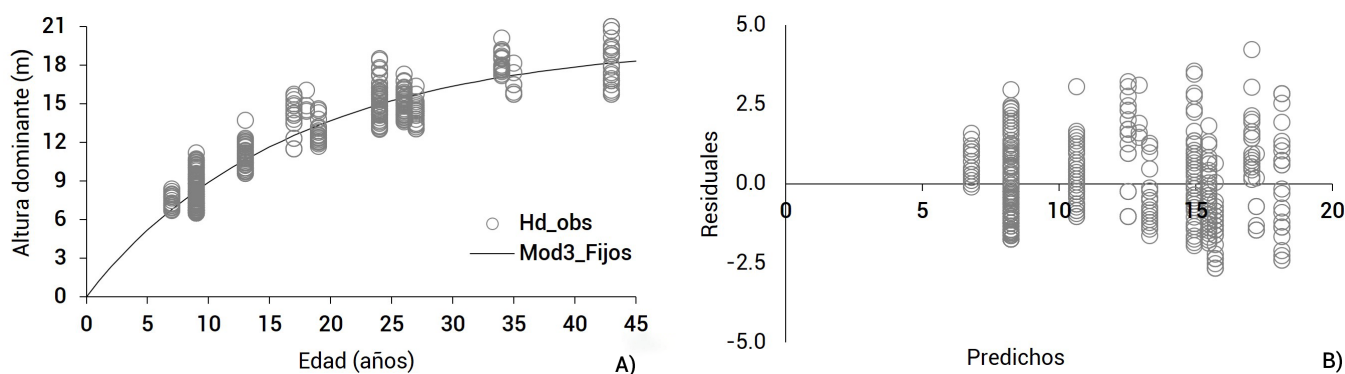
a que el valor de la asíntota del ajuste genérico del modelo no permite sobrepasar los 18 m. Se observa que las curvas polimórficas sobreestiman la altura dominante en calidades de sitio mayores a edades tempranas y subestiman en calidades menores (Figura 4B), mientras que a edades mayores subestiman en calidades de sitio mayores y sobrestiman en calidades menores (Figura 4B), razón por la cual se considera que, para este caso, estas

curvas no son adecuadas para evaluar la productividad para esta especie en la zona de estudio. Es necesario mencionar que la aplicación de esta ecuación promedio o genérica para la población resulta en pérdida de precisión en las estimaciones.

Al estimar los valores específicos del parámetro  $\beta_0$  (asíntota) con la expresión 3.1 para cada tipo suelo, se

**Cuadro 3. Parámetros estimados de los modelos de crecimiento de efectos fijos evaluados.**

Ecuación	Parámetro	Estimación	Eea	Valor t	Pr >  t	R <sup>2</sup> <sub>adi</sub>	RCME
1	$\beta_0$	21.8180	0.2152	101.38	< 0.0001	0.884	1.3433
	$\beta_1$	8.865977	0.1843	48.1	< 0.0001		
2	$\beta_0$	27.91619	2.5562	10.92	< 0.0001	0.886	1.3249
	$\beta_1$	5.41240	0.6117	8.85	< 0.0001		
	$\beta_2$	0.67786	0.0824	8.23	< 0.0001		
3	$\beta_0$	19.76613	0.6221	31.78	< 0.0001	0.887	1.3246
	$\beta_1$	0.05759	0.0070	8.12	< 0.0001		
	$\beta_2$	0.96710	0.0739	13.09	< 0.0001		
4	$\beta_0$	19.87822	0.7378	26.94	< 0.0001	0.886	1.3286
	$\beta_1$	0.06298	0.0048	13.1	< 0.0001		
	$\beta_2$	0.97413	0.0480	20.28	< 0.0001		



