

Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas

Luis García¹
Carmen Azcárate²
Mar Moreno³

RESUMEN

En este artículo se describen las creencias, concepciones y el conocimiento profesional que tiene un grupo de profesores de universidad sobre la enseñanza del cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. Se trata de un estudio de casos en el que participaron diez profesores de matemáticas; los datos fueron obtenidos a partir de un cuestionario abierto, además de una ficha que se les suministró a los profesores participantes en la que se les solicitó información relacionada con su formación académica y años de servicio como docentes. El análisis se desarrolló en función de unas categorías establecidas a partir de unas redes sistémicas, y los resultados muestran que casi todos los profesores participantes siguen una línea tradicional a la hora de abordar la enseñanza de la derivada y le dan un fuerte peso al contenido matemático en sí, descuidando el contenido económico relacionado con el cálculo diferencial.

- **PALABRAS CLAVE:** Creencias, concepciones, conocimiento profesional, cálculo diferencial, enseñanza universitaria.

ABSTRACT

In this paper are described the beliefs, conceptions and the professional knowledge that has a university professors group on the teaching of differential calculus to students of economics sciences. It is a study of cases in which participated ten mathematics professors; the data were obtained by means of an open questionnaire, that was supplied to the participating professors, with this questionnaire was requested them information related to their academic formation and their years of service as educators. The analysis was developed in function of some categories established from some systemic networks, and the results show that almost all the professors continue a traditional line at the moment to undertake the teaching of the derivative concept and they give a strong weight to the mathematical content itself, neglecting the economic content linked with the differential calculus.

- **KEY WORDS:** Beliefs, conceptions, professional knowledge, differential calculus, university education.

Fecha de recepción: Abril de 2005 / Fecha de aceptación: Febrero de 2006

¹ Departamento de Física y Matemática, Núcleo Universitario Rafael Rangel. Universidad de Los Andes, Venezuela.

² Departament de Didàctica de les Matemàtiques. Universitat Autònoma de Barcelona. España.

³ Departament de Matemàtica. Universitat de Lleida. España

RESUMO

Neste artigo são apresentadas as crenças, concepções e o conhecimento profissional que tem um grupo de professores da universidade sobre o ensino do cálculo diferencial para estudantes de Ciências Econômicas. Trata-se de um estudo de casos em que participaram dez professores de matemática; os dados foram obtidos mediante um questionário aberto, além de uma ficha que entregue aos professores participantes, onde foram solicitadas informações relacionadas à sua formação acadêmica e seus anos de trabalho como docentes. A análise se desenvolveu em função de categorias estabelecidas a partir de redes sistêmicas, e os resultados mostram que quase todos os professores participantes seguem uma linha tradicional na hora de abordar o ensino da derivada e dão um forte peso ao conteúdo matemático em si, descuidando do conteúdo econômico vinculado ao cálculo diferencial.

- **PALAVRAS CHAVE:** Crenças, concepções, conhecimento profissional, cálculo diferencial, ensino universitário.

RÉSUMÉ

Dans cet article sont décrites les croyances, les conceptions et la connaissance professionnelle que possède un groupe de professeurs universitaires sur l'enseignement du calcul différentiel à des étudiants de sciences économiques. Il s'agit d'une étude de plusieurs cas dans lesquels ont participé dix professeurs de mathématiques ; les données furent acquises grâce à un questionnaire ouvert, en plus d'une fiche qui fut fournie aux professeurs qui ont participé, où furent sollicitées des informations en relation avec leurs formation académique et leurs années de service en tant qu'enseignants. L'analyse s'est développée en fonction de certaines catégories établies à partir de réseaux systémiques, et les résultats montrent que la plupart des professeurs qui ont participé suivent une ligne traditionnelle au moment de commencer l'enseignement de la dérivée, et donnent une grande importance au contenu économique en liaison avec le calcul différentiel.

- **MOTS CLÉS :** Croyances, conceptions, connaissance professionnelle, calcul différentiel, enseignement universitaire.

Introducción

En este trabajo estudiamos las creencias, concepciones y conocimiento profesional que tiene un grupo de profesoras y profesores de matemáticas de universidad, en Venezuela, sobre la enseñanza del cálculo diferencial a estudiantes de

carreras relacionadas con las ciencias económicas (licenciaturas en contaduría pública, administración de empresas y economía). Con ello, queremos contribuir a las investigaciones realizadas por la comunidad científica a lo largo de los

últimos años en torno a ciertos aspectos de la enseñanza de las matemáticas en la universidad.

En este orden de ideas, el trabajo que se presenta a continuación se enmarca dentro de la figura del profesor de matemáticas de universidad y cómo aborda la enseñanza del cálculo diferencial, qué ejemplo matemático o no matemático cree que es el más adecuado para llegar al concepto de derivada, qué tipo de aplicaciones de la derivada enseña a sus estudiantes y cuál es su posición frente a una propuesta de enseñanza del cálculo con problemas que involucren situaciones reales de las carreras objeto de este estudio, entre otras.

