

INVARIANZA TEMPORAL AL ESCALADO DE SERIES DE TIEMPO CON INFORMACIÓN PLUVIOMÉTRICA DIARIA *

TEMPORAL INVARIANCE TO SCALING OF TIME SERIES OF DAILY RAINFALL DATA

Miguel Agustín Velásquez Valle¹, Jaime de Jesús Velásquez García², Jesús Arcadio Muñoz Villalobos¹, Mario Roberto Martínez Menes³, Klaudia Oleschko Lutkova⁴, Ignacio Sánchez Cohen^{1§} y Benjamín Figueroa Sandoval⁵

¹Centro Nacional de Investigación Disciplinaria. Relación Agua, Suelo, Planta, Atmosfera (CENID-RASPA). INIFAP. Margen derecha canal Sacramento, km 6.5. Gómez Palacio, Durango. C. P. 35140. Tel. 01 871 1590104. (velasquez.agustin@inifap.gob.mx), (villalobos.arcadio@inifap.gob.mx). ²Campo Experimental Uruapan. INIFAP. Av. Latioamericana 1101. Uruapan, Michoacán. C. P. 60500. Tel. 01 914 5237392. (jaime_velazquez@prodigy.net.mx). ³Edafología. Colegio de Posgraduados. Carretera México-Texcoco, km 38.5. Montecillo, Texcoco, Estado de México. C. P. 56230. Tel. 01 595 9520200. Ext. 1135. (mmario@colpos.mx), (benjamin@colpos.mx). ⁴Instituto de Geociencias. UNAM. *Campus* Juriquilla. Bulevard Juriquilla 3001. Querétaro, Querétaro, México. C. P. 76230. ⁵Autor para correspondencia: sanchez.ignacio@inifap.gob.mx.

RESUMEN

La variación en magnitud de los eventos de precipitación pluvial se debe a la ocurrencia de estaciones secas, húmedas y fenómenos extremos. El objetivo de esta investigación, fue determinar el grado de invarianza al escalado (diferente escala) de una serie de tiempo de precipitación pluvial, por medio del análisis fractal. Se utilizó la serie histórica de precipitación de 1978 a agosto de 1996 de la estación meteorológica Santa Fé de la Laguna, Quiroga, Michoacán, México. Se elaboraron bases de datos a escala diaria, mensual y anual; se calculó el coeficiente de Hurst con los métodos de referencia de ondas y el de rango re-escalado diseñados para el análisis de patrones auto-afines. Se determinó la aleatoriedad de los eventos, la invarianza al escalado y la distribución dinámica de los eventos.

Palabras clave: análisis fractal, bases de datos, coeficiente de Hurst, precipitación.

ABSTRACT

Variation in magnitude of events of pluvial precipitation is due to occurrence of dry season, humid season and extreme phenomena. The aim of this investigation was to determine invariance grade at scaling (at different scale) of a series of time of pluvial precipitation, by means of fractal analysis. It was used historical precipitation series from 1978 to August of 1996 from meteorological station Santa Fé de la Laguna, Quiroga, Michoacán, Mexico. Databases were elaborated at daily, monthly and annual scale; the coefficient of Hurst was calculated with the reference methods of wavelets and with re-scaled range designed for the analysis of self-affine patterns. The randomness of events, the invariance to scaling was determined and the dynamic distribution of the events.

Key words: databases, fractal analysis, Hurst coefficient, precipitation.

* Recibido: mayo de 2010
Aceptado: noviembre de 2010

INTRODUCCIÓN

Parte de la aleatoriedad de los fenómenos naturales se debe a causas internas del sistema o a factores externos estocásticos, particularmente si estos no varían en forma lineal. El estudio de las variables y las interacciones de un sistema dinámico a través del tiempo se enfoca a encontrar patrones, estructuras y puntos críticos de estabilidad o inestabilidad así como la sensibilidad al cambio de las condiciones iniciales para lograr cierto grado de control (Balankin *et al.*, 2004). La aleatoriedad de los fenómenos naturales en espacio y tiempo ha sido difícil de caracterizar y cuantificar (Valdez-Cepeda *et al.*, 2003a). La variabilidad de la precipitación pluvial es extrema en tiempo, desde varios minutos a años y en espacio de varios metros a cientos de kilómetros (Kumar y Foufoula-Georgiou, 1993; Burlando y Rosso, 1996).

En hidrología, los registros históricos de precipitación constituyen la información fundamental en los estudios de evaluación de impacto y en los relacionados con la predicción (Entekhabi *et al.*, 1999; Arnaud *et al.*, 2002). La problemática del cambio de escala en la extrapolación de información puede ser resuelta mediante el uso de las técnicas de referencia de la teoría fractal, ya que permiten obtener parámetros para determinar el grado de invarianza al escalado de una serie de tiempo determinada.

El estudio de la variabilidad de los eventos de precipitación ha permitido ampliar el conocimiento sobre los procesos hidrológicos, que es fundamental para el manejo adecuado de los recursos naturales de una región (Comrie y Broyles, 2002; Bullock, 2003). La variación en magnitud de la precipitación durante el transcurso de una serie histórica se debe a las fluctuaciones climáticas, la presencia de estaciones secas y húmedas (Lázaro *et al.*, 2001), a la ocurrencia de eventos extremos, entre otros. Por lo anterior, la variabilidad espacio-temporal de la precipitación es interpretada con mayor claridad en la medida en que se disponga de una serie histórica de registros con el máximo número de años posible. A la fecha, se ha utilizado poco el grado de invarianza al escalado de la aleatoriedad de las series de tiempo, en el estudio de los fenómenos meteorológicos y los procesos hidrológicos (Valdez-Cepeda *et al.*, 2003b).

El análisis convencional de los registros pluviométricos generalmente se realiza por medio de métodos estadísticos, para determinar la tendencia de la dispersión de los datos a partir de valores máximos, mínimos, promedios anuales,

INTRODUCTION

Part of randomness of natural phenomena is due to internal causes of system or stochastic external factors, particularly if these don't vary in lineal form. The study of the variables and the interactions of a dynamic system through the time is focused to find patterns, structures and critical points of stability or uncertainty as well as the sensibility to the change of the initial conditions to achieve certain control grade (Balankin *et al.*, 2004). The randomness of the natural phenomena in space and time has been difficult to characterize and to quantify (Valdez-Cepeda *et al.*, 2003a). The variability of pluvial precipitation is extreme in time, from several minutes to years and in space of several meters to hundred of kilometers (Kumar and Foufoula-Georgiou, 1993; Burlando and Rosso, 1996).

In hydrology, the historical records of precipitation constitute fundamental information in studies of impact evaluation and in those related with prediction (Entekhabi *et al.*, 1999; Arnaud *et al.*, 2002). The problem of scale change in extrapolation of information can be resolved by means of the use of techniques of reference of fractal theory, since they allow to obtain parameters to determine invariance grade to the scaling of a given series of time.