**Figura 2. Curva guía (A) y distribución de residuales para el mejor modelo de efectos fijos (B) evaluado.**

obtuvieron valores de 19.5037 m en K’ankab, 17.7158 m en Ak’alche, 19.1409 m cuando el suelo fue de tipo Yax-hoom, 19.8940 en Box-lum y 20.0853 para Pus-lum. Con referencia al parámetro  $\beta_1$ , para cada suelo se obtuvieron valores específicos: 0.07492559 para K’ankab, 0.06103347 para Ak’alche, 0.07157793 para Yax-hoom, 0.08257073 para Box-lum y 0.08095509 en Pus-lum. Al utilizar los valores por tipo de suelo cuando se considera la asíntota aleatoria, se observa una diferencia a la edad de 45 años de 2.28 m entre el suelo Pus-lum en comparación con el suelo de tipo Ak’alche, que es el de mayor crecimiento (Figura 5A), en tanto que, la tendencia de crecimiento se repite al utilizar el parámetro relacionado con el sitio en los distintos tipos de suelo; sin embargo, presenta una diferencia promedio entre el mejor y peor suelo de 1.6 m, con una discrepancia marcada alrededor de la edad de 30 años (Figura 5B).

En la Figura 5 se identificaron las distintas tendencias de crecimiento de la altura dominante por tipo de suelo, donde se proponen dos tendencias de curvas (Figura 6), una para los de mayor crecimiento, como K’ankab, Yax-hoom, Box-lum y Pus-lum, y una particular para Ak’alche, que es el suelo con menor desarrollo en general. Al construir series de curvas, se ratifica que las anamórficas (Figura 6A) son las más adecuadas para representar la tendencia de crecimiento para caoba, ya que en las curvas polimórficas (Figura 6B) se tuvo que disminuir las etiquetas de índice de sitio para obtener tendencias lógicas debido a la estructura matemática de la expresión y al valor asintótico del parámetro, por lo cual los valores de altura dominante son menores.

**Cuadro 4. Parámetros estimados de los modelos de crecimiento de efectos mixtos evaluados.**

Ecuación	Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Pr >  t	IC Inferior	IC Superior
3.1	$\beta_0$	19.2662	0.6952	27.86	< 0.0001	17.9950	20.5374
	$\beta_1$	0.0752	0.0119	6.3	< 0.0001	0.0581	0.0922
	$\beta_2$	1.1372	0.1527	7.58	< 0.0001	0.9472	1.3271
	$u_0$	0.944	0.0681	13.84	< 0.0001	0.7994	1.0886
3.2	$\beta_0$	19.1114	0.5558	35.59	< 0.0001	18.2627	19.9601
	$\beta_1$	0.0742	0.0064	11.77	< 0.0001	0.0587	0.0896
	$\beta_2$	1.0568	0.2459	6.7	< 0.0001	0.9353	1.1784
	$u_1$	0.9666	0.07051	13.71	< 0.0001	0.8171	1.1160
3.3	$\beta_0$	19.6529	0.7412	28.98	< 0.0001	18.5814	20.7238
	$\beta_1$	0.0581	0.0032	17.07	< 0.0001	0.0465	0.0696
	$\beta_2$	0.8412	0.1991	7.44	< 0.0001	0.6729	1.0094
	$u_2$	0.9440	0.0681	13.84	< 0.0001	0.7994	1.0886

$\beta$ 's: parámetros de los modelos, IC: intervalo de confianza,  $u$ : efecto aleatorio.

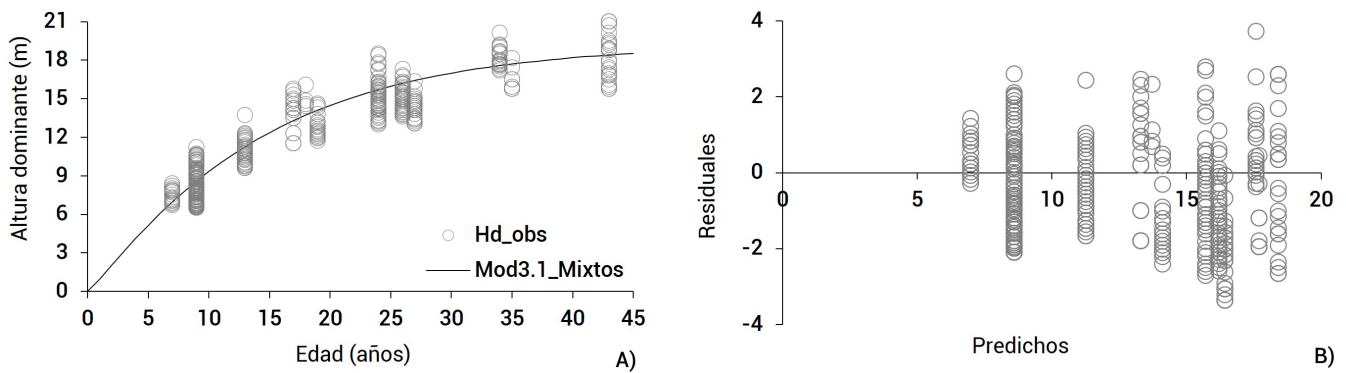


Figura 3. Curva guía (A) y distribución de residuales para el mejor modelo de efectos mixtos (B) evaluado.