● Marco teórico, definiciones y caracterizaciones

En primer lugar, queremos destacar el papel que juega el profesor como objeto de investigación en la actualidad. Por ello, comenzaremos a fundamentar nuestro marco teórico en ciertos aspectos de lo que se ha venido llamando *pensamiento del profesor*, de ahí que hablaremos sobre sus creencias, concepciones y conocimiento profesional, así como de la manera en que influyen y se interrelacionan con la enseñanza. Además, como señalan Gil y Rico (2003), es útil conocer las concepciones y creencias de los profesores en torno a la enseñanza que imparten, por ejemplo, para implicarlos en procesos de cambio.

Asimismo, no debemos olvidar que el profesor es un elemento crítico, con cierta experiencia docente; en nuestro caso son profesionales autónomos en sus cátedras que, por ende, pueden tomar decisiones respecto al modelo de enseñanza-aprendizaje en el que están inmersos.

Dado que este trabajo se enmarca dentro del *conocimiento profesional, concepciones y creencias* del profesor de matemáticas sobre la enseñanza del cálculo diferencial, a continuación definiremos y caracterizaremos dichos términos, que son centrales en esta investigación. Sin embargo, antes queremos indicar la dificultad de establecer una clara línea divisoria entre concepciones y creencias.

Son diversas las investigaciones realizadas en este ámbito (Clark, 1988; Flores, 1998; Gil y Rico, 2003; Llinares, 1991; Moreno, 2000; Pajares, 1992; Ponte, 1994; Vicente, 1995). La mayoría de los investigadores, en la descripción de su marco teórico, hacen esfuerzos por establecer las diferencias entre concepciones y creencias, pero terminan utilizando ambos términos de forma indistinta, como Thompson (1992), que resaltamos por tratarse de un estudio hecho en el mismo ámbito educativo que el que ahora presentamos. Por consiguiente, damos por sentado lo ambiguo que puede resultar el uso de los dos términos; de allí la dificultad de la propia investigación de discernir entre creencias y concepciones, y la apuesta de este trabajo por establecer una frontera entre dichos términos.

De acuerdo con Bodur (2003), Handal (2003), Moreno (2000) y Ponte (1999), **las creencias del profesor** son ideas poco elaboradas, generales o específicas, las cuales forman parte del conocimiento que posee el docente –pero carecen de rigor para mantenerlas– e influyen de manera directa en su desempeño. Las creencias sirven como filtro para todo aquello que supone el proceso enseñanza-aprendizaje.

Podemos señalar que las creencias del profesor tienen las siguientes características:

- Están asociadas a las ideas personales. Específicamente, cuando el profesor toma una decisión en el proceso enseñanza-aprendizaje, depende más de sus propias ideas afectivas y experiencia que de un conocimiento fundado y de una formación profesional específica, tanto en didáctica como en la propia matemática.
- Influyen en el proceso enseñanza-aprendizaje.
- Tienen un valor afectivo.
- Son un tipo de conocimiento.
- Se justifican sin rigor alguno.

En el caso de **las concepciones del profesor**, basamos nuestra definición en Thompson (1992), Flores (1998), Moreno (2000) y Ponte (1999): consisten en la estructura que cada profesor de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus estudiantes.

Algunas características de las concepciones del profesor son:

- Forman parte del conocimiento.
- Producto del entendimiento.
- Actúan como filtros en la toma de decisiones.
- Influyen en los procesos de razonamiento.

Con estos dos términos y sus características se puede apreciar su valor al momento de abordar la enseñanza. Las creencias del profesor están fundamentadas más en lo empírico o intuitivo, mientras que las concepciones son producto del razonamiento y entendimiento de un determinado concepto. No obstante, sus límites fronterizos se encuentran en un constante movimiento.

Daremos un ejemplo con el que se pueden diferenciar las creencias de las concepciones de un profesor de matemáticas: A un maestro que generalmente enseña cursos de cálculo diferencial a estudiantes de ingeniería, por la razón que fuera, le corresponde dar un curso a los alumnos de ciencias económicas, sin haber recibido una formación profesional específica en el área de economía. El docente podría tomar decisiones basadas en ideas personales, fundamentadas en cursos anteriores o en la intuición que le sugiera su propia formación o los libros de texto, entre otros.

Respecto al **conocimiento profesional del profesor** o, más precisamente, **conocimiento del contenido pedagógico**, como lo denominan An et al. (2004, pp. 146-147), es un conocimiento que incluye tres componentes: **conocimiento del contenido, conocimiento del currículum y conocimiento de la enseñanza**. El conocimiento del contenido consiste en un amplio conocimiento matemático, tan bueno como el del contenido matemático específico del grado o nivel en el que se está enseñando. El conocimiento del *currículum* incluye la adecuada selección y uso de materiales curriculares, entendiendo por completo los objetivos y las ideas clave de los libros de texto y *curricula* (NCTM, 2000). El conocimiento de la enseñanza atañe al conocimiento del pensamiento del estudiante, la planificación docente y la destreza en las distintas maneras de enseñar.

● Objetivos

Pretendemos estudiar las concepciones y creencias del profesor universitario de matemáticas que enseña cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. Con tal fin, aplicamos un

cuestionario a un grupo de profesores de universidad.

