



ENSAYO / ESSAY

MODELO DE INCREMENTO Y RENDIMIENTO: EJEMPLOS Y APLICACIONES PARA BOSQUES TEMPLADOS MEXICANOS

GROWTH AND YIELD MODELS: EXAMPLES AND APPLICATIONS FOR MILD-WEATHER MEXICAN FORESTS

José de Jesús Návar-Cháidez¹, Pedro Antonio Domínguez-Calleros²

RESUMEN

Las proyecciones del incremento y rendimiento son centrales en el manejo sustentable de ecosistemas forestales. En este ensayo se presentan estimaciones del incremento y rendimiento de masas arbóreas de zonas templadas, como base para la planeación estratégica forestal sustentable; y de un conjunto o sistema de mediciones ambientales de esos ecosistemas. Se utilizan métodos y formas para calcular el incremento y los rendimientos sustentables en tres niveles: rodales completos, clases de árboles y árboles individuales. Los datos empleados para la calibración y validación de los modelos de parcelas permanentes de monitoreo, de cronosecuencias y de análisis troncales de especies y bosques de clima templado. Las técnicas de modelado incluyen modelos de incremento y rendimiento para bosques regulares, modelos basados en la suposición de irregularidad, donde el tiempo es más importante que la edad de los árboles; modelos basados en la recuperación y predicción de los parámetros de la distribución Weibull, modelos matriciales de proyección de clases diamétricas; y modelos basados en la ausencia de la edad para árboles individuales. Los métodos matemáticos fueron desarrollados ex profeso. Asimismo, se usaron ecuaciones de incremento y rendimiento consignadas en la literatura mexicana. Los nuevos modelos son herramientas imprescindibles una vez que se hayan colectado las fuentes de datos necesarias en los sitios permanentes de monitoreo, y que se apliquen al desarrollo de las prácticas silvícolas, a fin de cumplir con los requisitos de las nuevas tendencias del manejo forestal.

Palabras clave: Árboles individuales independientes de la distancia, clases de árboles, cronosecuencias, distribución Weibull, matrices, modelos de rodales completos.

ABSTRACT

Growth projections and performance are crucial to the sustainable management of forest ecosystems. This paper presents estimates of growth and yield of temperate zone tree stands as a basis for strategic planning sustainable forest, and a set or system of environmental measurements of these ecosystems. Methods and forms are used to calculate the sustainable growth and yields at three levels: full stands, kinds of trees and individual trees. The data used for calibration and validation of models of permanent monitoring plots, chronosequence and stem analyzes of species and temperate forests. Include modeling techniques and performance models to increase regular forests, models based on the assumption of irregularity, where time is more important than the age of the trees based on recovery models and prediction of Weibull distribution parameters, projection matrix models diameter classes, and models based on the absence of age for individual trees. Mathematical methods were developed expressly. Also be used to increase and performance equations contained in Mexican literature. The new models are essential tools once you have collected the necessary data sources permanent monitoring sites, and have been applied to the development of forestry practices in order to meet the requirements of the new trends of forest management.

Key words: Independent from distance individual trees, tree classes, chronosequences, Weibull distribution, matrixes, full-stand models.

Fecha de recepción / date of receipt: 5 de mayo de 2012. Fecha de aceptación / date of acceptance: 7 de mayo de 2013.

¹ CIDIR-IPN UNIDAD DURANGO, Correo-e: jnavar@ipn.mx

² Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Juárez del Estado de Durango.

INTRODUCCIÓN

Las proyecciones del incremento y rendimiento son centrales en el manejo sustentable de ecosistemas forestales. La sustentabilidad desde el punto de vista de las dimensiones del arbolado indica que estas deben permanecer constantes entre intervenciones (Clutter *et al.*, 1983). Si se consideran aspectos como el ecológico, la mezcla de especies, su abundancia relativa, en términos de densidad y cobertura, etcétera, también tienen que ser constantes, al menos en ciclos de corta consecutivos (Vanclay, 1995).

Otra alternativa es entender los estadios sucesionales para manejar los bosques con base en estos conceptos biológicos, a fin de tener, en uno, todos los estadios en un tiempo dado y espacio, en escalas de tiempo determinadas por la diferencia entre las etapas pioneras y tardías de la sucesión.

El crecimiento se define como el cambio irreversible de los árboles durante periodos cortos (Clutter *et al.*, 1983). Las modificaciones se producen en las dimensiones diámetro y altura, pero también en la densidad, reclutamiento y mortalidad de los individuos que constituyen la masa forestal. El rendimiento se refiere al crecimiento integrado en un intervalo de tiempo, el cual origina el estado de la masa en periodos específicos (Vanclay, 1994, 1995).

Los modelos de incremento y rendimiento se pueden clasificar en: (i) modelos a nivel del rodal; (ii) modelos de clases diamétricas; y (iii) modelos de árboles individuales (Peng, 2000). Estas tres técnicas son aplicables a bosques regulares o irregulares: los primeros tienen una edad similar, y generalmente, pertenecen a una sola especie, como los bosques provenientes de plantaciones forestales; los segundos, en cambio, contienen árboles de diferentes edades y en muchas ocasiones, poseen varios taxa en el sitio. El concepto de regularidad considera a los árboles cuya diferencia en edad no es mayor a 25% de la rotación; por ejemplo, si esta es de 60 años, entonces la diferencia máxima permisible es de 15 años entre los árboles que componen el rodal; cuando se presentan valores superiores, los bosques son irregulares.

Peng (2000) consigna el marco general donde se ubican los modelos (Figura 1).

El crecimiento del bosque se entiende como un proceso dinámico, y desde el punto de vista de un balance de masas incluye una entrada (incorporación), un movimiento (crecimiento) y una salida (mortalidad y cosecha). La incorporación se refiere a los individuos que se integran a la masa forestal, cuando se alcanzan las dimensiones inventariables ($D > 7.5$ cm). La mortalidad de árboles en forma natural se da por procesos determinísticos, como la competencia; y por estocásticos, como los incendios, las plagas, las enfermedades y las sequías.

El crecimiento de los individuos se considera como el cambio gradual en dimensiones a través del tiempo y lo afectan diversos

INTRODUCTION

Growth projections and performance are central to the sustainable management of forest ecosystems. Sustainability from the viewpoint of the size of the trees indicates that these should remain constant between interventions (Clutter *et al.*, 1983). Considering ecological aspects like the mix of species, the relative abundance of species in terms of density and cover, etc., they also need to be consistent, at least in short consecutive cycles (Vanclay, 1995).

Another alternative is to understand the successional stages to manage forests based on these biological concepts, in order to have all the stages in one at a given time and space on time scales determined by the difference between pioneers and late stages succession.

Growth is defined as the irreversible change of trees for short periods (Clutter *et al.*, 1983). Changes occur in the diameter and height dimensions, but also the density, recruitment and mortality of individuals which make-up are the forest mass. The yield refers to the growth integrated into a time interval which causes the state of the mass in specific time intervals (Vanclay, 1994, 1995).

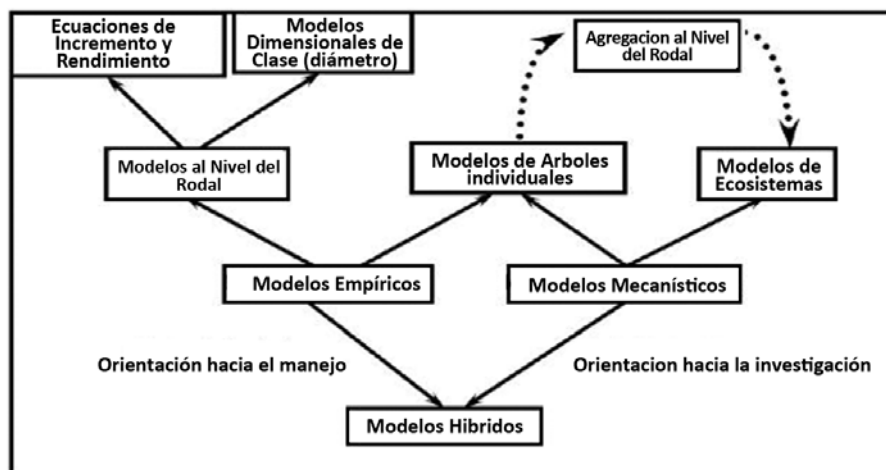
The growth and yield models can be classified into: (i) Stand-level models, (ii) diameter class models, and (iii) individual tree models (Peng, 2000). These three techniques are applicable to regular or irregular forests: the former have a similar age, and generally, belong to a single species, such as from forest plantations, the latter, however, contain trees of different ages and, in many cases, possess several taxa at the site. The concept of regularity considers those trees whose age difference is not more than 25% of turnover, for example, if it is 60 years, then the maximum difference is 15 years from the trees that make up the stand; when values are higher, forests are irregular.

Peng (2000) records the general framework where models are found (Figure 1).

Forest growth is understood as a dynamic process, and from the view point of a mass balance, it includes an input (incorporation), a movement (growth) and an output (mortality and harvest). Incorporation refers to individuals who join the forest mass, when reaching inventory dimensions ($D > 7.5$ cm). Tree mortality occurs naturally by deterministic processes, such as competition, and stochastic, such as fire, pests, disease and drought.

The growth of individuals is seen as the gradual change in size over time and is affected by various factors, among which are the origin of species (genotype) and the environment.

From an ecophysiological perspective, forest growth is difficult to project at the long term, it depends on physiological (photosynthetic rate and respiration), climate (light availability, temperature, precipitation, etc.), physical (nutrient levels in the soil and carbon dioxide concentrations in the atmosphere), and



Fuente: Peng (2000).

Source: Peng (2000).

Figura 1. Los modelos de incremento y rendimiento a diferentes escalas espaciales y sus orientaciones hacia el manejo y la investigación.

Figure 1. Growth and yield models at different space scales and their trends towards management and research.

factores, entre los que destacan el origen de las especies (genotipo) y el entorno ambiental.

Mediante una perspectiva ecofisiológica, el crecimiento del bosque es difícil de proyectar a largo plazo, pues depende de aspectos fisiológicos (tasa fotosintética y de respiración), climáticos (disponibilidad de luz, temperatura, precipitación, etcétera), físicos (niveles de nutrientes en el suelo y concentraciones de bióxido de carbono en la atmósfera), y biológicos (incorporación, competencia y mortalidad) (Vanclay, 1994, 1995). El crecimiento en diámetro y altura muestra un comportamiento estocástico, aunque la tendencia sigmoideal es natural para describir el crecimiento promedio de los árboles.

El crecimiento del bosque se define de modo objetivo a distintos niveles: rodal, grupo de árboles y árboles individuales; además, estos últimos pueden ser clasificados espacial o inespacialmente (Clutter *et al.*, 1983; Vanclay, 1995; Peng, 2000). La elección del mejor modelo es el que resulte útil a los objetivos para los cuales las técnicas fueron diseñadas y evaluadas. Un modelo genera diferentes resultados a ciertas necesidades; el mejor debe ser de fácil uso, preciso en el intervalo de datos usados para su construcción y producir resultados biológicos realistas (Buchman y Shifley, 1983).