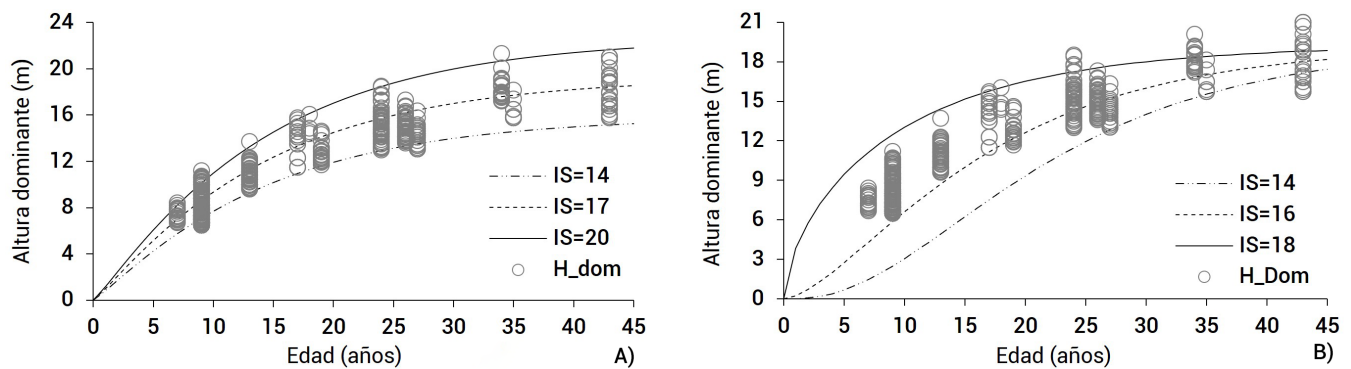


Figura 4. Curvas anamórficas (A) y polimórficas (B) de índice de sitio en caoba generadas mediante el MEM 3.1.



**Cuadro 5. Valores de los criterios de ajuste de los modelos de crecimiento de efectos mixtos evaluados.**

Modelo	Criterios de bondad de ajuste					
	RCME	$R^2_{adj}$	-2logLik	AIC	BIC	$\bar{E}$
3.1	1.13	0.914	-605.6	1213.2	1247.1	0.0015
3.2	1.16	0.913	-607.5	1227.0	1250.9	0.0002
3.3	1.21	0.911	-614.2	1240.5	1264.3	0.0003

-2 logLik: logaritmo de verosimilitud, AIC: criterio de información de Akaike, BIC: criterio de información bayesiano,  $\bar{E}$ : sesgo promedio absoluto.