Entre los objetivos que se persiguen en esta investigación, destacamos los siguientes:

1. Medir el alcance que pueda tener el cuestionario para analizar creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor de matemáticas en el contexto señalado.

2. Analizar y caracterizar las concepciones y creencias que tiene un grupo de profesores universitarios de matemáticas sobre la enseñanza de la derivada a estudiantes de ciencias económicas.

2.1. Saber la importancia que le dan los profesores a la derivada, vista como objeto matemático, dentro de los contenidos que abarcan los programas de los cursos tratados en el trabajo.

2.2. Conocer la opinión personal de cada uno de los profesores participantes en esta investigación sobre una propuesta de trabajo más próxima a la hora de enseñar el objeto derivada y vincularla con situaciones reales; en este caso, al ámbito económico.

2.3. Al mismo tiempo, conocer y comparar las caracterizaciones e interpretaciones del concepto de la derivada que cada profesor utiliza para enseñar, respecto a las que sugieren los programas oficiales (el de las asignaturas Matemática I, de la (EC, y Matemática 21, de EE-EA).

3. Analizar la influencia de las concepciones y creencias, derivadas de su formación profesional, que tienen los profesores de matemáticas sobre la enseñanza de la derivada a estudiantes de ciencias económicas.

4. Caracterizar el conocimiento profesional y su relación con las concepciones y creencias de los profesores.

5. Estudiar el conocimiento profesional del profesor de matemáticas en el sentido siguiente: ¿qué puede aportar el profesor al actual programa en cuanto a contenido curricular y a nuevas estrategias para la enseñanza de la derivada?

● Metodología de investigación

El tipo de investigación

La metodología empleada en este estudio es de tipo cualitativa, mientras que su naturaleza se define como descriptiva, exploratoria e interpretativa, pues queremos ahondar en los aspectos del profesor mencionados anteriormente y su relación con las carreras de ciencias económicas. El tipo de investigación que se diseñó para tal fin es el estudio de casos, ya que se ajustó a los objetivos y a la información que se recogió. La elección de tal diseño se hizo para abordar algunos aspectos del pensamiento del profesor con profundidad y detalle, en un intervalo de tiempo relativamente corto, y su verdadero potencial radica en su capacidad para generar hipótesis y descubrimientos, en centrar su interés en un individuo o situación y en su flexibilidad y aplicabilidad a situaciones naturales (Latorre et al., 1996).

Además, compartimos los supuestos de Merriam (Arnal et al., 1994), quien señala cuatro propiedades esenciales en el estudio de casos: *particular*, *descriptivo* (porque pretendemos realizar una rica y densa descripción del fenómeno por estudiar), *heurístico* (en la medida en que los resultados iluminen la comprensión de los casos, llevándonos en lo posible a

descubrir nuevos significados) e *inductivo* (ya que a partir de los resultados se puede llegar a generalizaciones o al descubrimiento de nuevas relaciones y conceptos).

Otro aspecto que conviene destacar en esta investigación es que el estudio de casos se aplica a varios individuos de manera simultánea, lo cual significa una *inducción analítica* (Ballester, 2001). Este trabajo queda bien diferenciado dentro del estudio de casos, pues corresponde a una *microetnografía* (Arnal et al., 1994; Ballester, 2001), ya que *se ocupa de pequeñas unidades o actividades específicas dentro de una organización, como una clase* (Ballester, 2001, p. 226).

● Los participantes en el estudio

En el presente estudio participaron diez profesores de una universidad venezolana. De ellos, siete son licenciados en Matemáticas (formados en una Facultad de Ciencias) y tres en Educación, mención Matemática (egresados de una Facultad de Educación); ocho poseían título de maestría y, de ellos, dos eran doctores.

Con respecto al número de veces que estos profesores han impartido los cursos relacionados con este trabajo, cinco los han dictado menos de cinco veces, tres entre cinco y diez veces, uno entre diez y quince veces, y otro entre quince y veinticinco. En cuanto a la experiencia docente en general, sólo un profesor tiene menos de cinco años en la labor docente universitaria, tres llevan entre cinco y quince años como profesores y seis se han desempeñado como profesores durante más de quince años. Debemos señalar que, del conjunto de participantes, siete manifiestan su preferencia por dictar estos cursos, mientras que los otros tres dicen que no se sienten atraídos por ellos.

● Recolección de datos

Para la recolección de datos utilizamos un cuestionario como herramienta principal, aunque también les solicitamos a los participantes que anexaran a sus respuestas materiales como bibliografía recomendada a sus estudiantes, tipos de evaluaciones y listas de problemas y ejercicios. Además, suministramos a cada profesor un formulario en el que se le pidieron algunos datos personales y académicos.

El cuestionario para este trabajo está conformado por siete preguntas; todas, excepto la cuarta, son de contenido doble. En ellas se plantean diversos aspectos sobre la enseñanza de la derivada, pero es conveniente advertir que a los participantes se les envió una carta donde se les informó que las preguntas estaban relacionadas con los cursos de ciencias económicas. También se debe hacer mención a los tipos de preguntas que conforman el cuestionario: la primera es de tipo introductorio, ya que busca sumergir al profesor en el cuestionario, mientras que el resto están diseñadas en batería, puesto que todas abordan la enseñanza de la derivada desde distintos ángulos (Cabrera y Espín, 1986).