The study of variability of the precipitation events has allowed to enlarge knowledge on hydrological processes that it is fundamental for the appropriate handling of the natural resources of a region (Comrie and Broyles, 2002; Bullock, 2003). The variation in magnitude of precipitation during a historical series is due to climatic fluctuations, the presence of dry and humid stations (Lázaro *et al.*, 2001), to the occurrence of extreme events, among others. By this reason, the space-time variability of precipitation is interpreted with more precision in the extent that have a historical series of records with the maximum possible number of years. To the date, it has been used little the invariance grade to scaling of the randomness of the series of time, in the study of the meteorological phenomena and hydrological processes (Valdez-Cepeda *et al.*, 2003b).

The conventional analysis of pluvial records is generally carried out by means of statistical methods, to determine the trend of dispersion of the data starting from maximum, minimum values, annual averages, deviation of average and number of events (Shanan *et al.*, 1967; Bullock, 2003). To represent in a spatial way the pluvial precipitation, Osborn

desviación de la media y número de eventos (Shanan *et al.*, 1967; Bullock, 2003). Para representar de manera espacial la precipitación pluvial, Osborn y Hickok (1968) relacionaron la variabilidad temporal (en tiempo), de los eventos de precipitación con los escurrimientos en cuencas hidrológicas en zonas semi-áridas, determinaron que la variabilidad de la lluvia tiene mayor relación con el escurrimiento en cuencas pequeñas que en cuencas grandes.

En periodos cortos, Richter *et al.* (1983) observaron que la variación espacial de los valores semanales de precipitación dependieron de los efectos estacionales ocurridos durante el año, el coeficiente de variación para el invierno fue 6.4% comparado con 20.9% en verano. Actualmente, los estudios relacionados con el análisis de series de tiempo de la precipitación pluvial se orientan hacia la predicción (Wight y Hanson, 1991), la variabilidad espacial asociada a la ocurrencia de inundaciones (Arnaud *et al.*, 2002) y su relación con el cambio climático (Rivera, 2000).

Invarianza al escalado

Una propiedad común de los sistemas dinámicos naturales es la invarianza al escalado, esto significa que los momentos centrales de primero, segundo, tercer y cuarto orden se mantienen asintóticamente constantes en el espacio o en el tiempo. Esta es una propiedad que permite escalar información estadística de series de tiempo o eventos a otras escalas (Olsson y Niemczynowicz, 1996). Esto es de gran utilidad cuando la información no está disponible en la escala deseada.

Actualmente se utiliza la geometría fractal para escalar los registros históricos o bases de datos de información pluviométrica, debido que los eventos meteorológicos presentan cierto grado de invarianza al escalado en tiempo y espacio (Mandelbrot 1983; Miranda *et al.*, 2004). La geometría fractal se utiliza para caracterizar sistemas dinámicos con patron estructural irregular y su elaboración se basa en los procesos aleatorios que presentan invarianza de escala (Mandelbrot, 1983; Olsson *et al.*, 1992; Giménez *et al.*, 2000; Morales *et al.*, 2005). Estos conceptos han permitido cuantificar los factores de invariancia escalar contenidos en la estructura o patrón estructural de las series de tiempo (Olsson *et al.*, 1992; Burgos y Pérez, 1999; Miranda *et al.*, 2004).

La teoría fractal se ha utilizado para analizar series de tiempo de precipitación bajo el concepto de trazas auto-afines (Burgos y Pérez, 1999; Miranda *et al.*, 2004). Una de las principales características de las trazas auto-afines, es que

and Hickok (1968) related the temporary variability (in time) of the precipitation events with the glides in hydrological basins in semi-arid areas, they determined that the variability of the rain has bigger relationship with the glide in small basins than in big basins.

In short periods, Richter *et al.* (1983) observed that spatial variation of weekly values of precipitation depended on seasonal effects that occurred during the year, variation coefficient for winter was 6.4% compared with 20.9% in summer. Currently, the studies related with the analysis of series of time of pluvial precipitation are guided towards prediction (Wight and Hanson, 1991), the space variability associated to occurrence of floods (Arnaud *et al.*, 2002) and their relationship with climatic change (Rivera, 2000).

Invariance to scaling

A common property of natural dynamic systems is the invariance to scaling, this means that the central moments of first, second, third and quarter order stay asymptotically constant in space or in time. This is a property that allows to scale statistical information of series of time or events to other scales (Olsson and Niemczynowicz, 1996). This is of great utility when the information is not available in the desired scale.

At the moment the fractal geometry is used to scale the historical records or databases of pluvial information, due that the meteorological events present certain invariance grade to scaling in time and space (Mandelbrot 1983; Miranda *et al.*, 2004). Fractal geometry is used to characterize dynamic systems with irregular structural pattern and its elaboration is based on the random processes that present scale invariance (Mandelbrot, 1983; Olsson *et al.*, 1992; Giménez *et al.*, 2000; Morales *et al.*, 2005). These concepts have allowed to quantify the invariance factors to scale contents in the structure or structural pattern of the series of time (Olsson *et al.*, 1992; Burgos y Pérez, 1999; Miranda *et al.*, 2004).

Fractal theory has been used to analyze series of time of precipitation under the concept of self-affine patterns (Burgos and Pérez, 1999; Miranda *et al.*, 2004). One of main characteristics of self-affine patterns is that independently of the way, the pattern can be repeated in a different way in different directions and it can be present or not the persistence of data (trend to follow or not the structure of series of time).

independientemente de la forma, la traza puede repetirse de diferente manera en diferentes direcciones y puede presentar o no la persistencia de los datos (tendencia a seguir o no la estructura de la serie de tiempo).

El grado de la aleatoriedad puede ser determinado con el coeficiente de Hurst (H), el cual representa la persistencia de un fenómeno estadístico (Salas *et al.*, 1985; Schroeder, 1991). En el caso de un fenómeno con comportamiento aleatorio puro, el coeficiente de Hurst tiene valor igual a 0.5; es decir, similar a la distribución Gaussiana o al movimiento Browniano clásico (Mandelbrot, 2002). El coeficiente de Hurst es un indicador de la rugosidad de la base de datos y los valores menores de 0.5, indican una tendencia de regresar en sí mismos, propiedad que es conocida como anti-persistencia y los valores mayores de 0.5, indican la tendencia a persistir en su progresión en la dirección que se está moviendo y se conoce como persistencia.

El objetivo de esta investigación fue determinar la similitud fractal en diferentes escalas de tiempo (invarianza al escalado), en función del patrón estructural de una serie de tiempo de precipitación pluvial, con el propósito de utilizar esta propiedad para extrapolar información de una escala de tiempo a otra.

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó con información pluviométrica de la estación meteorológica Santa Fé de la Laguna ubicada en la cuenca hidrológica del Lago de Pátzcuaro, Michoacán; cuya localización geográfica está entre los meridianos 101° 25' y 101° 52' de longitud oeste y entre los paralelos 19° 27' y 19° 44' de latitud norte (Figura 1).