Modelos de crecimiento a nivel del rodal. El rodal es la unidad básica de manejo del bosque, pese a que en algunos de estos ecosistemas y sitios, la división dasocrática en el subrodal merece esta consideración. Ambos se definen como un conjunto de árboles más o menos homogéneos ubicados en un sitio también, relativamente, uniforme en cuanto a composición y productividad. Los modelos para un rodal son desarrollados para capturar los rasgos de un conjunto de árboles que crecen, por lo general, a escalas espaciales mayores, en contraste con los enfocados a clases de árboles o de individuos, por ejemplo.

biological (incorporation, competition and mortality) (Vanclay, 1994, 1995). The height and diameter growth shows a stochastic behavior, although the sigmoid trend is natural to describe average tree growth.

The forest growth is objectively defined at different levels: stand, group of trees and individual trees; in addition, the latter can be classified as space or with no-space (Clutter *et al.*, 1983; Vanclay, 1995; Peng, 2000). Choosing the best model is the one that is useful to the purposes for which the techniques were designed and evaluated. A model generates different results for certain needs; the best must be easy to use, accurate in the range of data used to build and produce realistic biological results (Buchman and Shifley, 1983).

Growth models at the stand level. The stand is the basic unit of forest management, although in some of these ecosystems and sites, the dasocratic division in substands deserves this consideration. Both are defined as a set of more or less homogeneous trees located at a site also relatively uniform in composition and productivity. Models for a stand are developed to capture the features of a set of growing trees, usually at larger spatial scales, in contrast to those focusing on trees or classes of trees or individuals, for example.

Stand level models for even-aged forests. A set of equations compatible with the approach that the increment model can be derived from the sum of the predicted yield at different time intervals was proposed by Sullivan and Clutter (1972) and by Clutter *et al.* (1983). The algebraic form of the yield model can be derived from the mathematical integration corresponding to the increment. The general form of the equation is expressed by model (1).

Modelos a nivel del rodal para bosques coetáneos. Un conjunto de ecuaciones compatibles con el planteamiento de que el modelo de incremento puede ser derivado de la suma del rendimiento predicho, a diferentes intervalos de tiempo fue propuesto por Sullivan y Clutter (1972) y Clutter *et al.* (1983). La forma algebraica del modelo de rendimiento es posible derivarla de la integración matemática del correspondiente al incremento. La forma general de la ecuación se consigna en el modelo (1).

$$V_1 = f(S, A_1, B_1) \quad (1)$$

$$V_2 = f(S, A_2, B_2) \quad (2)$$

$$B_2 = f(A_1, A_2, S, B_1) \quad (3)$$

Donde:

V_1, V_2 = Volúmenes presente y futuro.

S = Índice de sitio.

B_1, B_2 = Áreas basales presente y futura.

A_1, A_2 = Edades inicial y final.

La sustitución de B_2 de la ecuación (3) en la ecuación (2) resulta en la del rendimiento futuro, en términos de las variables presentes del rodal y la proyección de la edad:

$$V_2 = f(A_1, A_2, S, B_1) \quad (4)$$

Un ejemplo específico de este tipo de modelos se determina en la ecuación (5).

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 \frac{1}{A_2} + \beta_3 \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) + \beta_4 (\ln B_1) \frac{A_1}{A_2} \quad (5)$$

Los parámetros de la expresión (5) se estiman fácilmente en regresión lineal múltiple, pero se necesitan datos para su calibración y validación. El modelo (5) se simplifica, si se permite que $A_2 = A_1$ para dar origen al (6).

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 A^{-1} + \beta_3 \ln(B_1) \quad (6)$$

Aplicaciones del modelo de incremento y rendimiento para rodales completos. El modelo (5) se aplica para: (i) seis sitios permanentes de monitoreo denominados Cielito Azul en Durango; y (ii) cronologías de sitios reforestados en Durango. Para el primer caso, las remediciones se hicieron en 1982, 1993 y 2004; cabe señalar que en 1968 se les aplicó una corta de matarrasa. Tratamiento silvícola que promovió el establecimiento de la nueva masa con edades coetáneas. En la Figura 2 se registra la información de los sitios permanentes de monitoreo y su modelo.



$$V_1 = f(S, A_1, B_1) \quad (1)$$

$$V_2 = f(S, A_2, B_2) \quad (2)$$

$$B_2 = f(A_1, A_2, S, B_1) \quad (3)$$

Where:

V_1, V_2 = Present and future volumes

S = Site index

B_1, B_2 = Present and future basal areas

A_1, A_2 = Initial and final ages

B_2 substitution of equation (3) into equation (2) results in the future yield in terms of the variables present in the stand and projecting age:

$$V_2 = f(A_1, A_2, S, B_1) \quad (4)$$

A specific example of this kind of models is described by equation (5).

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 \frac{1}{A_2} + \beta_3 \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) + \beta_4 (\ln B_1) \frac{A_1}{A_2} \quad (5)$$

The parameters of expression (5) are easily estimated by a multiple linear regression but requires data for calibration and validation. Model (5) is simplified, if it is allowed that $A_2 = A_1$ to give rise to (6).

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 A^{-1} + \beta_3 \ln(B_1) \quad (6)$$

Applications of the growth and yield model for full stands. Model (5) applies to: (i) six permanent monitoring sites called Cielito Azul in Durango, and (ii) Chronologies of reforested sites in Durango. For the first case, remeasurements were made in 1982, 1993 and 2004; it is worth noting that in 1968 they were given a short clear-cut. The application of this forestry treatment promoted the establishment of the new even-aged mass. In Figure 2 the information of the permanent monitoring sites is recorded and its model.

Applications to data from chronologies. In the second model data from 38 reforested plots at different times in Durango state were used; the chronologies technique was considered under the assumption that the differences in growth are mainly due to the difference in age and site productivity. The fitting of model (6) generates the following parameters:

$$\ln(V) = 0.63835 - 24.46221 \cdot (1/A) + 0.97349 \cdot \ln(B) - 0.875151 \cdot \ln(S)$$

The basal area model is limited up to 40 years, as there is no other source of information to estimate it at a greater age; in addition, its resulting equation follows the power model:

Aplicaciones a datos provenientes de cronologías. En el segundo modelo se emplearon datos de 38 parcelas reforestadas en diferentes periodos en Durango; se consideró la técnica de cronologías, bajo la suposición de que las discrepancias en el crecimiento se deben, principalmente, a la diferencia de edad y a la productividad del sitio. El ajuste del modelo (6) genera los siguientes parámetros:

$$\ln(V) = 0.63835 - 24.46221 \cdot (1/A) + 0.97349 \cdot \ln(B) - 0.875151 \cdot \ln(S)$$

El modelo del área basal se limita hasta 40 años, porque no existe otra fuente de información para estimarlo a mayor edad; además, su ecuación resultante sigue el modelo de potencia:

$$\ln(B) = \text{EXP}(-3.7768 + 0.833775 \cdot \ln(S) + 1.87978 \cdot \ln(A))$$

El de incremento y rendimiento (Figura 3) al sustituir la ecuación del área basal en el modelo de volumen, se obtiene:

$$\ln(V) = 0.63835 - 24.46221 \cdot (1/A) + 0.97349 \cdot \ln(\text{EXP}(-3.7768 + 0.833775 \cdot \ln(S) + 1.87978 \cdot \ln(A))) - 0.875151 \cdot \ln(S)$$

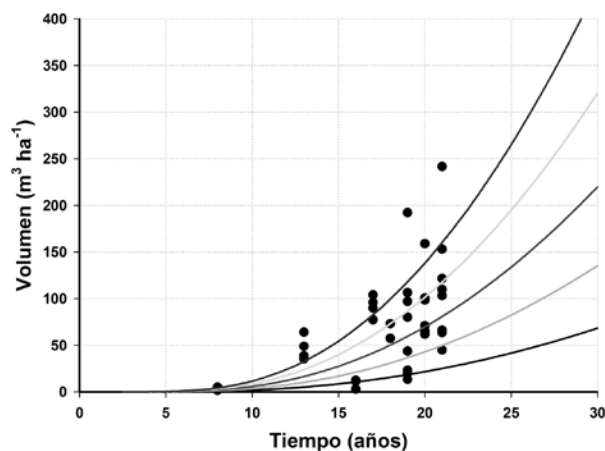


Figura 3. El modelo de incremento y rendimiento para sitios reforestados de Durango, México.

Figure 3. The growth and yield model for reforested sites of Durango state, Mexico.

Comparaciones con otros modelos de incremento y rendimiento, previamente desarrollados. El modelo descrito con anterioridad parece ajustarse hasta cierto límite, como se observa en la Figura 4. Una comparación con el desarrollado por Aguirre-Bravo (1987) para rodales coetáneos, uniespecíficos de *Pinus cooperi* C. E. Blanco originan el conjunto de gráficas de la Figura 4. Las diferentes curvas indican distintos grados de densidad, estimados por el nivel de densidad de Reineke. Por ejemplo, el primer conjunto de curvas (de abajo hacia arriba), es para sitios con índices de densidad

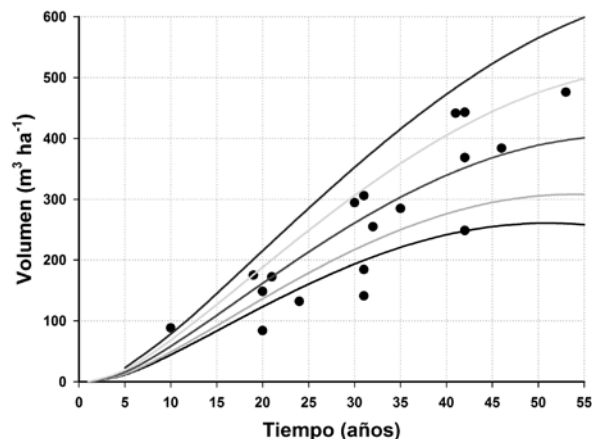


Figura 2. El modelo de incremento y rendimiento para parcelas con corta de matarrasa en Durango, México.

Figure 2. The growth and yield model for clear-cut plots in Durango state, Mexico.

$$\ln(B) = \text{EXP}(-3.7768 + 0.833775 \cdot \ln(S) + 1.87978 \cdot \ln(A))$$

In the growth and yield model (Figure 3) when replacing the basal area equation into the volume model, the following is obtained:

$$\ln(V) = 0.63835 - 24.46221 \cdot (1/A) + 0.97349 \cdot \ln(\text{EXP}(-3.7768 + 0.833775 \cdot \ln(S) + 1.87978 \cdot \ln(A))) - 0.875151 \cdot \ln(S)$$

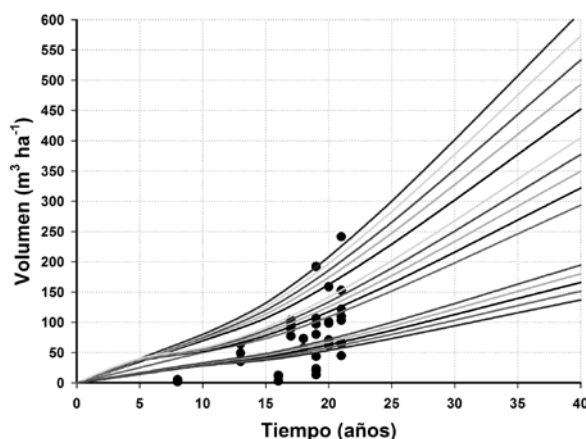


Figura 4. Datos de volumen para sitios reforestados, en contraste con el modelo de incremento y rendimiento descrito por Aguirre-Bravo (1987) para *Pinus cooperi* C. E. Blanco en Durango, México.