Como se señala en Del Rincón et al. (1995), uno de los objetivos del cuestionario es contrastar hipótesis u opiniones de los entrevistados sobre un determinado tema. En tal sentido, nuestro instrumento sigue dicho objetivo, pues busca contrastar las opiniones de los profesores participantes respecto a la enseñanza de la derivada; además, al aplicarlo se quieren estudiar las creencias, concepciones y conocimiento profesional del profesor universitario de matemáticas en cuanto a la enseñanza del cálculo diferencial y, específicamente, a la

de la derivada en ciencias económicas.

A continuación, destacaremos los aspectos puntuales que se pretenden con este cuestionario, los cuales nos permitirán alcanzar los objetivos de la investigación:

- Conocer qué opinan los profesores acerca de los errores más frecuentes que cometen los alumnos con respecto a la derivada y sus causas.
- Conocer el punto de vista de los profesores sobre el tema de la derivada como parte del contenido de los programas de las carreras en estudio.
- Conocer y analizar cómo el profesor introduce el concepto de la derivada y el ejemplo utilizado para este hecho en concreto. De igual manera, analizar la estructura que el profesor usa para desarrollar el tema de las aplicaciones de la derivada.
- Conocer y contrastar la opinión de los participantes sobre una propuesta de trabajo en la que se involucren modelos de situaciones reales, donde la derivada sea la herramienta para resolverlos.
- Estudiar la relación entre el contenido que se enseña y el contenido evaluado.
- Estudiar las diferencias entre los procesos discente y docente del profesor en el concepto concreto de la derivada y la posible implementación de elementos innovadores al respecto.

● Análisis de datos

Entre las distintas metodologías que hay para representar los datos aportados en un cuestionario como el nuestro, decidimos hacer uso de las redes sistémicas (Bliss et al., 1983) para el análisis de las respuestas de las cinco primeras preguntas, ya que permiten dar una determinada estructura a los datos

obtenidos en cada respuesta de los profesores participantes. Además, las redes sistémicas permiten estructurar los datos recogidos de acuerdo con una categorización establecida por los investigadores, que es resultado de las necesidades u objetivos de la investigación.

No obstante, existen unas reglas que permiten estructurar los datos de forma adecuada para su posterior análisis e interpretación. Aunque se pueden ver con detalle en Bliss et al (1983), mostramos dos reglas claves utilizadas en nuestras redes: la primera emplea una barra vertical (|) para indicar que los aspectos o subcategorías a la derecha –pero relacionadas con la categoría a la izquierda de la barra– son disjuntas o excluyentes entre sí, mientras que la segunda utiliza una llave ({} para indicar que las subcategorías no son excluyentes o disjuntas.

Con ello podremos, además de analizar lo que dice cada profesor en una respuesta específica, diferenciar las opiniones del conjunto de los profesores; es decir, comparar sus *creencias, concepciones y conocimiento profesional* sobre la enseñanza de la derivada a estudiantes de ciencias económicas. Por eso, nuestro análisis se realiza pregunta a pregunta y no profesor a profesor, aunque es pertinente hacer la observación que, desde un principio, nos planteamos la alternativa de un análisis paralelo de cada uno de los profesores. No obstante, al final pudimos observar que todos siguen un patrón estándar con ligeros cambios entre sí.

El análisis que se presenta a continuación, de índole cualitativa y descriptiva, fue desarrollado a partir de la siguiente estructura: identificamos cada una de las preguntas y agrupamos todas las respuestas que sobre ella dieron de los profesores, luego destacamos algunas

opiniones sobre la pregunta en cuestión y concluimos con el resultado de su análisis.

Las creencias y concepciones que tienen los profesores acerca del cálculo diferencial en estudiantes de ciencias económicas, así como su conocimiento profesional, se derivan del análisis hecho a las respuestas que dieron al cuestionario aplicado⁴.

Observaciones sobre el análisis

Para este trabajo nos planteamos la idea de realizar una red sistémica para cada una de las preguntas del instrumento. De las siete preguntas que conforman el cuestionario, sólo para las cinco primeras empleamos las redes sistémicas para estructurar los datos y su análisis posterior. Debido a las razones de espacio, exponemos algunas de ellas.

- Para la sexta pregunta, al principio construimos una red sistémica tentativa, pero descartamos la opción de alimentarla o modificarla. En el caso de la primera parte de esta pregunta, se pide un esquema alusivo al desarrollo del tema de aplicaciones de la derivada; algunos participantes lo hicieron sobre el tema de la derivada en general y otros del punto específico solicitado, con lo cual hubo que ajustarse a las respuestas obtenidas. La elaboración de una red para la segunda parte de esta pregunta hubiese quedado relegada a un simple esquema, puesto que sólo cinco profesores respondieron a esta parte y lo hicieron de manera genérica.
- En el caso de la séptima y última pregunta, las razones que nos condujeron a no hacer una red

sistémica para el análisis de la misma son similares a las expuestas en el punto anterior, ya que en la segunda parte de la pregunta (que más se presta a la elaboración de una red) las respuestas fueron genéricas o contestadas de manera tangencial.