La cuenca de Pátzcuaro es cerrada con superficie de 956.2 km², los escurrimientos superficiales descargan en el Lago de Pátzcuaro, el cual ocupa una superficie 9.3% del área total de la cuenca (Tiscareño *et al.*, 1999). Las laderas de la cuenca tienen pendiente menor de 50% ocupan el 97.6% de la superficie de la cuenca (DETENAL, 1979). La precipitación promedio anual es de 1002 mm con una marcada presencia estacional, donde 91.1% ocurre durante el periodo de mayo a octubre con distribución irregular. La importancia de la cantidad y distribución de la lluvia en la región, radica en la necesidad de satisfacer las necesidades de agua de la agricultura de temporal que cubre 33.8% de la superficie de la cuenca. El resto de

The grade of randomness can be determined with the coefficient of Hurst (H), which represents the persistence of a statistical phenomenon (Salas *et al.*, 1985; Schroeder, 1991). In case of a phenomenon with pure random behavior, coefficient of Hurst has a value similar to 0.5; this means, similar to the Gaussian distribution or to the classic Brownian movement (Mandelbrot, 2002). The coefficient of Hurst is an indicator of database roughness and values smaller than 0.5 indicate a trend of returning in itself, property that is known as anti-persistence and the values bigger than 0.5, indicates the tendency to persist in its progression in the direction that is moving and it is known as persistence.

The aim of this investigation was to determine fractal similarity in different scales of time (invariance to scaling), in function of structural pattern of a series of time of pluvial precipitation, with the purpose of using this property to extrapolate information from a scale of time to another.

MATERIALS AND METHODS

The study was carried out with pluvial information from meteorological station Santa Fé de la Laguna located in the hydrological basin of Lago de Pátzcuaro, Michoacán; whose geographical localization is among the meridians 101° 25' and 101° 52' of longitude west and among the parallel 19° 27' and 19° 44' of north latitude (Figure 1).

The basin of Pátzcuaro is closed with surface of 956.2 km², the superficial glides discharge in Lago de Pátzcuaro, which occupies a surface 9.3% of the total area of the basin (Tiscareño *et al.*, 1999). The hillsides of the basin have slope less than 50%, they occupy 97.6% of basin surface (DETENAL, 1979). The yearly average precipitation is of 1002 mm with a marked seasonal presence, where 91.1% occurs during period from May to October with irregular distribution. The importance of the quantity and distribution of the rain in the region, resides in the need of satisfying the water requirements of seasonal agriculture that covers 33.8% of basin surface. The rest of the surface (66.2%) corresponds to urban areas, of cattle use, aquatic vegetation and shallow water (Amador, 2000).

The historical series of precipitation was used from January 1978 to August of 1996 of Servicio Meteorológico Nacional (SMN). A database was elaborated at daily level in Excel,

la superficie (66.2%) corresponden a áreas urbanas, de uso pecuario, vegetación acuática y agua somera (Amador, 2000). Se utilizó la serie histórica de precipitación entre enero de 1978 a agosto de 1996 del Servicio Meteorológico Nacional (SMN). Se elaboró una base de datos a nivel diario en Excel, a partir de la cual se generaron archivos para cada mes (escala mensual) y para cada año (escala anual). Estos mismos archivos se guardaron como series de tiempo con la extensión "ts", para calcular la dimensión fractal y el coeficiente de Hurst, utilizando los métodos de referencia de ondoletas (D_w) y del rango re-escalado ($D_{R/S}$) diseñados para el análisis de los patrones auto-afines con el programa Benoit®.

Método de ondoletas (D_w)

El método de ondoletas analiza las variaciones localizadas del coeficiente de Hurst, relaciona los datos mediante la descomposición de la serie de tiempo en tres armónicas dentro del espacio frecuencia-tiempo. Esta descomposición es útil para determinar los tipos de variabilidad que dominan en una serie de datos, así como su dinámica en tiempo. El método es válido para el análisis de las trazas auto-afines, donde la varianza no es constante. La forma de la ondoleta se determina en periodos espaciados y cuantifica la forma en que varía o se mantiene constante.

El algoritmo consideran transformadas de ondoleta, cada una con su propio y diferente coeficiente de escalado (a_i); donde: S_1, S_2, \dots, S_n son las desviaciones estándar a partir de cero de los coeficientes de escalamiento respectivo (a_i).

La tasa de variación de las desviaciones estándar G_1, G_2, \dots, G_{n-1} se define como:

$$G_1 = \frac{S_1}{S_2}, G_2 = \frac{S_2}{S_3} \dots G_{n-1} = \frac{S_{n-1}}{S_n} \quad 1)$$

El valor promedio de G_i se estima a partir de la ecuación:

$$G_{avg} = \sum_{i=1}^{n-1} G_i / n-1 \quad 2)$$

El coeficiente de Hurst se calcula como:

$$H = f(G_{Promedio}) \quad 3)$$

Donde: f = función heurística; que se usa para aproximar el coeficiente de Hurst por $G_{Promedio}$ para las trazas estocásticas auto-afines. De manera práctica el coeficiente de Hurst es



Figura 1. Localización de la estación meteorológica Santa Fé de la Laguna en la Cuenca del Lago de Patzcuaro, Michoacán.

Figure 1. Localization of meteorological station Santa Fé de la Laguna at basin of Lago de Patzcuaro, Michoacán.

starting from which files were generated for every month (monthly scale) and for every year (yearly scale). These same files were kept as series of time with the extension "ts", to calculate fractal dimension and coefficient of Hurst, using reference methods of wavelets (D_w) and of re-scaled range ($D_{R/S}$) designed for analysis of self-affine patterns with Benoit® software.

Wavelets method (D_w)

Wavelets method analyzes the located variations of the coefficient of Hurst, it relates the data by means of decomposition of the series of time in three harmonics inside the space frequency-time. This decomposition is useful to determine the types of variability that dominate in a series of data, as well as its dynamics in time. The method is valid for the analysis of the self-affine patterns, where the variance is not constant. The form of wavelet is determined in spaced periods and it quantifies the form in which it varies or it stays constant.

The algorithm considers n transformed of wavelet, each one with its own and different coefficient of scaling (a_i); where: S_1, S_2, \dots, S_n , are the standard deviations starting from zero of the coefficients of respective scaling (a_i).

relacionado con la dimensión fractal (D) de la siguiente manera (Carbone *et al.*, 2004):

$$H = 2 - D \tag{4}$$

Método del rango re-escalado (R/S)