Figure 4. Volume data for reforested sites, in contrast to the growth and yield model described by Aguirre-Bravo (1987) for *Pinus cooperi* C. E. Blanco in Durango state, Mexico

de Reineke de 400, el segundo y tercero para 800 y 1 200 árboles por hectárea, respectivamente. Es notoria la forma en que la densidad juega un papel importante en el incremento y rendimiento de las masas reforestadas en Durango, lo cual sucede porque la máxima densidad integra el aprovechamiento total potencial del sitio, y es aquí donde se recomiendan las prácticas silvícolas encaminadas a manejar la competencia.

En la literatura se registran algunos modelos de incremento y rendimiento a nivel del rodal. (Cuadro 1).



Comparisons with other models of growth and performance, previously developed. The model described above appears to fit to a certain extent, as shown in Figure 4. A comparison with that developed by Aguirre-Bravo (1987) for even-aged unspecific *Pinus cooperi* C. E. Blanco stands originate the set of graphs in Figure 4. The different curves show different degrees of density estimated by Reineke's density level. For example, the first set of curves (from bottom to top), is for sites with Reineke density ratios of 400, the second and third for 800 and 1 200 trees per hectare, respectively. It is remarkable how density plays an important role in the growth and yield of the reforested masses in Durango state, which happens because the maximum density integrates full exploitation potential of the site, and it is where forestry practices aimed at manage competition are recommended.

Cuadro 1. Modelos de incremento y rendimiento a nivel del rodal para algunas especies de bosques templados de México.
Table 1. Growth and yield models at a stand level for some mild-weather forests of Mexico.

Especies	Modelo	Investigador
<i>Pinus montezumae</i> Lamb.	$LV=2.92+0.01318IS-0.00004056E^2+1.149(EI/E2)L(ABI)-0.3285(1-EI/E2)$	Magaña-Torres <i>et al.</i> (1993)
<i>Pinus patula</i> Schltdl. <i>et</i> Cham.	$-0.8948+0.01367(Ddes)+0.7148(Vin)+0.0482IS$	De Los Santos-Posadas <i>et al.</i> (1993)
<i>Pinus arizonica</i> Engelm.	$LV=2.03+0.029IS-29.09/E2+1.015(EI/E2)Ln(ABI)+4.52(1-EI/E2)$	Zepeda y Domínguez, (1998)

IS=Índice de sitio; E2=Edad dos; EI=Edad actual; ABI=Área basal actual; Ddes= Diámetro promedio después de aclareo; Vin = Volumen inicial.
IS=Site index; E2=Age two; EI=Present age; ABI=Present basal area, Ddes= Average diameter after clear-cutting; Vin = Initial volume.

Modelos de incremento y rendimiento para clases de árboles. Rastrear los cambios en el volumen o algunas otras características en cada clase de árboles; por ejemplo, la estimación del crecimiento de los árboles promedio en cada clase diamétrica, en los cuales los volúmenes se agregan sobre todas las clases diamétricas; y los que son por clase de géneros o especies de árboles existentes en una comunidad forestal. Existen varias técnicas matemáticas para estimar el incremento y rendimiento en un rodal para bosques irregulares. Buongiorno (2004) exhibió un modelo en forma de matrices, en el que los parámetros se representan por una matriz estocástica de transición de los árboles entre clases diamétricas, y el reclutamiento de los nuevos árboles depende de las condiciones del sitio. El modelo (7) tiene la forma siguiente:

$$\begin{aligned} y_{i,t+\tau} &= \beta_0 + \beta_1(y_{i,t} - h_{i,t}) + \beta_2(y_{2,t} - h_{2,t}) + \dots + \beta_n(y_{n,t} - h_{n,t}) \\ y_{2,t+\tau} &= \beta_2(y_{i,t} - h_{i,t}) + \alpha_2(y_{2,t} - h_{2,t}) \\ \dots \\ y_{n,t+\tau} &= \beta_n(y_{i,t} - h_{i,t}) + \alpha_2(y_{2,t} - h_{2,t}) \end{aligned} \quad (7)$$

Donde:

$y_{i,t+\tau}$ = Número de árboles en pie y vivos de la i ésima clase diamétrica en el tiempo t .
 $h_{i,t}$ = Número de árboles muertos o cosechados de la i ésima clase diamétrica durante un intervalo de tiempo.

There are some records of growth and yield models at stand level in literature, as shown in Table 1.

Growth and yield models for tree classes. They track changes in the volume or some other features in each class of trees, for example, estimating the average tree growth in each size class, in which the volumes are added over all size classes; and those which are by kinds of genera or species of trees in a forest community. There are several mathematical techniques to estimate the growth and yield in a stand for irregular forests. Buongiorno (2004) exhibited a matrix-shaped pattern in which the parameters are represented by a stochastic transition matrix of the trees between diameter classes, and the recruitment of new trees depending on site conditions. Model (7) has the following form:

$$\begin{aligned} y_{i,t+\tau} &= \beta_0 + \beta_1(y_{i,t} - h_{i,t}) + \beta_2(y_{2,t} - h_{2,t}) + \dots + \beta_n(y_{n,t} - h_{n,t}) \\ y_{2,t+\tau} &= \beta_2(y_{i,t} - h_{i,t}) + \alpha_2(y_{2,t} - h_{2,t}) \\ \dots \\ y_{n,t+\tau} &= \beta_n(y_{i,t} - h_{i,t}) + \alpha_2(y_{2,t} - h_{2,t}) \end{aligned} \quad (7)$$

Where:

$y_{i,t+\tau}$ = Number of live and standing trees of the i th diametric class in the t time
 $h_{i,t}$ = Number of dead or harvested trees of the i th diametric class in the t time

B_0, B_1, B_2, a_2, a_n = Parámetros estadísticos estimados por medio de técnicas de regresión lineal múltiple.

Un ejemplo práctico considera los datos correspondientes a 36 parcelas de monitoreo de Cielito Azul en Durango, con tres remediciones realizadas en intervalos de 11 años entre ellas (1982, 1993 y 2004) (Figura 5). Los árboles muertos, caídos y tocones se eliminaron porque no se tuvo información del tiempo en el cual se murieron, cayeron o fueron cortados. Los estimadores obtenidos se presentan a continuación:

$$Y_{5,2004} = -9.53 - 0.1672(X_{5,1982}) + 1.2244(X_{5,1993}) + 0.36(X_{25,1993}) - 1.6175(X_{45,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.82 \\ S_x &= 15.75 \\ Sx(\%) &= 14\% \end{aligned}$$

$$Y_{15,2004} = -0.2299(X_{15,1982}) + 0.5247(X_{5,1993}) + 0.8189(X_{15,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.98 \\ S_x &= 21.76 \\ Sx(\%) &= 22\% \end{aligned}$$

$$Y_{25,2004} = -0.2873(X_{25,1982}) + 0.0793(X_{15,1993}) + 1.1191(X_{25,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.99 \\ S_x &= 4.95 \\ Sx(\%) &= 13\% \end{aligned}$$

$$Y_{35,2004} = 0.1807(X_{25,1982}) + 0.12(X_{25,1993}) + 0.4878(X_{35,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.98 \\ S_x &= 2.47 \\ Sx(\%) &= 16\% \end{aligned}$$

$$Y_{45,2004} = -0.069(X_{25,1982}) - 0.2778(X_{45,1982}) + 0.3746(X_{35,1993}) + 0.9284(X_{45,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.95 \\ S_x &= 2.02 \\ Sx(\%) &= 26\% \end{aligned}$$

$$Y_{55,2004} = -0.1645(X_{45,1982}) + 0.1718(X_{45,1993}) + 0.6331(X_{55,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.93 \\ S_x &= 1.05 \\ Sx(\%) &= 35\% \end{aligned}$$

B_0, B_1, B_2, a_2, a_n = Estimated statistical parameters by means of multiple linear regression.

A practical example considers the corresponding data from 36 monitoring plots of Cielito Azul in Durango state with three re-measurement performed at intervals of 11 years apart (1982, 1993 and 2004) (Figure 5). Dead and fallen trees as well as stumps were removed because there was no information of the time in which they died, fell or were cut. The estimates obtained are presented below:

$$Y_{5,2004} = -9.53 - 0.1672(X_{5,1982}) + 1.2244(X_{5,1993}) + 0.36(X_{25,1993}) - 1.6175(X_{45,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.82 \\ S_x &= 15.75 \\ Sx(\%) &= 14\% \end{aligned}$$

$$Y_{15,2004} = -0.2299(X_{15,1982}) + 0.5247(X_{5,1993}) + 0.8189(X_{15,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.98 \\ S_x &= 21.76 \\ Sx(\%) &= 22\% \end{aligned}$$

$$Y_{25,2004} = -0.2873(X_{25,1982}) + 0.0793(X_{15,1993}) + 1.1191(X_{25,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.99 \\ S_x &= 4.95 \\ Sx(\%) &= 13\% \end{aligned}$$

$$Y_{35,2004} = 0.1807(X_{25,1982}) + 0.12(X_{25,1993}) + 0.4878(X_{35,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.98 \\ S_x &= 2.47 \\ Sx(\%) &= 16\% \end{aligned}$$

$$Y_{45,2004} = -0.069(X_{25,1982}) - 0.2778(X_{45,1982}) + 0.3746(X_{35,1993}) + 0.9284(X_{45,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.95 \\ S_x &= 2.02 \\ Sx(\%) &= 26\% \end{aligned}$$

$$Y_{55,2004} = -0.1645(X_{45,1982}) + 0.1718(X_{45,1993}) + 0.6331(X_{55,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.93 \\ S_x &= 1.05 \\ Sx(\%) &= 35\% \end{aligned}$$

$$Y_{65,2004} = 0.01235(X_{5,1982}) + 0.3581(X_{55,1982}) - 0.01241(X_{5,1993}) + 0.9114(X_{65,1993})$$

$$\begin{aligned} R^2_{aj} &= 0.91 \\ S_x &= 0.99 \\ Sx(\%) &= 49\% \end{aligned}$$



$$Y_{6.5,2004} = 0.01235(X_{5,1982}) + 0.3581(X_{55,1982}) - 0.01241(X_{5,1993}) + 0.9114(X_{6.5,1993})$$

$$r^2_{aj} = 0.91$$

$$S_x = 0.99$$

$$S_x(\%) = 49\%$$

La precisión en la estimación se reduce a medida que disminuye el número de árboles en las parcelas, como se observa en el error estándar porcentual ($S_x(\%)$). Con este conjunto de ecuaciones es factible predecir para los próximos 11 años el número de árboles por clase diamétrica, para esto se utilizan las ecuaciones al desplazar los tiempos de 1983 a 1993 y de 1993 a 2004. Los resultados de esta simulación se ilustran en la Figura 5.

El incremento del número de árboles por hectárea es indicativo de que el bosque aún está en recuperación de su densidad natural, después del disturbio a que fue sometido; además del incremento en especies secundarias de la sucesión que pueden ocupar espacios debajo de las pioneras.