Pregunta 1

Sobre los errores más frecuentes de los estudiantes en el cálculo diferencial, los categorizamos en algebraicos, geométricos y conceptuales (propios del concepto derivada). Destacamos dentro de los algebraicos a los errores de simplificación de expresiones racionales o, como señalan algunos profesores, el error que proviene de considerar como lineales a funciones como las logarítmicas, irracionales, etc.

Profesor 1:

Un error frecuente tiene que ver con la potencia de un binomio $(x \pm y)^n = x^n \pm y^n$.

Profesor 3:

No tienen claro las estructuras como las siguientes y, en consecuencia, abordan mal la derivada de una función de este tipo:

$$\frac{a+x}{a} = 1+x.$$

Los errores más frecuentes de tipo geométrico que destacan tres de los diez participantes se refieren a errores de tipo interpretativo.

Profesor 2:

Errores en el manejo de conceptos geométricos y en la interpretación

⁴ ver Anexos 1 y 2.

geométrica de la derivada (deficiencias a nivel de nociones geométricas elementales).

No obstante, entre los errores relacionados directamente con el objeto derivada se destaca el mal uso de las reglas de derivación, como producto de una mala identificación del tipo de funciones tratadas.

Profesor 1:

Un primer grupo de errores lo enmarco en la aplicación de las reglas de derivación. [...] en vez de utilizar la regla de la cadena, emplean la regla del producto [...] se presentan errores que tienen que ver con las fórmulas asociadas a las reglas de derivación. En el primer caso, lo asocian al producto de las derivadas $(f \cdot g)' = f' \cdot g'$; en el segundo, con la derivada de un cociente $(f / g)' = f' / g'$ [...]

Profesor 6:

[...] En cuanto al tema de la derivada en sí, usan muy mal las reglas de derivación y en particular la regla de la cadena, no identifican del todo las funciones compuestas [...]

Respecto a las causas de los errores mencionados anteriormente, nos referimos a tres de carácter general: las de tipo conceptual, las propias del estudiante y las que obedecen al sistema educativo universitario.

Por un lado, los profesores consideran que los estudiantes presentan fallas en conceptos básicos preuniversitarios de álgebra y geometría.

Profesor 5:

Las fallas se deben en esencia al bachillerato.

Profesor 7:

Aparte de la mala base que traen de bachillerato (álgebra) y que no estudian con regularidad [...]

Profesor 8:

Considero que éstos, como otros errores, pueden deberse a las bases con que se formaron al alumno en niveles educativos anteriores [...]

También hay profesores que consideran como las causas de los errores a aspectos conceptuales relacionados con el cálculo diferencial; en este sentido, destacamos las siguientes opiniones:

Profesor 1:

[...] Puede que la base de este error resida en el hecho de que los estudiantes aún no han comprendido la estructura algebraica que subyace en un determinado tipo de función, por lo que les cuesta aplicar la correspondiente regla de derivación [...]

Profesor 6:

[...] no identifican del todo las funciones compuestas.

En otro orden de ideas, hay profesores que conciben que las causas de los errores se encuentran asociadas con las reglas de derivación.

Profesor 6:

[...] usan muy mal las reglas de derivación y en particular la regla de la cadena.

Una situación importante, tanto por el tema que nos ocupa —la derivada— como por la relación que le damos con las ciencias

económicas, es el vínculo que hay entre ambos temas. Al respecto, dos profesores opinan que uno de los motivos por los cuales el estudiante comete algunos de sus errores en el cálculo diferencial tiene que ver con el manejo de conceptos interrelacionados entre ambas áreas.

Profesor 1:

[...] los estudiantes no han internalizado conceptos propios de su ámbito profesional pertenecientes a otras materias de pensum de estudios o no han tenido oportunidad de estudiarlas (se les puede estar hablando de la función Costo, pero no tienen idea de lo que significa).

Profesor 2:

[...] Poca o nula utilización de estas relaciones en cursos previos y en muchos casos el desconocimiento mismo del alumno de los términos (no en matemáticas, sino en economía), lo cual hace que asuma las aplicaciones con mucha dificultad.

Por otra parte, algunos profesores creen que las causas tienen origen en cuestiones actitudinales de los estudiantes, ya que destacan el hecho de que no estudian lo suficiente, no tienen un adecuado hábito de estudio o carecen de motivación.

Profesor 6:

[...] Tratan también de resolver todos los problemas con las pocas fórmulas aprendidas y no indagan otras posibles fórmulas o soluciones. Estudian pocos días antes del examen [...]

Otras opiniones en este mismo sentido son:

Profesor 7:

[...] no estudian con regularidad [...]

[...] quizás tienen poco incentivo [...]

Profesor 10:

[...] Creo que se debe a falta de ejercitación o a ejercitación extemporánea.

También hay profesores que creen que las causas de los errores están en el sistema educativo que la universidad les ofrece a sus estudiantes.