Al considerar un intervalo de una traza o serie de tiempo es posible obtener dos parámetros: el rango de variación de la variable ($R_{(w)}$) y la desviación estándar ($S_{(w)}$). El primero de ellos se determinó con respecto a la tendencia dentro del intervalo; esta tendencia se estima como la unión entre el primero y el último valor dentro del intervalo. El segundo parámetro es la desviación estándar de la primera derivada delta y de los valores de y dentro del intervalo. Las primeras diferencias entre y' se definen como las diferencias entre los valores de y en algún punto x y otro, ubicado en una posición (x - dx) previa sobre el eje x:

$$dy(x) = y(x) - y(x-dx) \tag{5}$$

Donde: delta x(dx) es el intervalo de muestreo, es decir, el intervalo entre los dos valores consecutivos de x que se están considerando. Una medida confiable de $S_{(w)}$ requiere que los datos se calculen con un intervalo de muestreo dx constante, porque se busca que las diferencias esperadas entre los valores consecutivos de y sean una función del tipo ley de potencia con la distancia (w) que los separa:

$$(R_{(w)}) / S_{(w)} \propto w^H \tag{6}$$

$S_{(w)}$ en el método de rango re-escalado, se utiliza para normalizar el rango $R_{(w)}$ para permitir comparaciones de diferentes conjuntos de datos; si no se utiliza $S_{(w)}$, el rango $R_{(w)}$ puede calcularse sobre los conjuntos de datos que tienen un intervalo de muestreo no-constante. El rango de re-escalado se define como:

$$(R_{(w)}) / S_{(w)} = \langle R_{(w)} / S_{(w)} \rangle \tag{7}$$

Donde: w= longitud de ventana o intervalo de análisis de los datos y los paréntesis angulados $\langle R_{(w)} \rangle$ denotan el promedio de un número considerado de valores de $R_{(w)}$. En la práctica, para una determinada longitud de ventana w, se subdivide la serie de tiempo analizada en un número de intervalos de longitud w y se determina $R_{(w)}$ y $S_{(w)}$ para cada intervalo y se calcula para cada ventana $R_{(w)}/S_{(w)}$ y la tasa promedio de $\langle R_{(w)}/S_{(w)} \rangle$.

Este proceso se repite en cada longitud de ventana seleccionada por el algoritmo de manera automática. El logaritmo de $R_{(w)}/S_{(w)}$ es graficado *versus* los logaritmos de w. Si la traza es auto-afín,

The rate of variation of the standard deviations $G_1, G_2 \dots G_{n-1}$ are defined as:

$$G_1 = \frac{S_1}{S_2}, G_2 = \frac{S_2}{S_3} \dots G_{n-1} = \frac{S_{n-1}}{S_n} \tag{1}$$

The average value of G_i is considered starting from the equation:

$$G_{avg} = \sum_{i=1}^{n-1} G_i / n-1 \tag{2}$$

The coefficient of Hurst is calculated as:

$$H = f(G_{promedio}) \tag{3}$$

Where: f = heuristic function; that it is used to approach the coefficient of Hurst for $G_{promedio}$ for the stochastic self-affine patterns. In a practical way the coefficient of Hurst is related with the fractal dimension (D) in the following way (Carbone *et al.*, 2004):

$$H = 2 - D \tag{4}$$

Method of re-scaled range (R/S)

When considering an interval of a pattern or series of time is possible to obtain two parameters: the range of variation of the variable ($R_{(w)}$) and the standard deviation ($S_{(w)}$). The first of them was determined with regard to the trend inside the interval; this trend is considered as the union between the first and the last value inside the interval. The second parameter is the standard deviation of the first delta derived and of the values of y inside the interval. The first differences between y' are defined as the differences between the values of y in some a point x and other, located in a position (x-dx) previous on the x axis:

$$dy(x) = y(x) - y(x-dx) \tag{5}$$

Where: delta x(dx) is the sampling interval, this means, the interval between the two serial values of x that are considering. A reliable measure of $S_{(w)}$ requires that the data are calculated with an interval of sampling dx constant, because it is looked for that the prospected differences between the consecutive values of y be a function of the type power of law with the distance (w) that separates them:

la gráfica debe seguir una línea recta cuya pendiente es igual al coeficiente de Hurst (H). La dimensión fractal de la traza se calcula a partir de la relación mencionada entre el coeficiente de Hurst y la dimensión fractal.

Coeficiente de Hurst

El coeficiente de Hurst determina la intensidad de la dependencia entre los datos y de acuerdo con su magnitud, la serie de tiempo se clasifica como persistente ($0.5 < H \leq 1$), que significa que existe dependencia entre un evento y los ocurridos anteriormente; cuando se clasifica como antipersistente ($0 \leq H < 0.5$) significa que en la serie persiste una tendencia a ser caótica o que sus valores tienen alta volatilidad. En el caso de que $H = 0.5$ se concluye que la serie de tiempo es aleatoria y los datos no se correlacionan entre sí; es decir, los valores futuros de la serie no son influenciados entre ellos por lo que ocurre en el presente (Palomas, 2002).

Este último caso modela el ruido blanco, la distribución Gaussiana normal o el movimiento Browniano clásico. Los dos casos anteriores describen los movimientos Brownianos fraccionarios. El valor de H permite determinar si el comportamiento de datos de la precipitación es persistente o anti-persistente (Burgos y Pérez, 1999; Miranda *et al.*, 2004) con correlación positiva o negativa entre los eventos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Variabilidad de la precipitación diaria

Los estadísticos obtenidos para la escala diaria mostraron que el promedio fue 1.85 mm con desviación estándar de 4.65; sin embargo, se han registrado eventos extremos de 46.2 mm (Cuadro 1). La magnitud de los eventos se muestran en el histograma de frecuencias relativas (Figura 2).

La forma del histograma es de cola a la derecha lo que significa que gran parte de los datos se encuentran en el extremo izquierdo, esto en términos prácticos indica que la base de datos comprende dos límites contrastantes; por un lado, existe una gran concentración de eventos menores a 8 mm (58%) cuya capacidad erosiva es mínima y eventos

$$(R_{(w)}) / S_{(w)} \propto w^H \quad (6)$$

$S_{(w)}$ in the method of re-scaled range is used to normalize the range $R_{(w)}$ to allow comparisons of different groups of data; if $S_{(w)}$ is not used, the range $R_{(w)}$ can be calculated on the groups of data that have an interval of non-constant sampling. The range of re-scaled is defined as:

$$(R_{(w)}) / S_{(w)} = \langle R_{(w)} / S_{(w)} \rangle \quad (7)$$

Where: w = window longitude or interval of analysis of the data and the angular parentheses $\langle R_{(w)} \rangle$ denote the average of a considered number of values of $R_{(w)}$. In the practice, for a given window longitude w , the analyzed series of time is subdivided in a number of intervals of longitude w and $R_{(w)}$ and $S_{(w)}$ is determined for each interval and it is calculated for each window $R_{(w)}/S_{(w)}$ and the average rate of $R_{(w)}/S_{(w)}$.

This process repeats in each window longitude selected by the algorithm in an automatic way. The logarithm of $R_{(w)}/S_{(w)}$ is plotted *versus* the logarithms of w . If the pattern is self-affined, the graph should follow a direct line whose slope is similar to the coefficient of Hurst (H). The fractal dimension of the pattern is calculated starting from the relationship mentioned between the coefficient of Hurst and the fractal dimension.