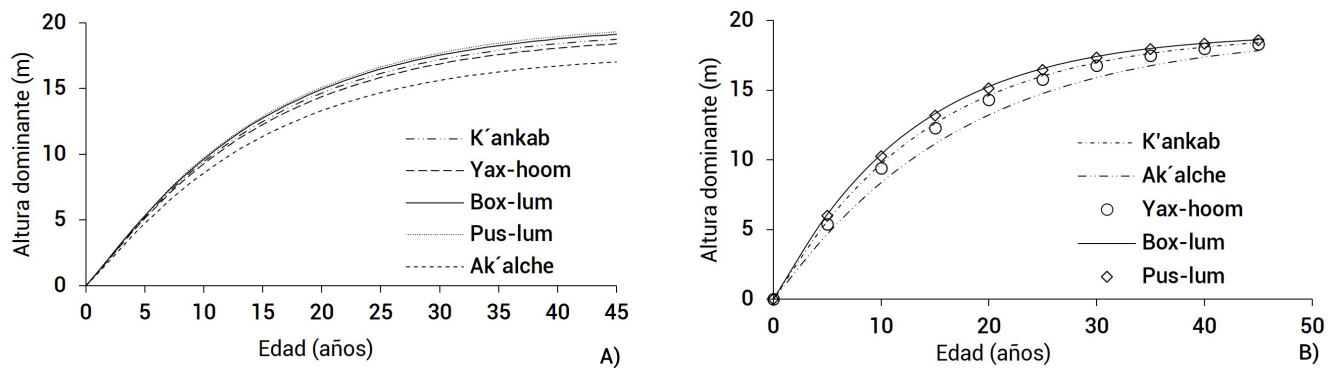


Figura 5. Crecimiento en altura dominante al utilizar los parámetros específicos para cada tipo de suelo en el parámetro  $\beta_0$  (A) y  $\beta_1$  (B).

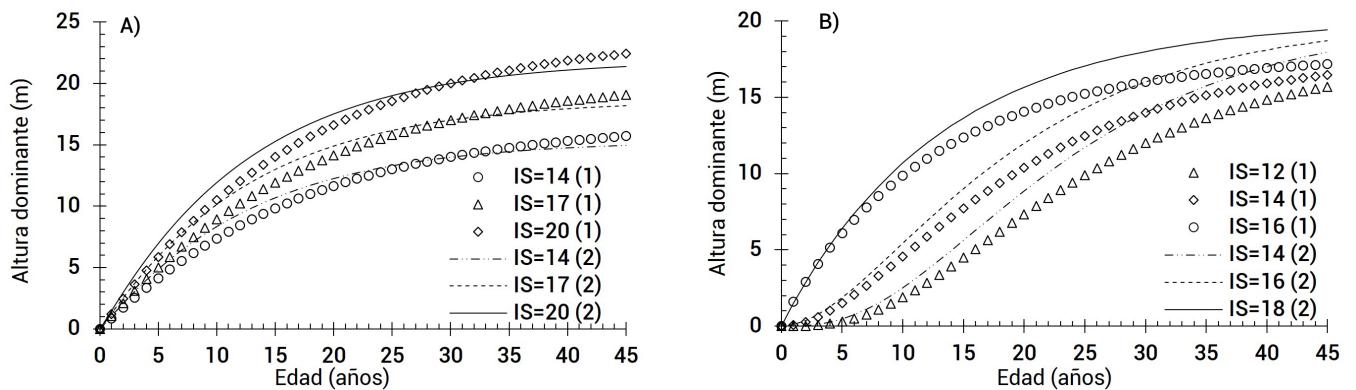


Figura 6. Curvas de crecimiento en altura dominante de tipo anamórficas (A) y polimórficas (B) para caoba generadas mediante el MEM 3.1.

## DISCUSIÓN

La inclusión de covariables dentro del ajuste de MEM permitió obtener estimadores precisos y confiables, tal como lo documentaron De los Santos-Posadas *et al.* (2006), Tamarit-Urias *et al.* (2014) y García-Espinoza *et al.* (2019). El ajuste con MEM permitió clasificar las áreas forestales o PFCs con mayor certeza de acuerdo con la productividad (Carrero *et al.*, 2008); además, puede ser un indicativo más preciso para establecer actividades silvícolas de manejo y realizar proyecciones financieras más acordes con las condiciones reales de los recursos maderables (Andenmatten y Letourneau, 1998; Gaillard *et al.*, 2000).

Aun cuando la metodología de curva guía es la más empleada para establecer niveles de productividad en áreas forestales (Clutter *et al.*, 1983; García *et al.*, 2007a; García *et al.*, 2021; Torres y Magaña, 2001), que en la mayoría se ajusta por MCO, el enfoque de MEM, en este caso disminuyó en 19.8 % el tamaño de la distribución de los residuales máximos alrededor de cero (Figuras 2B y 3B), debido a que la varianza es agrupada por nivel de clasificación (Carrero *et al.*, 2008; Diggle *et al.*, 2002; Littell *et al.*, 2006; Seoane, 2014; Verbeke y Molenberghs, 2000).