Profesor 8:

[...] los errores se deben a la motivación por parte de quienes formamos parte de su formación [...]

Profesor 1:

[...] Por parte del docente. Factores generalmente derivados de sus métodos de enseñanza: clases muy teóricas o expositivas orientadas, sobre todo, a trabajar los conceptos desde el punto de vista exclusivo de la matemática, con presencia nula o casi nula de tratamiento de situaciones o problemas asociados con el campo profesional de los estudiantes [...]

Algunos profesores piensan que los errores son causados por la excesiva cantidad de alumnos por aula, pues la atención que prestan al docente se puede ver alterada, además de que el profesor no puede atender a todos los estudiantes.

Profesor 7:

[...] y son demasiados por aula.

Profesor 1:

[...] clases masificadas que impiden una atención y un seguimiento más

personalizado por parte del profesor hacia sus alumnos [...]

Resultados del análisis de la pregunta 1

En esta primera pregunta, donde se aborda la componente *conocimiento de la enseñanza*, que forma parte del conocimiento profesional, así como su relación con las creencias y concepciones, nueve de los profesores participantes consideran que los errores en que incurrir sus alumnos son de tipo conceptual y creen que ocurren como consecuencia de la educación secundaria y del bachillerato (estas son ideas personales que no derivan de un estudio previo).

La última opinión obedece más a una situación afectiva, ya que es usual responsabilizar a los profesores de cursos anteriores. Más aún, siete profesores piensan que las causas de los errores son propias del estudiante, pues no estudian lo suficiente, no tienen hábitos de estudio

o carecen de motivación. Finalmente, destacamos el hecho de que dos profesores reconocen que parte de los errores se derivan, en algunos alumnos, de la enseñanza que ellos imparten; sin embargo, no dan detalles al respecto.

Pregunta 2

Respecto a la importancia de la derivada en los contenidos de los cursos de cálculo diferencial para las carreras de ciencias económicas, se le relaciona con las siguientes categorías: herramienta para resolver problemas, objeto mediador cognitivo y ente motivador para el análisis e interpretación de modelos.

En la segunda parte de esta pregunta, exploramos la adecuación de los contenidos en los programas (específicamente, la derivada). Las categorías resultantes fueron *sí* y *no*, pero de la primera surgieron cuatro subcategorías que se pueden apreciar en la red sistémica correspondiente.

| | | | |
|---------------------------------------|------|---|----------|
| Es adecuado el contenido programático | - Sí | - Es la forma clásica | 6 |
| | | - Hay una buena distribución de matemática y economía | 2, 5 |
| | | - Pero hay que enfatizar en las aplicaciones | 1, 7 |
| | | - Pero puede mejorar | 1, 2, 10 |
| | - No | | 8 |

Red sistémica 2.b

A continuación, mostramos algunas respuestas de los profesores:

Profesor 3:

Sí, el concepto de derivada y su interpretación geométrica me permiten entender:

- o *Técnicas para deducir cuándo una función crece o decrece.*
- o *[...] condiciones óptimas del mercado para saber cuándo se debe producir mayor cantidad de un artículo determinado [...]*

Profesor 4:

Sí tiene importancia porque la derivada permite obtener información sobre comportamientos de una o varias variables respecto a otras (razón de cambio).

Profesor 5:

Con este proceso, el estudiante aprende a analizar una función, su comportamiento, etc.

Profesor 1:

La importancia viene determinada, básicamente, por las aplicaciones que tiene este concepto al planteamiento y solución de problemas propios del campo profesional de los estudiantes que cursan esas carreras.

Profesor 7:

Creo que la derivada es el pilar fundamental de los contenidos para las carreras en cuestión, pues tienen muchas aplicaciones y son útiles para resolver muchos problemas de economía; sin esta herramienta serían más complicados.

Profesor 9:

Es de gran utilidad, ya que si el alumno aprende bien su aplicación, la puede emplear en las materias de la carrera en cuestión (administración, contaduría y economía) para resolver problemas.

Profesor 8:

Muchos de los problemas que se presentan en la economía se pueden modelar desde un punto de vista matemático [...]. En problemas como los de optimización o aquellos donde el comportamiento de ciertos elementos depende de la variación de otros es muy útil la teoría de las derivadas.

Lo que podemos notar en este conjunto de respuestas es que los profesores dicen, en forma amplia, dónde es útil la derivada, pero no hablan del porqué de su importancia o utilidad.

Pocos profesores consideran importante a la derivada como objeto mediador cognitivo. No obstante, sacamos a colación la relación que pueda tener un concepto (la derivada) con un campo profesional (las ciencias económicas). Es por ello que vinculamos esta situación con una de las características, señaladas por Bromme (1988), que tiene el conocimiento profesional del profesor: “*metaconocimientos, que definen el marco en el que se valoran los propios conocimientos y su relación con la profesión*”. Se resalta en este caso la profesión del profesor (matemático), pero también la profesión en la cual se está formando el estudiante (ramo de la economía).

Profesor 2:

Me parece importante, pues a través de la derivada podemos acercar la visión de algunos conceptos básicos propios de la

contaduría o economía, como puede ser el de razón de cambio, marginalidad, optimización y el estudio y análisis e interpretación gráfica de tales conceptos.