Coefficient of Hurst

The coefficient of Hurst determines the dependence intensity between the data and in accordance with its magnitude, the series of time is classified as persistent ($0.5 < H \leq 1$) meaning that dependence exists between an event and those that previously occurred; when it is classified as antipersistent ($0 \leq H < 0.5$) it means that the series tends to be chaotic or that its values have high volatility. In case $H = 0.5$ is concluded that the series of time is random and the data are not correlated to each other; that is to say, the future values of the series are not influenced by what currently happens (Palomas, 2002).

This last case models white noise, the normal Gaussian distribution or the classic Brownian movement. The two previous cases describe the fractional Brownian movements. The value of H allows to determine if the behavior of data of the precipitation is persistent or anti-persistent (Burgos and Pérez, 1999; Miranda *et al.*, 2004) with positive or negative correlation between the events.

Cuadro 1. Estadísticos y parámetros fractales de la información pluviométrica diaria (1978-1996).

Table 1. Statistics and fractal parameters of daily pluvial information (1978-1996).

Variable	Estadístico
Número de observaciones	6 816
Máxima (mm)	46.2
Media (mm)	1.85
Desviación estándar	4.65
Coef. de variación (%)	251.35
Sesgo	3.7
Curtosis	18.09
Hurst (H_w)	0.07
Hurst ($H_{R/S}$)	0.32

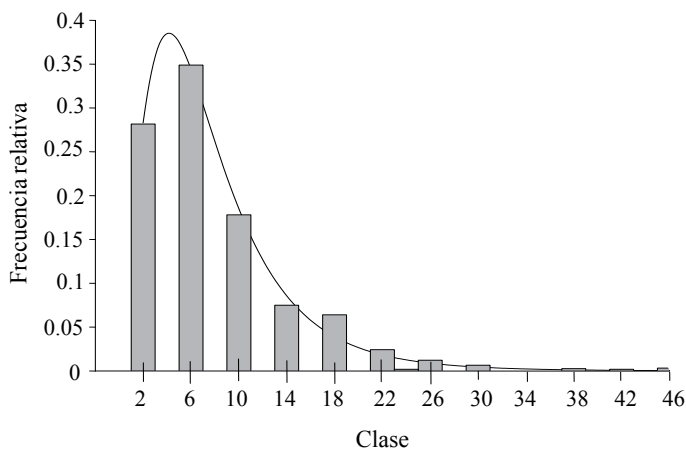


Figura 2. Histograma de frecuencias relativas de la precipitación (1978-1996).

Figure 2. Histogram of relative frequencies of precipitation (1978-1996).

mayores a 40 mm, considerados de alta capacidad erosiva. Los eventos de precipitación durante el periodo de 1978 a 1996, mostraron un comportamiento ondulatorio de la magnitud entre años, explicados como precipitación aleatoria a través del tiempo (Figura 3).

Análisis fractal de los eventos diarios

Los parámetros fractales, que estiman la tendencia o rugosidad de la distribución de los eventos de precipitación (H_w y $H_{R/S}$), mostraron que las series y los periodos de tiempo estudiados tienden a ser antipersistentes ($0 \leq H \leq 0.5$) o de

RESULTS AND DISCUSSION

Variability of daily precipitation

Statistics obtained for daily scale showed that average was 1.85 mm with standard deviation of 4.65; however, they have registered extreme events of 46.2 mm (Table 1). Magnitude of events is shown in histogram of relative frequencies (Figure 2).

The form of histograma is from line to right which means that great part of data is in the left section, this in practical terms indicates that database embraces two contrasting limits; on one hand, a smaller great concentration of events exists at 8 mm (58%) whose erosive capacity is minimum and bigger events at 40 mm, considered of high erosive capacity. Precipitation events during period 1978 to 1996, showed an magnitude ondulatory behavior between years, explained as random precipitation through time (Figure 3).

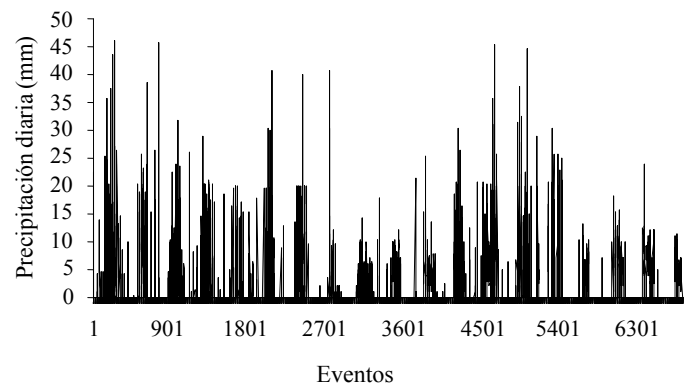


Figura 3. Variabilidad temporal de la precipitación (1978 a 1996).

Figure 3. Temporary variability of precipitation (1978 to 1996).

Fractal analysis of daily events

Fractales parameters that estimate tendency or roughness of distribution of precipitation events (H_w and $H_{R/S}$) showed that studied series and periods of time tend to be antipersistent ($0 \leq H \leq 0.5$) or of high roughness due to negative correlation between precipitation events at daily scale of time (Table 1). When coefficient of Hurst is bigger than 0.5 events are not independent, because each

alta rugosidad debido a la correlación negativa entre los eventos de precipitación a escala de tiempo diaria (Cuadro 1). Cuando el coeficiente de Hurst es mayor que 0.5 los eventos no son independientes, por que cada evento se relaciona con los eventos que le precedieron. Si el proceso es persistente, los eventos recientes tienen más influencia que los anteriores; sin embargo, éstos continúan influyendo en el desempeño general de la serie de tiempo (Palomas, 2002).

La anti-persistencia observada en la serie de tiempo de precipitación diaria sirvió de base para caracterizar el patrón estructural de la información pluviométrica de la región en términos estadísticos. Cabe mencionar que la rugosidad medida en términos del coeficiente de Hurst, fue calculada con la técnica de ondoletas por ser esta de mayor rigor que el de rango re-escalado.

Análisis fractal a escala mensual

La dimensión fractal promedio para los meses que corresponden al periodo de lluvia (mayo a octubre), fue 1.81 para D_w y 1.78 para $D_{R/S}$ con promedio para los 12 meses de $D_w = 1.78$ y $D_{R/S} = 1.49$ (Cuadro 2). El coeficiente de Hurst obtenido por el método de ondoletas tuvo un promedio mensual de $H_w = 0.22$, lo cual confirma que las series de tiempo mensuales muestran tendencia a ser anti-persistentes ($0 \leq H \leq 0.5$), similar a los eventos diarios; en contraste, el método de rango re-escalado para la misma serie de tiempo mostró un promedio mensual de $H_{R/S} = 0.51$, que corresponde al tipo de ruido blanco, que demuestra la baja precisión para este tipo de análisis.

Durante el periodo de junio a septiembre la rugosidad de los eventos de precipitación tiende a la anti-persistencia con valor promedio de H_w de 0.27; cuya variabilidad no es marcada como al inicio y fin de la época de lluvia. La anti-persistencia de la distribución se relaciona con el tipo de tormentas que se presentan en la región, las cuales se caracterizan por la alta variabilidad en magnitud, pero con mayor frecuencia; lo que se refleja en la rugosidad de la serie de tiempo.