En comparación con otros estudios, los indicadores estadísticos aquí obtenidos son superiores a los reportados; por ejemplo, Pérez *et al.* (2012) para plantaciones de *S. macrophylla* en Tabasco, México, ajustaron el modelo de Korf hasta la edad de 35 años y obtuvieron una  $R^2$  de 0.80 y una asíntota de 12.34 m, pero generaron curvas a una edad base de 10 años.

Los resultados obtenidos son semejantes a los valores reportados por García *et al.* (2007a) para esta especie en Quintana Roo, México, quienes con el modelo de Chapman-Richards, a la edad de los árboles de 34 años, obtuvieron buenos resultados para la versión anamórfica y con el modelo de Weibull en la versión polimórfica, siendo la versión anamórfica la mejor, con una  $R^2$  de 0.99 y una asíntota de 18.13 m, generando curvas anamórficas y polimórficas de  $IS$  a la edad base de 30 años.

Salazar *et al.* (2012) ajustaron el modelo de Schumacher para elaborar curvas anamórficas de índice de sitio en plantaciones jóvenes (seis años) de caoba, donde obtuvieron una  $R^2$  de 0.93 y predicción de crecimiento de 7.1 y 9 m para árboles codominantes y dominantes a los 4 años de edad, consideraron que las diferencias se presentaron por las condiciones específicas de cada lugar y el estado de desarrollo de las PFC. Al comparar con otros estudios, estos autores mencionaron que los crecimientos esperados a los cinco años de edad son

similares a los obtenidos por García *et al.* (2007a).

## CONCLUSIONES

El modelo de Chapman-Richards con enfoque de modelo de efectos mixtos en el parámetro asíntotico genera curvas de índice de sitio de tipo anamórficas más adecuadas en plantaciones forestales comerciales de *Swietenia macrophylla*; con ellas es posible realizar la clasificación de las plantaciones forestales de acuerdo con el nivel de productividad. El empleo de modelos de efectos mixtos permite ajustar ecuaciones más precisas y confiables con respecto a los modelos de efectos fijos; además, las condiciones de suelo determinan el crecimiento máximo en altura para las plantaciones forestales de esta especie. Por su robustez estadística las expresiones propuestas podrán ser incluidas dentro de un sistema de crecimiento y rendimiento con una precisión aceptable.

## BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez G. J. G., M. Barrio A., U. Diéguez A. y A. Rojo A. (2004) Metodología para la construcción de curvas de calidad de estación. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales* 18:303-309.
- Andenmatten E. y F. Letourneau (1998) Curvas de índice de sitio y crecimiento en altura para pino oregon (*Pseudotsuga menziesii* Mirb. Franco) de aplicación en la región andino patagónica de las provincias de Río Negro y Chubut, Argentina. *Revista de la Facultad de Agronomía, La Plata* 103:69-75.
- Calegario N., R. F. Daniels, R. Maestri and R. Neiva (2005) Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal *Eucalyptus* plantation case study. *Forest Ecology and Management* 204:11-21, <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2004.07.051>
- Carrero O., M. Jerez, R. Macchiavelli, G. Orlandoni y J. Stock (2008) Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. *Interciencia* 33:265-272.
- Clutter J. L., J. C. Fortson, L. V. Piennar, G. H. Brister and R. L. Bailey (1983) *Timber Management Quantitative Approach*. Wiley. New York, USA. 333 p.
- CONABIO, Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (2017) Guía Complementaria para Elaborar Programas de Manejo Forestal Sustentable y Documentos Técnicos Unificados que Incluyan Aprovechamiento de Caoba (*Swietenia macrophylla* King) en el Marco de las Disposiciones de la CITES. Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad. Ciudad de México. 23 p.
- De los Santos-Posadas H. M., M. Montero-Mata y M. Kanninen (2006) Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia* 40:521-532.
- Diéguez-Aranda U., H. E. Burkhart and R. L. Amateis (2006) Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations in the United States. *Forest Science* 52:262-272, <https://doi.org/10.1093/forests/52.3.262>
- Diggle P., P. Heagerty, K. Liang and S. Zeger (2002) *Analysis of Longitudinal Data*. 2nd edition. Oxford University Press. New York, USA. 396 p.
- Fang Z. and R. L. Bailey (2001) Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *Forest Science* 47:287-300. <https://doi.org/10.1093/forests/47.3.287>