Profesor 6:

Es sumamente importante para entender las tasas marginales que se utilizan en las aplicaciones.

Profesor 1:

[...] la matemática como herramienta que proporciona modelos explicativos y comprensivos a otras áreas del conocimiento.

Así, podemos notar que estos profesores, cuando hablan sobre la importancia de la derivada en los contenidos de los programas, manejan algunos aspectos del *conocimiento del contenido* entre la matemática y la economía.

En cuanto a la importancia que pueda tener la derivada dentro de los contenidos que marcan esta investigación, sólo dos profesores aportan su punto de vista al respecto. Ellos señalan que la derivada es una herramienta que ayuda y estimula al estudiante al analizar e interpretar modelos: uno opina en una línea matemática, el otro en una económica.

Profesor 5:

[...] y la principal herramienta para estudiar las razones de cambio es un proceso llamado "derivación". Con este proceso el estudiante aprende a analizar una función, su comportamiento, etc.

Profesor 2:

Donde el estudio de estos contenidos ayuda al alumno a tener mayor capacidad

de análisis y comprensión de modelos que responden a situaciones reales que les toca enfrentar en su campo de trabajo.

Resultados del análisis de la pregunta 2

El análisis de las respuestas muestra el gran peso que los profesores le dan a la derivada en los contenidos programáticos, por el hecho de ver *la derivada como una herramienta* a la hora de resolver problemas matemáticos y económicos, pero con mayor inclinación hacia los segundos, si bien las opiniones tienden a ser de carácter general. Por ello, no podemos profundizar en el *conocimiento del contenido* (An et al., 2004) de la parte económica.

Asimismo, sólo tres participantes dan su apreciación sobre la importancia de la derivada como objeto mediador del conocimiento, al considerar que se pueden asimilar o entender conceptos relacionados con la economía por medio de la enseñanza de la derivada. Resulta curioso que tres profesores se pronuncien en esta línea, ya que, por ejemplo, el análisis marginal es una clara representación de la interconexión entre un concepto matemático, como lo es la derivada, y diversos conceptos económicos, como *utilidad marginal y elasticidad de la demanda*, entre otros.

Por otra parte, únicamente dos profesores resaltan la importancia de la derivada en el currículum de las carreras objeto del presente trabajo como una herramienta para el análisis e interpretación de modelos, tanto económicos como matemáticos. Esto nos induce a pensar que hay una deficiencia sobre el *conocimiento del contenido* en el resto de los participantes, o bien que las concepciones que manejan sobre la importancia de la derivada sólo se

centran en el cálculo rutinario, más que en su uso como un objeto matemático que permite analizar e interpretar modelos de situaciones matemáticas (por ejemplo, el comportamiento analítico de una función) y económicas (como determinar en cuánto se debe aumentar o disminuir la producción de un determinado producto a partir de un modelo matemático).

En lo concerniente a la adecuación del contenido de la derivada en los programas, los participantes consideran adecuado el tema de la derivada dentro del contenido curricular, frente a sólo un profesor que, lejos de no estar de acuerdo con el contenido, éste manifiesta no estar de acuerdo con el contenido pedagógico que se sigue para enseñar el concepto derivada.

También debemos resaltar que los profesores que dan su opinión en un sentido o en otro se refieren al contexto económico de manera superficial, salvo los

Profesores 2 y 6, que hablan en términos específicos de *marginalidad* o de *tasas marginales*.

Pregunta 3

Las categorías que surgen por parte de los profesores, cuando se les pregunta acerca de la introducción del concepto de la derivada y de la interpretación que hace sobre ella para llegar propiamente al concepto, son las que sugieren los programas oficiales: *razón de cambio* e *interpretación geométrica*.

Por otra parte, ningún profesor habló sobre propuestas alternativas o no tradicionales para la enseñanza de la derivada en el campo que nos ocupa, por ejemplo, a través de la utilidad marginal (Arya y Lardner, 1987) o del impuesto marginal (Wonnacott, 1983); este último introduce y desarrolla el concepto de derivada y menciona tal término sólo al final del capítulo.

| Cómo introduce el concepto de derivada | | | |
|--|--|--|---------------|
| .- Razón de cambio | | .- Matemáticas (Clásica o tradicional) | 5, 10 |
| | | .- Economía | 4, 6, 8, 9 |
| .- Interpretación geométrica | | .- Matemáticas (Clásica o tradicional) | 1, 3, 4, 5, 7 |
| | | .- Economía | 2 |
| .- Otras | | | 0 |

Respecto a la segunda parte de la pregunta, alusiva al ejemplo o aplicación que usan para introducir la derivada, las categorías resultantes fueron *matemáticos* y *no matemáticos (económicos)*, como se ilustra en la red sistémica correspondiente.