Análisis fractal a escala anual

En general, el método de ondoletas describió la variabilidad promedio de todos los años, mostró correlación negativa a periodos largos entre los eventos de lluvia, que los ubica en el grupo de los anti-persistentes (Cuadro 3).

event is related to events that preceded him. If process is persistent, recent events have more influence than the previous ones; however, these continue influencing in the general performance of series of time (Palomas, 2002).

Anti-persistence observed in series of time of daily precipitation served as base to characterize the structural pattern of pluvial information of the region in statistical terms. It is necessary to mention that the roughness measured in terms of coefficient of Hurst was calculated with wavelets technique by being this of more rigor than that of re-scaled range.

Fractal analysis at monthly scale

Average fractal dimension for months that correspond to period of rain (May to October) was 1.81 for D_w and 1.78 for $D_{R/S}$ with average for 12 months of $D_w = 1.78$ and $D_{R/S} = 1.49$ (Table 2). Coefficient of Hurst obtained by wavelets method had a monthly average of $H_w = 0.22$, which confirms that monthly series of time shows trend to be anti-persistent ($0 \leq H \leq 0.5$), similar to daily events; in contrast, re-scaled range method for same series of time showed a monthly average of $H_{R/S} = 0.51$ that corresponds to type of white noise that demonstrates low precision for this analysis type.

Cuadro 2. Coeficiente de Hurst de las series de tiempo de precipitación mensual.

Table 2. Coefficient of Hurst of series of time of monthly precipitation.

Mes	H_w	$H_{R/S}$
Enero	0.33	0.72
Febrero	0.27	0.71
Marzo	0.26	0.91
Abril	0.17	0.91
Mayo	0.01	0.42
Junio	0.22	0.18
Julio	0.34	0.09
Agosto	0.23	0.19
Septiembre	0.33	0.14
Octubre	0.01	0.31
Noviembre	0.11	0.58
Diciembre	0.33	0.96
\bar{X}	0.22	0.51
DE	0.11	0.31
CV	52.69	61.6

CV= coeficiente de variación (%); DE= desviación estándar.

Cuadro 3. Coeficiente de Hurst por año.
Table 3. Coefficient of Hurst per year.

Año	H_w	$H_{R/S}$
1978	0.23	0.27
1979	0.02	0.45
1980	0.33	0.6
1981	0.41	0.37
1982	0.01	0.4
1983	0.14	0.46
1984	0.14	0.57
1985	0.55	0.62
1986	0.03	0.27
1987	0.33	0.56
1988	0.02	0.62
1989	0.11	0.48
1990	0.48	0.38
1991	0.31	0.48
1992	0.25	0.56
1993	0.37	0.69
1994	0.03	0.46
1995	0.59	0.34
1996	0.79	0.43
\bar{X}	0.27	0.47
DE	0.218	0.117
CV	80.62	24.6

CV= coeficiente de variación (%); DE= desviación estándar.

El método R/S tipificó la mayor parte de las series de tiempo como aleatorias o con total independencia entre eventos, con valor promedio del coeficiente de Hurst igual a 0.47. Los valores más altos del coeficiente se estimaron para los años 1985, 1988 y 1993 ($H_{R/S}$ = 0.62, 0.62 y 0.69, respectivamente). Los resultados anteriores muestran que la técnica de ondoletas, es más rigurosa en la extracción de la rugosidad del patrón estructural de los datos pluviométricos a escala anual (H_w = 0.27), comparada con el método del rango re-escalado ($H_{R/S}$ = 0.47); el cual no extrajo adecuadamente los valores del coeficiente H, cuya distribución en este caso tiende a un ruido blanco. Los resultados anteriores indican que el método de ondoletas permite una estimación precisa y exacta de la rugosidad en las series de tiempo amplias.

Se infiere que la estructura de la base de datos es importante en la selección del método para el cálculo del coeficiente de Hurst. Se ha reportado que las series

During period from June to September the roughness of precipitation events tends to anti-persistence with average value of H_w of 0.27; whose variability is not marked as at beginning and end of rain season. Anti-persistence of distribution is related with the type of storms that arise in the region, which are characterized by high variability in magnitude, but with more frequency; which is reflected in roughness of series of time.

Fractal analysis at annual scale

In general, the wavelets method described the average variability of every year, it showed negative correlation at long periods between rain events that locates them in the group of anti-persistent (Table 3).

The method R/S classified most of the series of time as random or with total independence between events, with average value of coefficient of Hurst similar to 0.47. The highest values in coefficient were considered for years 1985, 1988 and 1993 ($H_{R/S}$ = 0.62, 0.62 and 0.69, respectively). Previous results show that wavelets technique is more rigorous in roughness extraction of structural pattern of pluvial data at yearly scale (H_w = 0.27) compared with re-scaled range method ($H_{R/S}$ = 0.47); which didn't extract the values of coefficient H appropriately whose distribution in this case tends to a white noise. The previous results indicate that wavelets method allows a precise and exact estimate of roughness in wide series of time.

It is inferred that structure of database is important in selection of method for calculation of coefficient of Hurst. It has been reported that the series of time of precipitation analyzed at yearly and monthly scales don't show the difference between seasons; however, at daily scale they can show independence between the magnitude of the events (Kipkorir, 2002). Structural pattern observed in series of time of precipitation of Santa Fé de la Laguna is anti-persistent at daily scales of time (H_w = 0.07), monthly (H_w = 0.22) and annual (H_w = 0.27); this means, each event or period of rains has a great possibility to be different to previous one (Miranda *et al.*, 2004).

Similar results were reported by Burgos and Pérez (1999) who used a series of time of precipitation at 10 years scale and obtained a value of H = 0.21 which was interpreted as of great irregularity; in the case of coefficient of Hurst extracted by the method of the rescaled range, the trend to be anti-persistent was only detected at daily scale

de tiempo de precipitación analizadas a escalas anual y mensual, no muestran la diferencia entre estaciones; sin embargo, a escala diaria pueden mostrar independencia entre la magnitud de los eventos (Kipkorir, 2002). El patrón estructural observado en la serie de tiempo de precipitación de Santa Fé de la Laguna es anti-persistente a escalas de tiempo diario ($H_w=0.07$), mensual ($H_w=0.22$) y anual ($H_w=0.27$); es decir, cada evento o periodo de lluvias tiene una gran posibilidad de ser diferente al anterior (Miranda *et al.*, 2004).

Resultados similares fueron reportados por Burgos y Pérez (1999), quienes utilizaron una serie de tiempo de precipitación a escala decenal y obtuvieron un valor de $H=0.21$ el cual se interpretó como de gran irregularidad; en el caso del coeficiente de Hurst extraído por el método del rango de reescalado, la tendencia a ser anti-persistente sólo fue detectada a escala diaria ($H_{R/S}=0.32$); mientras que a escala mensual y anual, el patrón estructural se caracterizó como aleatorio $H_{R/S}=0.51$ y $H_{R/S}=0.47$, respectivamente).