Modelos de incremento y rendimiento por el desplazamiento de la distribución diamétrica. Los modelos de Buongiorno y Mitchie (1980) y de Buongiorno (2004) predicen la distribución diamétrica mediante un conjunto de ecuaciones que proyecta cada clase diamétrica. Existen modelos que lo hacen simultáneamente para todas las clases con la predicción o recuperación de los parámetros de una distribución probabilística ajustada a las distribuciones diamétricas. Las distribuciones probabilísticas describen, con el uso de funciones matemáticas, las estructuras diamétricas; mientras que la interpretación de los parámetros define las características estructurales de las comunidades o poblaciones.

Las funciones de densidad probabilísticas se han convertido en herramientas clásicas en el manejo de los recursos naturales; las de Weibull, Gamma, Beta, Charlier, Normal, Lognormal, Johnson S_B , Pearson, Log Pearson, Valores Extremos, entre otras son algunas de las que se emplean en la descripción de las clases diamétricas (Clutter *et al.*, 1983; Devore, 1996; Haan, 2003; Bailey y Dell, 1973; Návar y Contreras, 2000); ejemplos de sus aplicaciones para los recursos naturales y medio ambiente se consignan en Návar y Corral (2006). En particular, las distribuciones Weibull y Johnson S_B son populares por su flexibilidad y su forma cerrada (Vanclay, 1994; Parresol *et al.*, 2010).

Distribución Weibull. La función probabilística se describe con el modelo (8):

$$P_X(X) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{X-\epsilon}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X-\epsilon}{\beta}\right)^\alpha} \quad (8)$$

Donde:

α , β y ϵ = Parámetros de forma, escala y posición de la distribución.

X = es la variable aleatoria (diámetro).

The estimation accuracy is reduced as the number of trees in the plots decreases; this can be observed in the percentage standard error ($S_x(\%)$). With this set of equations it is feasible to predict the number of trees by diameter class for the next 11 years; thus, equations are used to move the times from 1983 to 1993 and from 1993 to 2004. Results of this simulation are illustrated in Figure 5.

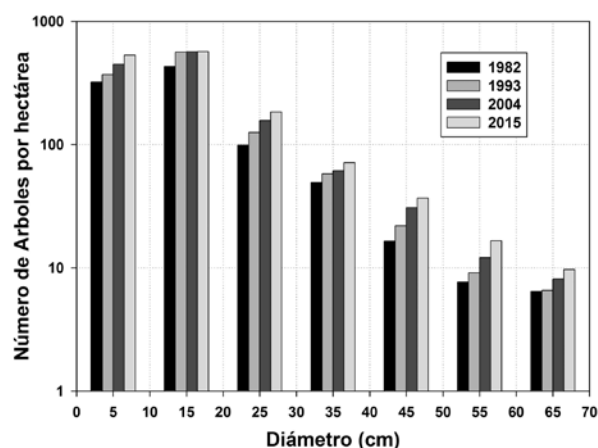


Figura 5. Distribución y proyección con un modelo de matrices transicionales del número de árboles por hectárea de 36 parcelas permanentes de monitoreo de Cielito Azul, Durango, México.

Figure 5. Distribution and projection with a model of transitional matrixes of the number of trees per hectare of 36 permanent monitoring plots of Cielito Azul, Durango state, Mexico.

The increment in the number of trees per hectare suggests that the forest is still recovering its natural density after disturb that it suffered, in addition to the increment of secondary species of succession that may cover spaces underneath the pioneers.

Growth and yield models for tree classes by the displacement of the diametric distribution. Buongiorno and Mitchie models (1980) and that of Buongiorno (2004) predict the diameter distribution by a set of equations that maps each diameter class. There are models that make it simultaneously for all classes with the prediction or recovering of the parameters of a probability distribution fitted to the diameter distributions. The probability distributions describe, by using mathematical functions, diameter structures, while the interpretation of the parameters defines the structural characteristics of communities or populations.

The probability density functions have become classical tools in the management of natural resources the Weibull, Gamma, Beta, Charlier, Normal, Lognormal, Johnson S_B , Pearson, Log Pearson, Extreme Values, among others, are some of those used in the description of diameter classes (Clutter *et al.*, 1983; Devore, 1996; Haan, 2003; Bailey and Dell, 1973; Návar

Sus aplicaciones en el manejo forestal se han mostrado en Clutter *et al.* (1983), Wenger (1984), Nívar y Contreras (2000) y Torres-Rojo (2005). Nívar y Corral (2006) estimaron los parámetros por varios procedimientos, entre los que destacan: a) momentos, b) puntos, y c) máxima verosimilitud de un conjunto de diámetros de árboles de sitios circulares de muestreo de 1 000 m². La solución por momentos es popular y ha sido propuesta por Hahn y Shapiro (1967) como la relación existente entre el tercer y segundo momento, respecto al origen con los parámetros de forma y escala, respectivamente para desencadenar en la ecuación que describe el origen de la distribución.

Ejemplo para datos provenientes de sitios con cronologías. Los datos dasométricos de 62 rodales de bosques templados distribuidos en la región de El Salto, Durango. Los diámetros normales del género *Pinus* se ajustaron a la distribución Weibull de tres parámetros (forma, α , escala, β , y posición, ϵ). Se utilizó el método de momentos, y a partir de procesos iterativos se obtuvo la solución para cada uno de los 60 rodales.

La solución propuesta originalmente por Hahn y Shapiro (1967) como la relación existente entre el tercer momento con respecto al origen y el parámetro de forma se expresa de la siguiente manera:

$$\gamma = \frac{\Gamma(1+3/\alpha) - 3\Gamma(1+2/\alpha)\Gamma(1+1/\alpha) + 2\Gamma(1+1/\alpha)^3}{[\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma(1+1/\alpha)^2]^{3/2}} \quad (9)$$

Mediante la estimación del sesgo de los datos y con la ecuación (9) para resolver por α se conoce la solución para el parámetro de forma. Una vez calculado este, el parámetro de escala β se resuelve como sigue:

$$\beta = \left[\frac{\sigma^2}{\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma(1+1/\alpha)^2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

Finalmente, el parámetro de posición de la distribución ϵ se soluciona de la siguiente manera:

$$\epsilon = \mu - \beta\Gamma(1+1/\alpha) \quad (11)$$

Los parámetros contra los datos dasométricos a nivel del rodal son: diámetro promedio (d), altura promedio (H), volumen (v) y área basal (ba). Los modelos regresivos fueron:

$$\begin{aligned} \beta &= -1.3893 + 1.14837d \\ r^2 &= 0.97 \\ \alpha &= \exp(-0.5022 + 5.4132\ln(\beta) - 5.2334\ln(d)) \\ r^2 &= 0.85 \\ \epsilon &= \exp(-0.02767 - 11.1873\ln(\beta) + 11.8534\ln(d)) \\ r^2 &= 0.44 \end{aligned}$$

and Contreras, 2000); examples of their applications to natural resources and environment are reported in Nívar and Corral (2006). In particular, the Weibull and Johnson S_b distributions are popular for their flexibility and closed form (Vanday, 1994; Parresol *et al.*, 2010).

Weibull distribution. The probabilistic function is described by model (8):

$$P_X(X) = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right) \left(\frac{X - \epsilon}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X - \epsilon}{\beta} \right)^\alpha} \quad (8)$$

Where:

α, β and ϵ = Form, scale and position parameters of the distribution
 X = is the random variable (diameter).

Its applications in forest management have been shown in Clutter *et al.* (1983), Wenger (1984), Nívar and Contreras (2000) and Torres-Rojo (2005). Nívar and Corral (2006) estimated the parameters by various procedures, among which: a) time, b) points and c) maximum likelihood of a set of tree diameters of circular sampling sites 1 000 m². The solution for some moments is popular and has been proposed by Hahn and Shapiro (1967) as the ratio between the third and second moment about the origin with shape and scale parameters, respectively to trigger in the equation that describes the origin of distribution.

Example of data from sites with timelines. 62 mensuration data of temperate or wild-weather forest stands distributed in the El Salto region, Durango state. The normal diameter of the genus *Pinus* adjusted to the three-parameter Weibull distribution (form, α , scale, β , y position, ϵ). The method of moments was used, and from iterative processes the solution was obtained for each of the 60 stands.

The originally proposed solution by Hahn and Shapiro (1967) as the relationship between the third moment in regard to the origin and the shape parameter is expressed as follows:

$$\gamma = \frac{\Gamma(1+3/\alpha) - 3\Gamma(1+2/\alpha)\Gamma(1+1/\alpha) + 2\Gamma(1+1/\alpha)^3}{[\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma(1+1/\alpha)^2]^{3/2}} \quad (9)$$

By the estimation of the bias of the data and with the equation (9) to solve by α the solution for the form parameter is known. Once it is calculated, the parameter of the β scale is solved as follows:

$$\beta = \left[\frac{\sigma^2}{\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma(1+1/\alpha)^2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

Finally, the position parameter of the ϵ distribution is solved as follows:

El diámetro y la altura para bosques de *Pinus cooperi* se proyectaron en tiempo con las ecuaciones registradas por Aguirre-Bravo (1987):

$$H = \beta_1 S^{\beta_2} (1 - \exp(\beta_3 \cdot t))^{\beta_4} S^{\beta_5} \quad (12)$$

$$D = \exp(\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{t}\right) \beta_2 \cdot \ln(SDI) + \beta_3 \cdot \ln(H) + \beta_4 \cdot \frac{\ln(SDI)}{t} + \beta_5 \cdot \frac{\ln(H)}{t}) \quad (13)$$

Donde:

H = Altura (m).

S = Índice de sitio (m a la edad base de 60 años).

t = Tiempo (años).

SDI = Índice de densidad de Reineke (densidad de arbolado [número de individuos ha^{-1}]).

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ = Parámetros estadísticos.

La densidad de Reineke fue de 800 árboles por hectárea y el índice de sitio de 25 m a la edad base de 60 años. Asimismo, se ajustó la clásica ecuación de potencia a los datos de densidad contra el diámetro y la ecuación resultó en una pendiente ligeramente mayor al coeficiente de los $-3/2$. El promedio del número de árboles por hectárea con diámetros de entre 10 y 40 cm fue:

$$E(X) = X = \int_{d=10}^{d=40} d(13421d^{-1.7529})dd = 700 \text{ árboles por hectárea} \quad (14)$$

La integral muestra que los 800 árboles por hectárea del índice de densidad de Reineke estuvo aproximada a la realidad, y que la densidad disminuye de forma drástica con el aumento en el diámetro. Las simulaciones del crecimiento en diámetro y en altura se muestran en la Figura 6.

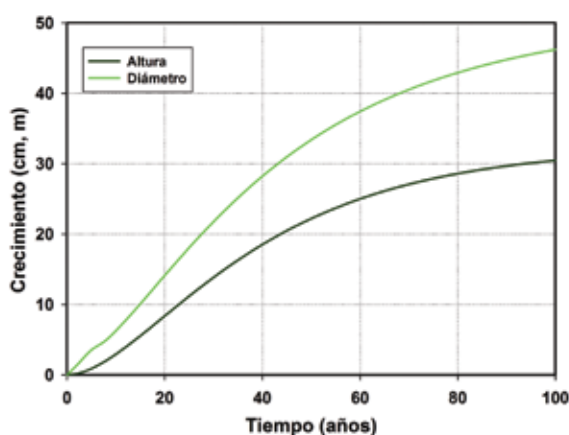


Figura 6. Las proyecciones en tiempo del diámetro y la altura para *Pinus cooperi* C. E. Blanco en Durango, México.