- FAO, Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (2007) Base Referencial Mundial del Recurso Suelo: Un Marco Conceptual para Clasificación, Correlación y Comunicación Internacional. Informe sobre los Recursos Mundiales de Suelos No. 103. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura, Roma. 117 p.
- Fontes L., M. Tomé, M. B. Coelho, H. Wright, J. S. Luis and P. Savill (2003) Modelling dominant height growth of Douglas fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb) Franco) in Portugal. *Forestry* 76:509-523, <https://doi.org/10.1093/forestry/76.5.509>
- Fu L., X. Lei, R. P. Sharma, H. Li, G. Zhu, L. Hong, ... and S. Tang (2018) Comparing height-age and height-diameter modelling approaches for estimating site productivity of natural uneven-aged forests. *Forestry* 91:419-433, <https://doi.org/10.1093/forestry/cpx049>
- Gaillard B. C., M. Pece, M. Juárez G. y N. Ríos (2000) Estimación del crecimiento y producción de una plantación de paraíso gigante (*Melia azedarach* var. *gigantea*) sin riego en la provincia de Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho* 9:127-140.
- García C. X., H. Ramírez M., C. Rodríguez F., J. Jasso M. y C. A. Ortiz S. (2007a) Índice de sitio para caoba (*Swietenia macrophylla* King) en Quintana Roo, México. *Ciencia Forestal en México* 23:9-18.
- García C. X., J. G. Flores G. y J. D. Benavides S. (2007b) Índice de sitio para *Cedrela odorata* L. (cedro rojo) en Quintana Roo, México. *Revista Ciencia Forestal en México* 32:71-92.
- García C. X., C. Toledo C., J. Hernández R., J. A. Mendoza M. y A. Hernández R. (2021) Índice de sitio para plantaciones forestales comerciales de *Cedrela odorata* L. en Quintana Roo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 12:92-114, <https://doi.org/10.29298/rmcf.v12i64.793>
- García E. (1983) Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Köppen (Para Adaptarla a las Condiciones de la República Mexicana). Instituto de Geografía. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D. F. 252 p.
- García-Espinoza G. G., O. A. Aguirre-Calderón, G. Quiñonez-Barraza, E. Alanís-Rodríguez, M. A. González-Tagle and J. J. García-Magaña (2019) Global-local and fixed-random parameters to model dominant height growth of *Pinus pseudostrobus* Lindley. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 25:141-156, <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2018.06.047>
- Hernández R. J., J. C. Tamarit U., A. Hernández R., X. García C. y E. Buendía R. (2021) Modelos para estimar el volumen comercial de *Bursera simaruba* (L.) Sarg. y de *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 12:4-29, <https://doi.org/10.29298/rmcf.v12i68.814>
- Hernández-Ramos J., J. I. Valdez-Hernández, X. García-Cuevas, A. E. Tadeo-Noble y V. J. Reyes-Hernández (2020) Estimación de la edad de *Swietenia macrophylla* (Meliaceae) a partir del diámetro normal en poblaciones del sureste mexicano. *Revista de Biología Tropical* 68:200-217, <https://doi.org/10.15517/RBT.V68I1.37725>
- Hernández-Ramos J., X. García-Cuevas, A. Hernández-Ramos, J. C. Tamarit-Urías y E. Buendía-Rodríguez (2021) Modelos para estimar volumen fustal y ahusamiento para *Manilkara zapota* (L.) P. Royen en Quintana Roo, México. *Acta Universitaria* 31:e3067, <https://doi.org/10.15174/au.2021.3067>
- INEGI, Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2016) Anuario estadístico y geográfico de Quintana Roo 2016. Instituto Nacional de Estadística y Geografía, Gobierno del estado de Quintana Roo, México, D. F. 407 p.
- Jerez-Rico M., A. Y. Moret-Barillas, O. E. Carrero-Gómez, R. E. Macchiavelli y A. M. Quevedo-Rojas (2011) Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. F.) en los llanos de Venezuela. *Agrociencia* 45:135-145.
- Kiviste A., J. G. Álvarez G., A. Rojo A. y A. D. Ruiz G. (2002) Funciones de Crecimiento de Aplicación en el Ámbito Forestal. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimenticia. Ministerio de Ciencia y Tecnología. La Coruña, España. 190 p.