Invarianza estadística al escalado en tiempo

El análisis de las series de precipitación a diferentes escalas permitió determinar el grado de invarianza al escalado en tiempo de los parámetros estadísticos. Los resultados mostraron que en las escalas mensual y anual sólo la medida de la tendencia central de la distribución de los datos presentó invarianza al escalado como se muestra en la (Figura 4); en tanto que el coeficiente de variación, sesgo y curtosis presentaron valores bajos del coeficiente de determinación. El ajuste a un modelo de regresión lineal fue $R^2=0.82$ con el cual es posible estimar el valor promedio de la variable a diferentes escalas temporales y utilizarlo en métodos de extrapolación de información.

Invarianza fractal al escalado en tiempo

El coeficiente de Hurst extraído por el método de ondoletas mostró $R^2=0.92$ superior al obtenido con rango reescalado ($R^2=0.56$), lo cual se debió que el método de ondoletas establece correlaciones entre la distribución diaria, mensual, anual y una familia de curvas de forma similar (Gaucherel, 2002); mientras que el método del rango reescalado no estima la variación en forma oscilatoria, sino que considera la longitud de la serie y la divide en un conjunto de sub-series con base en el rango ($R_{(w)}$) y la desviación estándar ($S_{(w)}$) para cada una de ellas (Figura 5).

($H_{R/S}=0.32$); while at monthly and annual scale, the structural pattern was characterized as random $H_{R/S}=0.51$ and $H_{R/S}=0.47$, respectively.

Statistic invariance to scaling in time

Analysis of precipitation series at different scales allowed to determine the invariance grade to the scaling in time of statistical parameters. The results showed that in monthly and annual scales the measure of central tendency of distribution of the data only showed invariance to scaling as it is shown in Figure 4; as long as the variation coefficient, bias and kurtosis presented low values of the coefficient of determination. The adjustment to a model of lineal regression was $R^2=0.82$ with which is possible to estimate average value from the variable at different time scales and to use it in methods of extrapolation of information.

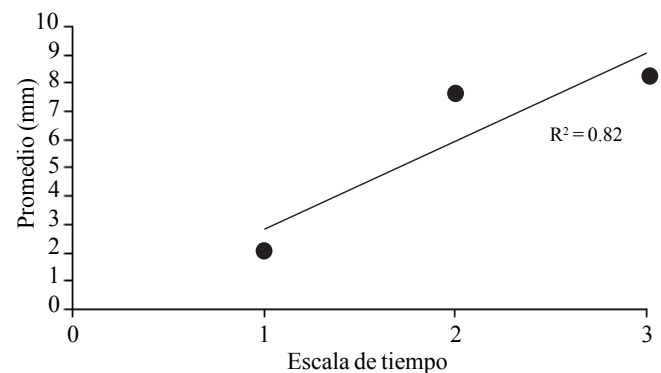


Figura 4. Invarianza del escalado en tiempo de promedios de series de precipitación pluvial a escala diaria 1, mensual 2 y anual 3.

Figure 4. Invariance to scaling in time in averages of pluvial precipitation series at daily 1, monthly 2 and annual 3 scale.

Fractal invariance to scaling in time

The coefficient of Hurst extracted by wavelets method showed $R^2=0.92$ superior to the one obtained with re-scaled range ($R^2=0.56$), which was due wavelets method establishes correlations between the daily, monthly, annual distribution and a family of curves in a similar way (Gaucherel, 2002); while the method of re-scaled range doesn't estimate the variation in oscillatory form, but rather it considers the longitude of the series and it divides it in a group of sub-series with base in the range ($R_{(w)}$) and the standard deviation ($S_{(w)}$) for each one of them (Figure 5).

Una posible aplicación de estos resultados en la modelación hidrológica, es la utilización de la propiedad fractal de la invarianza al escalado de serie de tiempo de la estación de Santa Fé de la Laguna para extrapolar o generar datos diarios a partir de series anuales y viceversa utilizando programas de generadores de trazas o series de tiempo a partir de la rugosidad del patrón estructural de la información disponible.

CONCLUSIONES

La aleatoriedad e invarianza al escalado de la información pluviométrica dentro de las series de tiempo, es difícil de cuantificar mediante la estadística convencional o descriptiva. El grado de aleatoriedad obtenido de las series, a través del análisis de las series de tiempo por medio de la geometría fractal y del coeficiente de Hurst, permiten determinar en forma consistente y a diferentes escalas de tiempo el grado de aleatoriedad de la precipitación pluvial.

El método de ondoletas es más riguroso que el método de rango reescalado para determinar el grado de aleatoriedad de las series de tiempo de precipitación pluvial.

Los parámetros fractales H_w y $H_{R/S}$ son importantes para diferenciar la aleatoriedad y el grado de invarianza a diferentes escalas de tiempo de la precipitación pluvial.

AGRADECIMIENTO

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo a través del proyecto nacional "Definición y mapeo de indicadores para el manejo sostenible del suelo" (G-33156-B). Se agradecen las aportaciones de los revisores que mejoraron sustancialmente la calidad de este documento.

LITERATURA CITADA

Amador, G. A. 2000. Simulación dinámica del impacto ambiental por actividades agrícolas en la cuenca de Pátzcuaro, Michoacán. Tesis de Maestría. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México. 101 p.

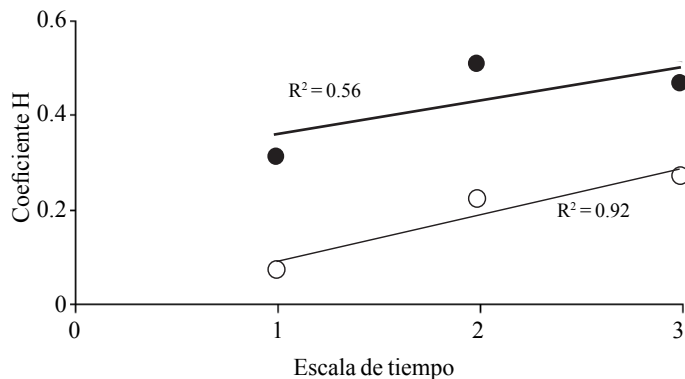


Figura 5. Invarianza del escalado en tiempo del coeficiente de Hurst, extraído de series de precipitación por el método de ondoletas (°) y del rango de reescalado (●) a escala diaria 1, mensual 2 y anual 3.

Figure 5. Invariance of scaling in time for coefficient of Hurst, extracted from precipitation series by wavelets method (°) and from re-scaled range (●) at daily 1, monthly 2 and annual 3 scale.

A possible application of these results in hydrological modeling is the use of fractal property of the invariance to scaling of series of time of station Santa Fé de la Laguna to extrapolate or to generate daily data starting from annual series and vice versa using programs of generators of patterns or series of time starting from the roughness of the structural pattern of the available information.

CONCLUSIONS

The randomness and invariance to scaling of pluvial information within series of time it is difficult to quantify by means of conventional or descriptive statistic. The obtained grade of randomness of series, through analysis of series of time by means of fractal geometry and of coefficient of Hurst, allow to determine in consistent form and at different scales of time the grade of randomness of the pluvial precipitation.