Figure 6. Projections in time of the diameter and height of *Pinus cooperi* C. E. Blanco in Durango state, Mexico.

$$\varepsilon = \mu - \beta \Gamma(1 + 1/\alpha) \quad (11)$$

The parameters against the mensuration data at the stand level are: average diameter (d), average height (H), volume (v) and basal area (ba). The regression models were:

$$\beta = -1.3893 + 1.14837d$$

$$r^2 = 0.97$$

$$\alpha = \exp(-0.5022 + 5.4132 \ln(\beta) - 5.2334 \ln(d))$$

$$r^2 = 0.85$$

$$\varepsilon = \exp(-0.02767 - 11.1873 \ln(\beta) + 11.8534 \ln(d))$$

$$r^2 = 0.44.$$

Diameter and height for *Pinus cooperi* forests were projected in time with the equations of Aguirre-Bravo (1987):

$$H = \beta_1 S^{\beta_2} (1 - \exp(\beta_3 \cdot t))^{\beta_4} S^{\beta_5} \quad (12)$$

$$D = \exp(\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{t}\right) \beta_2 \cdot \ln(SDI) + \beta_3 \cdot \ln(H) + \beta_4 \cdot \frac{\ln(SDI)}{t} + \beta_5 \cdot \frac{\ln(H)}{t}) \quad (13)$$

Where:

H = Height (m).

S = Site index (m at the basic age of 60 years)

t = Time (years)

SDI = Reineke density index (tree density [number individuals ha^{-1}]).

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ = Statistical parameters estadísticos

Reineke's density was of 800 trees per hectare and site index of 25 m at the base age of 60 years. Also, the classic potent equation to the density data was fitted against diameter and the result of the equation was slope slightly higher to the coefficient of the $-3/2$. The average of the number of trees per hectare with diameters between 10 and 40 cm was:

$$E(X) = X = \int_{d=10}^{d=40} d(13421d^{-1.7529})dd = 700 \text{ trees per hectare} \quad (14)$$

The integral shows that the 800 trees per hectare of the Reineke's density index was close to reality, and that density drastically diminishes as diameters increase. Simulations of growth in diameter and height are shown in Figure 6.

Simulations are shown in Figure 7, in which the distribution of forest products from the model are expressed too.

Growth and yield modes for irregular forest stands. Bailey and Dell (1983) proposed a growth model at the stand level based upon the present volume, according to the following equation:



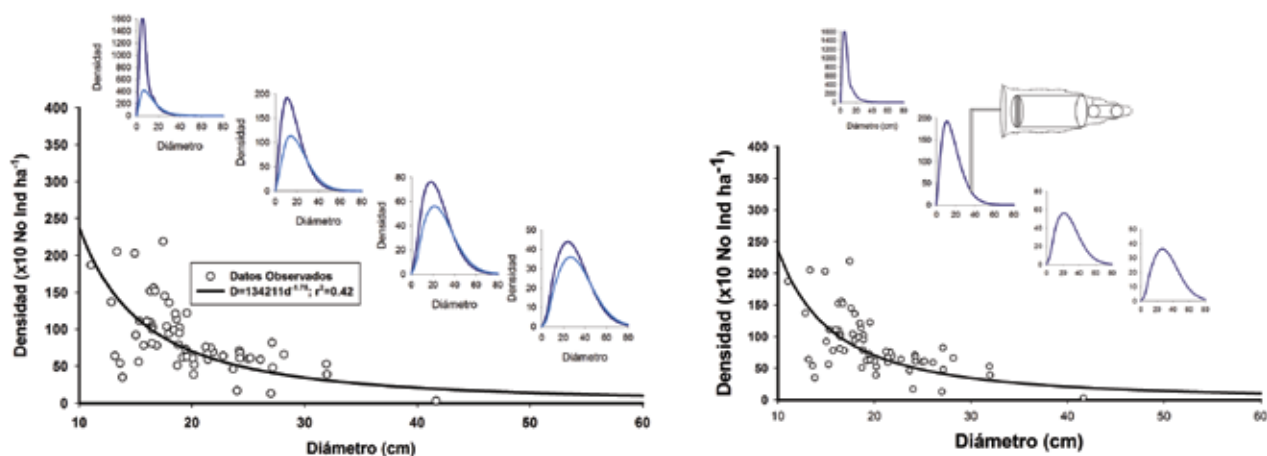


Figura 7. La simulación de las proyecciones diamétricas con distribución de productos en tiempo para bosques de *Pinus cooperi* C. E. Blanco en Durango, México.

Figure 7. Simulations of the diametric projections with the distribution of products in time for *Pinus cooperi* C. E. Blanco forests in Durango state, Mexico.

Las simulaciones se presentan en la Figura 7, en la que también se exhibe la distribución de productos forestales derivados del modelo.

Modelos de incremento y rendimiento para rodales con bosques irregulares Bailey y Dell (1973) propusieron un modelo de incremento a nivel del rodal con base en el volumen presente, según la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = f(V) \quad (15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}(V) = a V^b$$

Este modelo es adecuado para especies de las cuales es difícil conocer su edad y, aunque sea simple, cuando el rodal está compuesto por un número de árboles de diversas edades, considerado como irregular, el incremento y rendimiento deben ajustarse en función de otras variables, ya que la edad es tan cambiante como el incremento mismo.

Los datos de incremento ($m^3 ha^{-1} año^{-1}$) para la especie *Quercus sideroxylla* Bonpl. de 41 parcelas permanentes de monitoreo estuvieron disponibles para el ajuste de un modelo de incremento simple (Figura 8). Este no incluye variables de productividad (índice de sitio) porque no está relacionado estadísticamente con el incremento para dicho género. El volumen se vincula estadísticamente en forma positiva con el incremento en diámetro de los encinos.



$$\frac{\partial V}{\partial t} = f(V)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}(V) = a V^b \quad (15)$$

This model is suitable for species which is difficult to know their age, albeit simple, when the stand is composed of a number of trees of various ages, considered as irregular, growth and yield should be fitted depending on other variables, since age is as changeable as growth itself.

Growth data ($m^3 ha^{-1} year^{-1}$) for *Quercus sideroxylla* Bonpl. from 41 permanent monitoring plots were available for fitting a simple increment model (Figure 8). This does not include productivity variables (site index) because it is not statistically related to the increment for that genus. Volume is statistically associated positively with diameter increment in oaks.

Growth and yield models for individual trees. They are the most complex and model each individual of a list of trees. Many models of this nature estimate a crown competition index for each tree, and are used to determine if the specimen dies or survives competition and, if it does, it evaluates the increase in diameter, height and crown size. The method of calculating the crown competition factor distinguishes the different models. Hence, the distance dependent equations are derived when the position of the trees is known at the site. If the competition factor is only based on tree characteristics and dimensions of the other trees that make up the stand, then it is a distance-independent model.

Modelos de incremento y rendimiento para árboles individuales. Son los más complejos y modelan cada individuo de una lista de árboles. Muchos modelos de esta naturaleza estiman un índice de competencia de copa para cada árbol, y se usan a fin de determinar si el ejemplar muere o vive a la competencia y, si sobrevive, se evalúa su incremento en diámetro, altura y dimensión de copa. La forma de calcular el factor de competencia de copas distingue a los diferentes modelos. De aquí se derivan las ecuaciones dependientes de la distancia, cuando la posición de los árboles se conoce en el sitio. Si el factor de competencia solo se basa en las características del árbol y las dimensiones de los otros árboles que componen el rodal, entonces se trata de un modelo independiente de la distancia.

En este documento se describen algunos modelos con ejemplos prácticos para bosques de Durango y uno para árboles de *Q. sideroxyla* de la misma entidad, con datos provenientes de sitios permanentes de investigación silvícola. Se ajustaron dos modelos para valorar el incremento en diámetro; mediante este último se derivó la típica curva de crecimiento en diámetro; mediante el diámetro se derivó la altura y el volumen. Los datos de incremento diamétrico se midieron en árboles individuales que crecen en 36 sitios permanentes de investigación silvícola con datos de las mediciones efectuadas en 1982, 1993 y 2004. Los resultados muestran el crecimiento e incremento de la especie de encino, por lo que se concluye que su crecimiento es más lento, en comparación con el de las pináceas de la región.

A partir de los datos de incremento en el diámetro, en función del diámetro normal se ajustaron los modelos (1) de Chapman-Richards y (2) log normal:

$$\frac{\partial D}{\partial t} (Dn) = abc (1 \pm \exp(-tDn)^c)^{-1} e^{-bt} \quad (16)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} (Dn) = ae \left[-0.5 \left[\frac{\ln \frac{Dn}{x_0}}{b} \right]^2 \right]$$

Donde:

∂D = Incremento en diámetro (cm).
 ∂t = Incremento en tiempo (a^{-1}).
 a, b, c, x_0 = Parámetros estadísticos.
 Dn = Diámetro normal.

Las ecuaciones anteriores tienen las siguientes propiedades: a) cuando se integran resultan en la clásica curva sigmoideal del crecimiento en diámetro, y b) parten de un incremento corriente anual de cero, cuando el diámetro es = 0, ya que el diámetro normal está funcionalmente relacionado con la edad y, si se considera un diámetro inicial x , la integral de la ecuación (1) resulta en el modelo de crecimiento de Chapman-Richards. Este procedimiento lo ha trabajado Ricker (2004) para especies de selvas tropicales. Debido a que el procedimiento es difícil

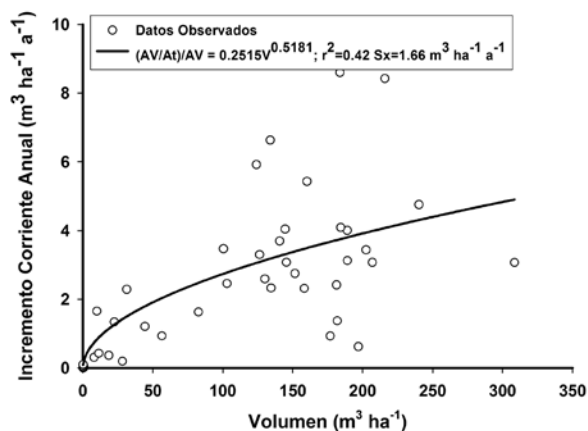


Figura 8. El modelo de incremento al nivel del rodal para *Quercus sideroxyla* Bonpl. de parcelas permanentes de monitoreo de Durango, México.

Figure 8. Growth model at the stand level for *Quercus sideroxyla* Bonpl. of permanent monitoring plots of Durango state, Mexico.

This paper describes some models with practical examples for Durango forest trees and one for *Q. sideroxyla* trees of the same state, with data from permanent forest research sites. Two models were fit to assess the increment in diameter and one of them was derived from the typical growth curve in diameter; diameter came from height and volume. Diameter increment data were measured on individual trees growing in 36 permanent forest research sites with data from measurements made in 1982, 1993 and 2004. The results show the growth and increment of oak species, so it is concluded that their growth is slower compared to that of the Pinaceae in the region.