- Kozak A. and R. Kozak (2003) Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? *Canadian Journal of Forest Research* 33:976-987, <https://doi.org/10.1139/x03-022>
- Littell R., G. Milliken, W. Stroup, R. Wolfinger and O. Schabenberger (2006) SAS for Mixed Models. 2nd edition. SAS Institute Inc. Cary, North Carolina, USA. 795 p.
- Nava-Nava A., W. Santiago-García, G. Rodríguez-Ortiz, H. M. De los Santos-Posadas, F. Ruiz-Aquino, E. Santiago-García y M. E. Suárez-Mota (2020) Ecuaciones dinámicas de crecimiento en altura dominante e índice de sitio para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. *Revista Fitotecnia Mexicana* 43:461-70, <https://doi.org/10.35196/rfm.2020.4.470>
- Nigh G. (2015) Engelmann spruce site index models: a comparison of model functions and parameterizations. *PLoS ONE* 10:e0124079, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0124079>
- Pennington T. D. y J. Sarukhán (2016) Árboles Tropicales de México. Manual para la Identificación de las Principales Especies. Fondo de Cultura Económica. Ciudad de México. 523 p.
- Pérez G. G., M. Domínguez-Domínguez, P. Martínez-Zurimendi y J. D. Etchevers B. (2012) Caracterización dasométrica de índice de sitio en plantaciones de caoba en Tabasco, México. *Madera y Bosques* 18:7-24, <https://doi.org/10.21829/myb.2012.181511>
- Quevedo R. A., M. Jerez y A. Y. Moret (2004) Selección de modelos para predecir distribuciones diamétricas en plantaciones de teca a partir de variables del rodal con la función Weibull. *Revista Forestal Venezolana* 48:68-74.
- Quiñonez-Barraza G., H. M. De los Santos-Posadas, F. Cruz-Cobos, A. Velázquez-Martínez, G. Angeles-Pérez y G. Ramírez-Valverde (2015) Índice de sitio con polimorfismo complejo para masas forestales de Durango, México. *Agrociencia* 49:439-454.
- Salazar G. J. G., O. Santiago T., V. Sánchez M., C. Monroy R. y E. Couttolenc B. (2012) Modelo para determinar calidad de sitio a edades tempranas de cuatro especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3:71-80.
- SAS Institute Inc. (2015) SAS/STAT® 14.1 User's Guide. SAS Institute Inc. Cary, North Carolina, USA. 111 p.
- Schmidt L. andy D. Jøker (2000) *Swietenia macrophylla*. Seed Leaflet 30. Danida Forest Seed Centre, University of Copenhagen. Copenhagen, Denmark. 3 p.
- SEMARNAT, Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (2014) Inventario Estatal Forestal y de Suelos 2013. Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales. Zapopan, Jalisco, México. 125 p.
- SEMARNAT, Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (2016) Anuario Estadístico de la Producción Forestal 2016. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Ciudad de México. 226 p.
- Seoane J. (2014) ¿Modelos mixtos (lineales)? Una introducción para el usuario temeroso. *Etologia* 24:15-37.
- Tamarit U. J. C. y J. L. López T. (2007) Xilotecnología de los Principales Árboles Tropicales de México. Libro Técnico No. 3. Campo Experimental San Martinito, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Tlahuapan, Puebla, México. 264 p.
- Tamarit-Urías J. C., H. M. De los Santos-Posadas, A. Aldrete, J. R. Valdez-Lazalde, H. Ramírez-Maldonado y V. Guerra-De la Cruz (2014) Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia* 48:225-238.
- Torres R. J. M. y O. S. Magaña T. (2001) Evaluación de Plantaciones Forestales. Limusa. México, D. F. 472 p.
- Trincado G. y C. Leal D. (2006) Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque* 27:23-34, <https://doi.org/10.4067/S0717-92002006000100003>
- Verbeke G. and G. Molenberghs (2000) Linear Mixed Models for Longitudinal Data. Springer. New York, USA. 608 p, <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0300-6>
- Wang M., B. E. Borders and D. Zhao (2008) An empirical comparison of two subject-specific approaches to dominant heights modeling: the dummy variable method and the mixed model method. *Forest Ecology and Management* 255:2659-2669, <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2008.01.030>