The wavelets method is more rigorous than the method of re-scaled range to determine the grade of randomness of the series of time of pluvial precipitation.

- Arnaud, P.; Bouvier, Ch.; Cisneros, L. and Dominguez, R. 2002. Influence of rainfall spatial variability on flood prediction. *J. Hydrol.* 260:216-230.
- Balankin, A. S.; Morales, M. O.; Gálvez, M. E. and Pérez, A. A. 2004. Crossover from antipersistent to persistent behaviour in time series possessing the generalized dynamic scaling law. *Review Ser.* 69(3):45-54.
- Bullock, S. H. 2003. Seasonality, spatial coherence and history of precipitation in a desert region of the Baja California peninsula. *J. Arid Environ.* 53:169-182.
- Burgos, T. R. and Pérez, E. V. 1999. Estimation of the fractal dimension of a rainfall time series over a zone relevant to the agriculture in Havana. *SOMETCUBA. Bulletin.* Vol. 5. Num. 1. 35 p.
- Burlando, P. and Rosso, R. 1996. Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curve for storm precipitation. *J. Hydrol.* 187:45-64.
- Carbone, A.; Castelli, G. and Stanley, H. E. 2004. Analysis of clusters formed by the moving average of a long-range correlated time series. *Phys. Rev. E* 69: 026105.
- Comrie, A. C. and Broyles, B. 2002. Variability and spatial modeling of fine-scale precipitation data for the Sonora Desert of south-west Arizona. *J. Arid Environ.* 50:573-592.
- Dirección de Estudios del Territorio Nacional (DETENAL). 1979. Descripción de la leyenda de la carta edafológica (DETENAL). SPP. México. 104 p.
- Entekhabi, D.; Asrar, G. R.; Betts, A. K.; Beven, K. J.; Bras, R. L.; Duffy, C. J.; Dunne, T.; Koster, R. D.; Lettenmaier, D. P.; McLaughlin, D. B.; Shuttleworth, W. J.; Van Genuchten, M. T.; Wei, M. Y.; and Wood, E. F. 1999. An agenda for land surface hydrology research and a call for the second international hydrological decade. *Bulletin of the Amer. Meteorol. Soc.* 80:2043-2058.
- Gaucherel, C. 2002. Use of wavelet transform for temporal characterization of remote watersheds. *J. Hydrol.* 269:101-121.
- Giménez, D.; Rawls, W. J. and Lauren, J. G. 2000. Scaling properties of saturated hydraulic conductivity in soil. *In: Pachepsky, Y. A.; Crawford, J. W. and Rawls, W. J. (eds). Fractals in soil science.* Elsevier Science B. V. 115-130 pp.
- Kipkorir, E. C. 2002. Analysis of rainfall climate on the Njemps Flats Baringo District, Kenya. *J. Arid Environ.* 50:445-458.
- The fractal parameters H_W and $H_{R/S}$ are important to differentiate between the randomness and the invariance grade at different scales of time of the pluvial precipitation.

End of the English version



- Kumar, P. and Foufoula-Georgiou, E. 1993. A multicomponent decomposition of spatial rainfall fields 1. Segregation of large- and small-scale features using wavelets transforms. *Water Resour. Res.* 29: 2515-2532.
- Lázaro, R.; Rodrigo, F. S.; Gutiérrez, L.; Domingo, F. and Puigdefábregas, J. 2001. Analysis of a 30 - year rainfall record (1967-1997) in semi-arid SE Spain for implications on vegetation. *J. Arid Environ.* 48:373-395.
- Mandelbrot, B. B. 1983. *The fractal geometry of nature.* San Francisco, W. H. Freeman, Oxford. 468 p.
- Mandelbrot, B. B. 2002. *Gaussian self-affinity and fractals. Globality. The Earth, 1/f Noise, and R/S.* Springer. 654 p.
- Miranda, J. G. V.; Andrade, R. S. F.; Da Silva, A. B.; Ferreira, C. S.; González, A. P. and Carrera López, J. L. 2004. Temporal and spatial persistence in rainfall records from Northeast Brazil and Galicia. *Theor. Appl. Climatol.* 77:113-121.
- Morales, M. O.; Balankin, A. y Hernández, L. M. 2005. Metodología de predicción de precios del petróleo basada en la dinámica fractal. *Científica.* 9:3-11.
- Olsson, J.; Niemczynowics, J.; Brendsson, R. and Larson, M. 1992. An analysis of the rainfall time structure by box counting-some practical implications. *J. Hydrol.* 137:261-277.
- Olsson, J. and Niemczynowicz, J. 1996. Multifractal analysis of daily spatial rainfall distributions. *J. Hydrol.* 187:29-43.
- Osborn, H. B. and Hickok, R. B. 1968. Variability of rainfall affecting runoff from a semi-arid rangeland watershed. *Water Resources Res.* 4:199-203.
- Palomas, M. E. 2002. Evidencia e implicaciones del fenómeno Hurst en el mercado de capitales. *Gaceta de Economía.* Año 8. 15:117-153.

- Richter, D. D.; Ralston, C. W. and Harms, W. R. 1983. Chemical composition and spatial variation of bulk precipitation at a coastal plain watershed in South Carolina. *Water Resour. Res.* 19:134-140.
- Rivera, A. 2000. El cambio climático: el calentamiento de la tierra. Ed. Debate, S. A. Primera edición. Madrid. 165 p.
- Salas, J. D.; Delleur, J. W.; Yevjevich, V. and Lane, W. L. 1985. Applied modeling of hydrologic time series. Water Resources Publications. Littleton, CO. USA. 484 p.
- Schroeder, M. 1991. Fractals, chaos, power laws: Minutes from an infinite paradise. Freeman, W. H. & Co. New York. New York. USA. 288 p.
- Shanan, L.; Evenari, M. and Tadmor, N. H. 1967. Rainfall patterns in the central negev desert. *Isr. Exploration J.* 17:163-184.
- Tiscareño, L. M.; Báez, G. A. D.; Velásquez, V. M.; Potter, K. N.; Stone, J. J.; Tapia, V. M. and Claverán, A. R. 1999b. Agricultural research for watershed restoration in central México. *J. Soil and Water Cons.* 36:686-692.
- Valdez-Cepeda, R.; Mendoza, B.; Díaz-Sandoval, R.; Valdés-Galicia, J.; López-Martínez, D. J. and Martínez-Rubin, C. E. 2003a. Power-spectrum behavior of yearly mean grain yields. *Fractals.* 11:295-301.
- Valdez-Cepeda, R.; Hernández-Ramírez, D.; Mendoza, B.; Valdez-Galicia, J. and Maravilla, D. 2003b. Fractality monthly extreme minimum temperature. *Fractals.* 11:137-144.
- Wight, J. R. and Hanson, C. L. 1991. Use of stochastically generated weather records with rangelands simulations models. *J. Range Management.* 44:282-285.