From the data of increase in diameter, depending on the normal diameter, the (1) Chapman-Richards and (2) log normal models were fit:

$$\frac{\partial D}{\partial t} (Dn) = abc (1 \pm \exp(-tDn)^c)^{-1} e^{-bt} \quad (16)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} (Dn) = ae \left[-0.5 \left[\frac{\ln \frac{Dn}{x_0}}{b} \right]^2 \right]$$

Where:

∂D = Diameter increment (cm).
 ∂t = Time increment (a^{-1}).
 a, b, c, x_0 = Statistical parameters
 Dn = Normal diameter

The above equations have the following properties: a) when integrated, they result in the classical sigmoideal growth curve in diameter, and b) starting from a zero current annual increment when the

de resolver matemáticamente, se estimó numéricamente con el conocimiento del diámetro inicial de plántulas de encino. Los resultados se presentan en la Figura 9.

Se desarrolló la curva de diámetro-altura con los datos procedentes de los sitios permanentes de monitoreo. A través de la curva de crecimiento en diámetro se obtuvo la de crecimiento en altura; mientras que con los datos de altura y diámetro se estimaron los volúmenes. La curva de crecimiento en diámetro derivada con el diámetro inicial de 0.52 cm define una sigmoïdal suave con diámetros de 13, 37, 94 y 196 cm a edades de 100, 200, 400 y 800 años, respectivamente (Figura 10). Los diámetros a edades superiores a 400 años son insensibles al diámetro inicial; en tanto, que con edades menores, la curva inicial es influenciada por el valor dado del parámetro inicial.

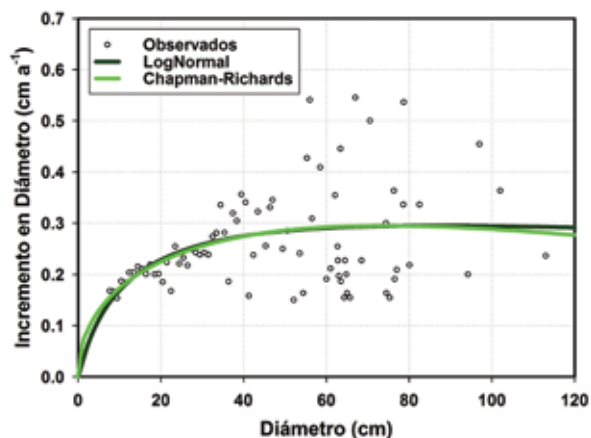


Figura 9. El ajuste de dos modelos a la relación incremento en diámetro en función del diámetro para *Quercus sideroxyla* Bonpl. de Durango, México.

Figure 9. Fitting of two models in regard to diameter increment according to diameter for *Quercus sideroxyla* Bonpl. of Durango state, México.

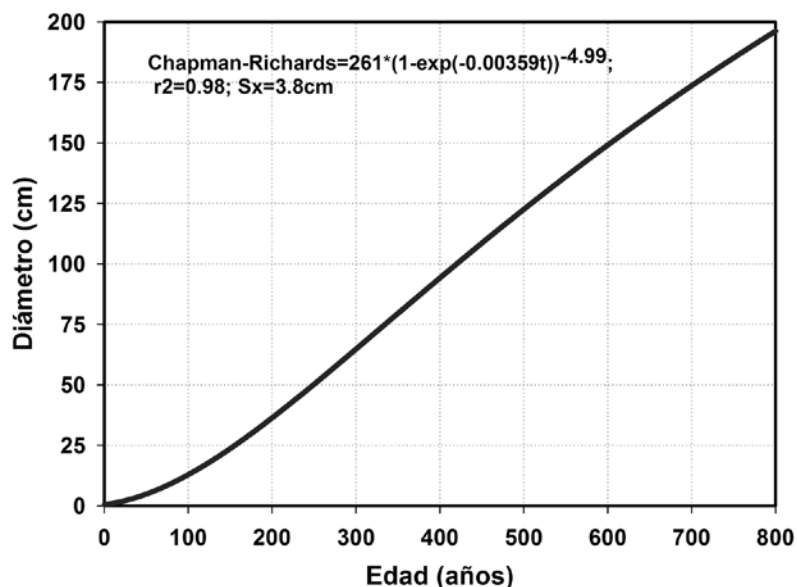


Figura 10. El crecimiento en diámetro derivado de la ecuación para *Quercus sideroxyla* Bonpl. del centro de Durango, México.

Figure 10. Diameter growth derived from the *Quercus sideroxyla* Bonpl. equation of central Durango, México.

Los crecimientos en diámetro estimados con este procedimiento son consistentes con los diámetros citados para *Quercus kelloggii* Newb. en California (Garrison *et al.*, 2002). La curva de crecimiento en diámetro define un incremento corriente anual máximo promedio de 0.30 cm a^{-1} y un turno adquirido a la edad de 650 años, cuando el incremento medio anual alcanza un valor de 0.25 cm a^{-1} (Figura 11).

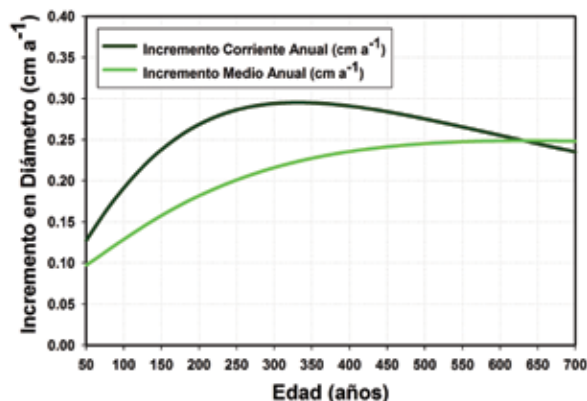


Figura 11. Los incrementos corriente y medio anual en diámetro derivados de la curva de crecimiento diamétrico para *Quercus sideroxyla* Bonpl.

Figure 11. Los Diameter current and annual mean increments from the diametric growth curve for *Quercus sideroxyla* Bonpl.

Tablas de producción. Las tablas de producción convencionales son una continuación de los modelos de incremento y rendimiento puestos en forma tabular. Son útiles en: a) la interpretación de los modelos para determinar bondades y debilidades, b) el uso práctico de los modelos en planes de manejo; y c) son la base del cálculo de varios elementos biogeoquímicos.

Tablas de producción sustentables. A continuación se presenta una serie de ecuaciones que componen los modelos de incremento y rendimiento para después describirlos en forma tabular.

La altura (hi); el diámetro normal de los árboles individuales (d); el área basal (b); el volumen (v); y la densidad o número de árboles (n) por hectárea en función de la edad de la masa (a); el nivel de productividad medido indirectamente por el índice de sitio (si); el nivel de densidad de la masa calculado por el índice de densidad de Reineke (sdi); los parámetros de la distribución Weibull, de forma (aw), de posición (ew) y de escala (bw); y el cálculo del número de árboles por hectárea por clase diamétrica (nx), con parámetros estadísticos $p1, \dots, p5$; $a0, \dots, a5$; $v0, \dots, v5$; $n0, \dots, n4$; se muestran en seguida.



diameter is 0, since the normal diameter is functionally related with age and, considering an initial diameter x , the integral of equation (1) results in the growth model of Chapman-Richards. This procedure has been tested by Ricker (2004) for tropical forest species. Because the procedure is mathematically difficult to solve, it was numerically estimated knowing of the initial diameter of oak seedlings. The results are presented in Figure 9.

The curve was developed with diameter-height data from permanent monitoring sites. Through the diameter growth curve was obtained height growth, while with the height and diameter data, the volumes were estimated. The growth curve in diameter derived with the initial diameter of 0.52 cm defines a smooth sigmoidal with diameters of 13, 37, 94 and 196 cm at age 100, 200, 400, and 800 years, respectively (Figure 10). The diameters at ages above 400 years are insensitive to the initial diameter, while that with younger age, the initial curve is influenced by the given value of the initial parameter.

The diameter growths estimated by this procedure are consistent with the diameters quoted for *Quercus kelloggii* Newb. in California (Garrison *et al.*, 2002). The diameter growth curve defines an average current annual increment of 0.30 cm y^{-1} and an acquired turn at the age of 650 years old, when the mean annual increment gets to 0.25 cm a^{-1} (Figure 11).

Production tables. Conventional production tables are a continuation of the growth and yield models displayed in tabular positions. They are useful in: a) the interpretation of the models to determine strengths and the weaknesses, b) the practical use of the models in management plans, and c) are the basis for the calculation of various biogeochemical elements.

Sustainable production tables. Following is a series of equations that make up the model of growth and yield and its later description in a tabular format.

Height (hi), the normal diameter of individual trees (d), the basal area (b), the volume (v) and the density or number of trees (n) per hectare depending on the age of the mass (a) productivity level measured indirectly by site index (si), the level of the mass density calculated by the Reineke density index (sdi), the Weibull distribution parameters, of shape (aw), position (ew) and scale (bw) and the calculation of the number of trees per hectare by diameter class (nx), with statistical parameters $p1, \dots, p5$; $a0, \dots, a5$; $v0, \dots, v5$; $n0, \dots, n4$, are displayed here.

The values of the statistical parameters are:

$p1=1.2315$; $p2=0.99898$; $p3=0.003719$; $p4=1.504$; $p5=0.01928$
 $a0=2.729$; $a1=-10.79$; $a2=-0.145$; $a3=0.654$; $a4=1.070$; $a5=-3.877$
 $b0=3.26$; $b1=3.15$; $b2=0.935$; $b3=0.303$; $b4=0.606$; $b5=-2.728$
 $v0=0.656$; $v1=17.76$; $v2=1.06$; $v3=0.965$; $v4=-1.656$; $v5=-5.766$
 $n0=7.3599$, $n1=0.02471$, $n2=0.8228$, $n3=-1.022$, $n4=0.18025$.

Los valores de los parámetros estadísticos son:

$p1=1.2315$; $p2=0.99898$; $p3=0.003719$; $p4=1.504$; $p5=0.01928$
 $a0=2.729$; $a1=-10.79$; $a2=-0.145$; $a3=0.654$; $a4=1.070$; $a5=-3.877$
 $b0=-3.26$; $b1=-3.15$; $b2=0.935$; $b3=0.303$; $b4=0.606$; $b5=-2.728$
 $v0=-0.656$; $v1=17.76$; $v2=1.06$; $v3=0.965$; $v4=-1.656$; $v5=-5.766$
 $n0=7.3599$; $n1=-0.02471$; $n2=0.8228$; $n3=-1.022$; $n4=+0.18025$.
 $hi=(p1*si**p2)*(1-exp(-p3*a**p4))**si**p5$
 $d=exp(a0+a1*(1/a)+a2*(log(sdi))+a3*log(hi)+a4*(log(sdi)/a)+a5*(log(hi)/a))$
 $b=exp(b0+b1*(1/a)+b2*log(sdi)+b3*log(hi)+b4*(log(sdi)/a)+b5*(log(hi)/a))$
 $v=exp(v0+v1*(1/a)+v2*log(b)+v3*log(hi)+v4*(log(b)/a)+v5*(log(hi)/a))$
 $n=exp(n0-n1*a+n2*log(b)-n3*log(hi)+n4*(b/a))$
 $nx=(aw*(x-ew)**(aw-1))*((bw-ew)**(-aw)*exp(-(x-ew)/(bw-ew)**aw))*5*n$
 $bw=-1.38934+1.14837*d$; $aw=exp(-0.5022+5.4132$
 $*log(bw)-5.2334*log(d))$; $ew=exp(-0.02767-11.1873*log(bw)+11.8534*log(d))$

$hi=(p1*si**p2)*(1-exp(-p3*a**p4))**si**p5$
 $d=exp(a0+a1*(1/a)+a2*(log(sdi))+a3*log(hi)+a4*(log(sdi)/a)+a5*(log(hi)/a))$
 $b=exp(b0+b1*(1/a)+b2*log(sdi)+b3*log(hi)+b4*(log(sdi)/a)+b5*(log(hi)/a))$
 $v=exp(v0+v1*(1/a)+v2*log(b)+v3*log(hi)+v4*(log(b)/a)+v5*(log(hi)/a))$
 $n=exp(n0-n1*a+n2*log(b)-n3*log(hi)+n4*(b/a))$
 $nx=(aw*(x-ew)**(aw-1))*((bw-ew)**(-aw)*exp(-(x-ew)/(bw-ew)**aw))*5*n$
 $bw=-1.38934+1.14837*d$; $aw=exp(-0.5022+5.4132$
 $*log(bw)-5.2334*log(d))$; $ew=exp(-0.02767-11.1873*log(bw)+11.8534*log(d))$

Production tables for environmental projects are a continuation of conventional production tables. The following score shows a table of components of biomass production of *Pinus cooperi* forests of Durango. The components were estimated with the volume expansion factors ($m^3 ha^{-1}$) to biomass components ($Mg ha^{-1}$) because with the use of biomass equations (Návar, 2009), eventually, estimations might become biased. Table 2 shows the production of this species and Table 3 with rates and average productivity canopy.

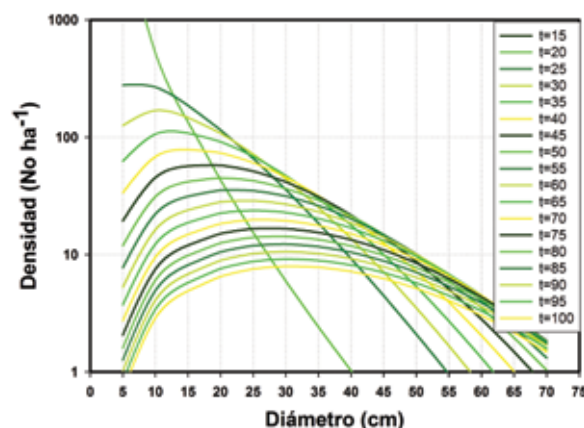
Cuadro 2. Tabla de producción para bosques de *Pinus cooperi* C. E. Blanco. índice de densidad al cierre de copas (SDI=800) y productividad promedio (índice de sitio=22.5 m a 60 años de edad).

Table 2. Production table for *Pinus cooperi* C. E. Blanco forests (density index to canopy closure (SDI = 800) and average yield (site index = 22.5 m at 60 years old).

<i>a</i>	<i>D</i>	<i>hi</i>	<i>B</i>	<i>v</i>	<i>n</i>	<i>n=f(d)</i>
5	2.83	0.93	24.24	36.39	49 453	
10	5.26	2.70	22.43	72.78	8 614	
15	8.55	4.90	25.60	92.75	4 191	
20	12.10	7.31	28.98	130.00	2 603	
25	15.66	9.76	32.07	176.63	1 804	
30	19.09	12.16	34.81	228.94	1 334	
35	22.32	14.42	37.20	284.03	1 028	
40	25.28	16.49	39.28	339.49	816	
45	27.96	18.34	41.07	393.39	663	
50	30.36	19.98	42.61	444.32	547	
55	32.48	21.39	43.93	491.31	458	
60	34.35	22.59	45.06	533.83	388	
65	35.97	23.60	46.02	571.68	331	
70	37.37	24.43	46.84	604.92	284	
75	38.58	25.12	47.54	633.77	246	
80	39.62	25.67	48.14	658.60	213	
85	40.52	26.11	48.64	679.82	186	
90	41.29	26.47	49.08	697.87	162	
95	41.95	26.74	49.45	713.18	142	
100	42.52	26.96	49.77	726.16	125	

a= Edad (años); *d*= diámetro a 1.30 m (cm); *hi* = altura total (m); *B*= área basal (m²); *v* = volumen (m³ ha⁻¹); *n* = número de árboles.

a= Age(years); *d*= diameter at 1.30 m (cm); *hi* = total height (m); *B*= basal area (m²); *v* = volume (m³ ha⁻¹); *n* = number of trees



Las tablas de producción para proyectos ambientales son una continuación de las tablas de producción convencionales. En seguida se presenta una tabla de producción con componentes de biomasa para bosques de *Pinus cooperi* de Durango. Los componentes se estimaron con los factores de expansión de volumen ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) a componentes de biomasa (Mg ha^{-1}) porque con el uso de ecuaciones de biomasa (Návar, 2009) las estimaciones resultan eventualmente sesgadas. En el Cuadro 2 se observa la tabla de producción con las estructuras diamétricas y en el Cuadro 3 la correspondiente con índices de copa y productividad promedio.

Cuadro 3. Tabla de Producción para proyectos ambientales para bosques de *Pinus cooperi* C. E. Blanco. con índice de densidad al cierre de copas ($\text{SDI}=800$) y productividad promedio (índice de sitio=22.5 m a 60 años de edad).

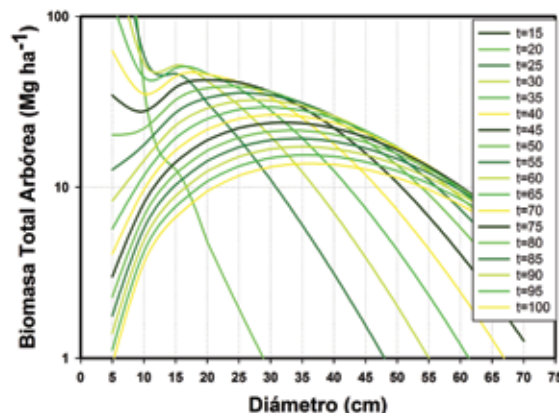
Table 3. Production table for environmental projects for *Pinus cooperi* C. E. Blanco forests (density index to canopy closure ($\text{SDI} = 800$) and average yield (site index = 22.5 m at 60 years old).

<i>a</i>	<i>D</i>	<i>hi</i>	<i>Bf</i>	<i>br</i>	<i>Brz</i>	<i>bt</i>	<i>bt=f(d)</i>
5	2.83	0.93	16.01	8.73	8.37	33.11	
10	5.26	2.70	32.02	17.47	16.74	66.23	
15	8.55	4.90	40.81	22.26	21.33	84.40	
20	12.10	7.31	57.20	31.20	29.90	118.30	
25	15.66	9.76	77.72	42.39	40.62	160.73	
30	19.09	12.16	100.73	54.95	52.66	208.34	
35	22.32	14.42	124.97	68.17	65.33	258.47	
40	25.28	16.49	149.38	81.48	78.08	308.94	
45	27.96	18.34	173.09	94.41	90.48	357.98	
50	30.36	19.98	195.50	106.64	102.19	404.33	
55	32.48	21.39	216.18	117.91	113.00	447.09	
60	34.35	22.59	234.89	128.12	122.78	485.79	
65	35.97	23.60	251.54	137.20	131.49	520.23	
70	37.37	24.43	266.16	145.18	139.13	550.48	
75	38.58	25.12	278.86	152.10	145.77	576.73	
80	39.62	25.67	289.78	158.06	151.48	599.33	
85	40.52	26.11	299.12	163.16	156.36	618.64	
90	41.29	26.47	307.06	167.49	160.51	635.06	
95	41.95	26.74	313.80	171.16	164.03	648.99	
100	42.52	26.96	319.51	174.28	167.02	660.81	

a= Edad (años); *d*= diámetro a 1.30 m (cm); *hi* = altura total (m); *Bf*= biomasa fustal (Mg ha^{-1}); *br* = biomasa ramal (Mg ha^{-1}); *Brz* = biomasa radicular (Mg ha^{-1}); *bt* = biomasa total (Mg ha^{-1}).

a= Age(years); *d*= diameter at 1.30 m (cm); *hi* = total height (m); *Bf*= stem biomass (Mg ha^{-1}); *br* = branch biomass (Mg ha^{-1}); *Brz* = root biomass (Mg ha^{-1}); *bt* = total biomass (Mg ha^{-1}).

At present, the growth and yield models can be applied to forest management and are those that come from the assumption that forest masses are regular and unispecific. Consequently, this sort of models that are being used are fed with the stand variables, such as basal area, density, height, average normal diameters and site indexes. The classic examples recorded in the first part of this document were those developed by Aguirre-Bravo (1987), De Los Santos-Posadas *et al.* (1993), Zepeda y Domínguez (1998) and Zepeda y Acosta (2000), amongst others.



En la actualidad, los modelos de incremento y rendimiento son aplicables al manejo forestal y son aquellos derivados de la suposición de que las masas forestales son regulares y uni-específicas. En consecuencia, los modelos de incremento y rendimiento empleados se alimentan con las variables del rodal, como el área basal, la densidad, la altura, diámetros normales promedios y el índice de sitio. Los ejemplos clásicos registrados en la primera parte de este documento fueron los desarrollados también por Aguirre-Bravo (1987), De Los Santos-Posadas *et al.* (1993), Zepeda y Domínguez (1998) y Zepeda y Acosta (2000), entre otros.

Durango native forests are generally diverse in the biological group of trees as they have an average of six tree species per surveyed site (Graziano, 2001; Návar-Cháidez and González-Elizondo, 2009), although oak timber is classified into three major groups: of small, medium and large leaf. Once a better understanding of the taxonomy of the genus *Quercus* is achieved, there are chances to increase that value. The average number of species per surveyed site and pine-oak mix changes spatially, and height above sea level largely explains these variations. On the eastern slopes of the Sierra Madre Occidental, oaks dominate the landscape. In the middle parts (2 002-2 004 m) pines begin to dominate, while at higher altitudes (> 2 005 m) they become dominant with a density of

Los bosques nativos de Durango son, en general, diversos en el grupo biológico arbóreo ya que presentan en promedio seis especies de árboles por sitio inventariado (Graciano, 2001; Návar-Cháidez y González-Elizondo, 2009), pese a que los encinos se clasifican forestalmente en tres grandes grupos: de hoja chica, mediana y grande. Una vez que se entienda mejor la taxonomía del género *Quercus*, es muy probable que ese valor aumente. El promedio de especies por sitio inventariado y la mezcla de pino-encino cambia espacialmente, y la altura sobre el nivel del mar explica en gran medida estas variaciones. En las vertientes orientales de la Sierra Madre Occidental, los encinos dominan el paisaje. En las partes medias (2 002-2 004 msnm) empiezan a dominar los pinos, mientras que en las zonas altas (> 2 005 msnm) predominan con una densidad de 80%; la parte restante (20%) corresponde principalmente, a los encinos (Graciano, 2001). Especies secundarias de pino se establecen debajo del dosel de las masas forestales. *P. ayacahuite* C. Ehrenb. y *P. teocote* Cham. et Schltdl. son claras excepciones respecto a que todos los pinos son intolerantes a la sombra; por lo tanto, son taxa pioneros que dominan el paisaje. Muchos encinos se establecen también bajo el dosel de los pinos y llegan a formar parte de los árboles dominantes en las etapas tardías de la sucesión (Návar-Cháidez y González-Elizondo, 2009).

La mayoría de los bosques templados de Durango, son irregulares por naturaleza, con distribuciones diamétricas entre J invertidas y log normales, y raramente se observan distribuciones balanceadas que simulan las normales (Návar y Contreras, 2000; Návar y Corral, 2006). Las causas fundamentales de estas formas de distribución diamétrica son los disturbios naturales y antrópicos. Los incendios, las plagas y enfermedades, las sequías, las ventiscas heladas, la corta selectiva de árboles de mayores dimensiones, entre otros factores, ocasionan una mortalidad importante de árboles y grupos de ellos (Návar-Cháidez y Lizarraga-Mendiola, 2013) y abren el dosel con la consecuente aparición de la regeneración. Así, la dominancia de individuos pequeños en el inventario origina el sesgo de las distribuciones diamétricas.

Los modelos de incremento y rendimiento se tienen que actualizar con este nuevo conocimiento, así como aumentar su resolución espacial a nivel de clases de árboles, al menos por ahora. Los pinos y encinos deben separarse en la estimación de su volumen, ahusamiento, densidad y crecimiento como una forma de proyectar en tiempo el comportamiento de estos grupos biológicos para desarrollar los modelos empíricos que determinen las prácticas silvícolas pertinentes de los rodales mixtos e irregulares.

Dentro de los modelos para bosques templados mixtos e irregulares se destaca en este trabajo el uso de la distribución diamétrica, pues integra todas las clases de edad en la estimación y proyección de la corta y su regulación (Clutter *et al.*, 1983; Cao, 2004). El modelo de predicción y recuperación de las clases diamétricas parece complejo y difícil de ejecutar para

80%, the remainder (20%) corresponds mainly to oaks (Graziano, 2001). Secondary pine species are set below the canopy of forests. *P. ayacahuite* C. Ehrenb. and *P. teocote* Cham. et Schltdl. are clear exceptions to all pines that are shade intolerant, therefore, they are pioneer taxa that dominate the landscape. Many oaks are also established under the canopy of pines and become part of the dominant trees in the late stages of succession (Návar-Cháidez and González-Elizondo, 2009).

Most of the temperate forests of Durango, are irregular in nature, with diametric distributions between inverted J and normal log distributions and balanced distributions are rarely observed that simulate the normal (Návar and Contreras, 2000; Návar and Corral, 2006). The basic causes of these diametric distribution forms are natural and anthropogenic disturbances. Fires, pests and diseases, drought, freezing blizzards, selective cutting of larger trees, amongst others, cause significant mortality of trees and groups of them (Návar-Cháidez and Lizarraga-Mendiola, 2013) and open the canopy with the consequent appearance of regeneration. Thus, the dominance of small individuals in inventory causes the bias of the diametric distributions.

The growth and yield models must be updated with this new knowledge as well as to increase their spatial resolution to the level of kinds of trees, at least by the time being. Pines and oaks should be separated in the estimation of its volume, taper, density and growth as a way of projecting in time the biological behavior of these groups to develop empirical models that determine the relevant forestry practices of the irregular mixed stands.

Among the models for mixed temperate forests and irregular the use of the diameter distribution highlights in this paper, as it integrates all age classes in the estimation and projection of cuttings and its regulation (Clutter *et al.*, 1983; Cao, 2004). The prediction and recovery model for diametric classes looks complex and difficult to implement in developing modern management plans. However, there are a variety of programs now to estimate the parameters of the density function (Návar and Contreras, 2000; Torres-Rojo, 2005). In case of not having these computational tools, it is important to note that the parameters can be calculated easily with simple statistical techniques (Návar-Cháidez, 2009). These should be designed in time the diameter distributions, and with $H=D$ functions volume is easily forecast. Using stem analyzes and of chronosequence projects the growth and yield by diameter class and biological groups. The application of these techniques in forest management are issues that require further investigation.



desarrollar los planes de manejo modernos. Sin embargo, ahora existe una variedad de programas para estimar los parámetros de la función de densidad (Návar y Contreras, 2000; Torres-Rojo, 2005). En caso de no contar con dichas herramientas computacionales es importante notar que los parámetros pueden ser calculados fácilmente con técnicas estadísticas sencillas (Návar-Cháidez, 2009). Estas deberían proyectar en tiempo las distribuciones diamétricas y con funciones de H-D se pronostica fácilmente el volumen. El uso de análisis troncales y de cronosecuencias proyecta el incremento y rendimiento por clase diamétrica y por grupos biológicos. La aplicación de esas técnicas en el manejo forestal son temas que requieren de investigación adicional.

CONCLUSIONES

Se muestran investigaciones sobre los modelos empíricos de incremento y rendimiento para bosques de clima templado de Durango, México. En respuesta a la complejidad de sus bosques naturales es urgente que las prácticas del manejo forestal sean actualizadas con el uso de los modelos al nivel de clases de árboles, en los cuales los pinos y encinos son las dos clases principales. Los modelos de rodales completos son técnicas ineludibles en bosques regulares, en rodales manejados por el método de desarrollo silvícola y los rodales reforestados y plantados. Los modelos de árboles individuales deberían aplicarse en la investigación científica; por ejemplo, en procesos de validación de los modelos utilizados en el manejo forestal. La retroalimentación de ambas técnicas, eventualmente convergería en modelos mecanísticos e híbridos cuya característica principal sería su robustez técnico-científica. Los nuevos modelos son herramientas imprescindibles que operarían una vez que se hayan colectado las fuentes de datos necesarias en los sitios permanentes de monitoreo, y que se hayan aplicado al desarrollo de las prácticas silvícolas, a fin de cumplir con los requisitos de las nuevas tendencias del manejo forestal.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollado bajo el proyecto de investigación SIP 2010. El autor es becario de la COFAA.

REFERENCIAS

- Aguirre-Bravo, C. 1987. Growth and yield models for *Pinus cooperi* in Durango, México. Ph. D. Dissertation. Colorado State University. Fort Collins, CO. USA. 135p.
- Bailey, R. L. and T. R. Dell. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *Forest Sci.* 19:97-104.
- Buchman, R. G. and S. R. Shifley. 1983. Guide to evaluating forest growth projection systems. *J. Forest* 81: 232-235.
- Buongiorno, J. and B. Michie. 1980. A matrix model for uneven-aged forest management. *Forest Sci.* 26: 609-625.
- Buongiorno, J. 2004. The use of Markov optimization models in the economic and ecological management of forest landscapes under risk. University of Wisconsin-Madison. IPEF. Serie Técnica No. 35. Madison, WI. USA. 47-57.
- Cao, Q. V. 2004. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. *Forest Sci.* 45:506-511.
- Clutter, J. L., J. C. Forston, L. V. Pienaar, G. H. Brister and R. L. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY. USA. 333 p.
- Devore, J. L. 1996. Probability and statistics for the engineering and the sciences. 6th Edition. Brooks and Cole Publishing Company. Monterey, CA. USA. 716 p.
- De Los Santos-Posadas, H. M., A. Velásquez-Martínez y H. Ramírez-Maldonado. 1993. Modelos de crecimiento para rodales coetáneos de *Pinus patula* Schildt. et Cham. aclareados a diferentes intensidades. In: Memorias del 1er Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Saltillo, Coah. México. 44 p.

CONCLUSIONS

Research studies about empirical models of growth and yield for temperate forests of Durango, Mexico are described. In response to the complexity of natural forests it is urgent that forest management practices are updated with the use of class-level models of trees, where the pines and oaks are the two main classes. Complete stand models are inescapable techniques in regular forests in stands managed for forestry and development method and planted reforested stands. Individual tree models should be applied in scientific research; for example, in processes of validation of models used in forest management. The feedback from both techniques eventually converge on mechanistic models and hybrids whose main characteristic would be their technical-scientific robustness. The new models are essential tools to operate once the necessary data sources have been collected from the permanent monitoring sites, and have been applied to the development of forestry practices in order to meet the requirements of new trends of forest management.

ACKNOWLEDGEMENTS

This study was developed under the research project number SIP 2010. The first author is a scholar sponsored by COFAA.

End of the English version



- Garrison, B. A., C. Otahal, D. Triggs and L. Matthew. 2002. Age structure and growth of California black oak (*Quercus kelloggii*) in the central Sierra Nevada, California. Gen. Tech. Rep. PSW-GTR-184. Pacific Southwest Research Station, Forest Service, U.S. Department of Agriculture. Albany, CA, USA. pp. 665-679.
- Graciano J., J. L. 2001. Técnicas de evaluación dasométrica y ecológica de los bosques de coníferas bajo manejo de la Sierra Madre Occidental del centro sur de Durango, México. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Linares, NL. México. 202 p.
- Haan, C. T. 2003. Statistical methods in hydrology. Iowa State University Press. Ames, IA, USA. 378 p.
- Hahn, G. J. and S. S. Shapiro. 1967. Statistical models in Engineering. John Wiley and Sons, Inc. New York, NY, USA. 355 p.
- Magaña-Torres, O. S., J. M. Torres-Rojo y M. Acosta-Mireles. 1993. Simulador de crecimiento para *Pinus montezumae* Lamb. 1er Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Saltillo, Coah, México. 42 p.
- Návar, J. 2009. Allometric equations for tree species and carbon stocks for forests of northwestern Mexico. Forest. Ecol. and Manag. 257:427-434.
- Návar-Cháidez, J. J. 2009. Estimaciones empíricas de parámetros de la distribución Weibull en bosques nativos del norte de México. Revista Forestal Latinoamericana 24 (2):51-68.
- Návar, J. y M. S. González-Elizondo, 2009. Diversidad, estructura y productividad de bosques templados de Durango, México. Polibotánica 27:69-85.
- Návar-Cháidez, J. J. and L. G. Lizárraga-Mendiola. 2013. Hydroclimatic variability and forest fires in Mexico's northern temperate forests. Geofísica Internacional 52 (1):5-20.
- Parresol, B., T. F. Fonseca and C. P. Marques. 2010. Numerical details and SAS programs for parameter recovery of the SB distribution. Gen. Tech. Rep. SR5-122. USDA FS. Southern Research Station. Asheville, NC, USA. 27 p.
- Peng, C. 2000. Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future. Forest Ecol. Manag. 132:259-279.
- Ricker, M. R. 2004. Projecting diameter growth in tropical trees: a new modeling approach. Forest Sci. 50 (2):213-224.
- Sullivan, A. D. and J. L. Clutter. 1972. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. Forest Sci. 18:76-86.
- Torres-Rojo, J. M. 2005. Predicción de distribuciones diamétricas multimodales a través de mezclas de distribuciones Weibull. Agrociencia 39: 211-220.
- Vancly, J. K. 1994. Modeling forest growth and yield: applications to mixed tropical forest. International Center for Agriculture and Biosciences, Wallingford, UK. 312 p.
- Vancly, J. K. 1995. Growth models for tropical forest: a synthesis of models and methods. Forest Sci. 41 (1):7-42.
- Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations Forest Sci 42 (3):594-616.
- Zepeda B., M. E. y M. Acosta M. 2000. Incremento y rendimiento maderable de *Pinus montezumae* Lamb., en San Juan Tetla, Puebla. Madera y Bosques 6 (1):15-27.
- Wenger, K. 1984. Forestry handbook. 2nd Edition. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA. 156 p.