El ejemplo que usa es

| | | | |
|--------------------------------|---|---|---------|
| .- Físico-Matemático | { | - Velocidad instantánea | 5, 7,10 |
| | | - Pendiente de recta tangente | 1, 3, 4 |
| | | - Otro o no específica | 5, 7 |
| .- No matemático (Economía) | { | - Análisis marginal | 6, 8 |
| | | - Variación de tasas (Impuesto, desempleo, política) | 8, 9 |
| | | - Otro o No específica | 2 |

Red sistémica 3.b

Razón de cambio. El hecho de que el profesor elija la razón de cambio para introducir el objeto derivada se debe principalmente a dos aspectos. Por una parte, a que se contempla en los programas oficiales, tanto de las carreras involucradas en este trabajo como de aquellas en las que se formaron los propios docentes; en consecuencia, el profesor, en su papel discente, llegó al concepto por esa misma vía. Por otra, al papel que juega la historia de las matemáticas en este caso. A esto último no le daremos relevancia, ya que no forma parte de este trabajo, aunque reconocemos su enorme importancia.

Profesor 5:

Razón de cambio y pendiente con un enfoque puramente matemático o más bien físico.

Profesor 10:

Para este caso me parece indispensable

considerar la derivada como razón de cambio desde el punto de vista matemático, es decir, velocidad instantánea.

Profesor 6:

[...] se tiene que hacer hincapié en la definición de la derivada como razón de cambio, pero siempre vinculando este concepto con el análisis marginal (costo marginal, ingreso marginal, entre otros).

Profesor 9:

Usar la noción de razón de cambio de una función y relacionarla con el pago de impuestos.

Si retomamos las opiniones de los Profesores 6 y 9 podemos hablar no sólo de concepciones distintas a las de los Profesores 5 y 10 respecto a la enseñanza de la derivada en el campo de las ciencias económicas, sino también manejan un metaconocimiento (Bromme, 1988) en el

que relacionan el contenido matemático y el tocante a las ciencias económicas (*contenido de la profesión*).

Interpretación geométrica. La justificación por la que el profesor de matemáticas escoge la interpretación geométrica para introducir el concepto de derivada no difiere en nada de lo dicho con respecto a la razón de cambio.

Profesor 1:

Prefiero utilizar la interpretación geométrica. Considerando la baja calidad de los aprendizajes matemáticos que poseen los estudiantes y el hecho de que sus conocimientos más “próximos” y “frescos” provienen de Matemáticas 11, me parece mas accesible e ilustrativa esa interpretación.

Profesor 4:

Prefiero la tradicional, la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto [...]

Profesor 2:

Me parece muy importante la interpretación geométrica, unida a la explicación conceptual del término a nivel de la carrera (economía), para entender y visualizar los procesos que suceden.

Resultados del análisis de la pregunta 3

Sobre el análisis de la primera parte de esta pregunta, podemos concluir, entre otras cosas, que no hay unificación de las concepciones entre los profesores para introducir la noción de derivada. Quienes señalan que introducen el concepto a través de una caracterización distinta a las sugeridas en los programas

oficiales dando a entender que llegan al concepto de manera tradicional y vinculan la derivada con una situación económica *a posteriori*.

Otro hecho que atañe a la divergencia de concepciones radica en que seis profesores se mantienen en una línea tradicional sobre la enseñanza de la derivada, mientras que cuatro tienen la idea de introducir la derivada de manera que se pueda relacionar el concepto matemático con otros, propios de las ciencias económicas.

Respecto a la segunda parte de la pregunta, que está asociada con el ejemplo para introducir el concepto de derivada en los cursos en cuestión, las conclusiones del análisis indican que los participantes, al enseñar el concepto de derivada, le dan un fuerte peso al contexto matemático en sí, descuidando su relación con las ciencias económicas. Los programas oficiales enfatizan mucho en este hecho, sobre todo en el aspecto metodológico, ya que los profesores presentan carencias en el conocimiento profesional, específicamente en el del currículum.

Pregunta 4

Cuando se pide a los profesores participantes que den su opinión acerca de una propuesta de trabajo más próxima a la identificación de situaciones reales que puedan ser modelizadas y resueltas matemáticamente, las categorías obtenidas son las que surgen de manera natural en una pregunta de esta índole: *sí está de acuerdo y no está de acuerdo*. En este sentido, las respuestas fueron las siguientes :

Opinión sobre una propuesta de trabajo más próxima a una situación real modelizable y resuelta matemáticamente

| | | |
|-----------------------|---|--|
| .- Está de acuerdo | } | - Hay que consultar a profesores de economía 1 - El estudiante podría mostrar más interés 2, 6, 7 - Otra 1, 5, 8 |
| .- No está de acuerdo | | 0 |
| .- No responde | | 3, 4, 9, 10 |

Red sistémica 4

Sí están de acuerdo. Entre los profesores que entran en esta categoría, citamos a:

Profesor 1:

Creo que es factible introducir el concepto utilizando un problema que represente una situación real relacionada con su carrera.

[...] sería cuestión de investigarlo o experimentarlo, preguntar a los colegas cuáles han sido sus experiencias en ese sentido o consultar con el profesorado que labora en el Dpto. de Ciencias Económicas y Administrativas [...]

Profesor 8:

En mi opinión, una propuesta como esta debe contar con el apoyo de todos los que de alguna manera se involucran en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Profesor 5:

Construir alguna expresión matemática a través del pago de algún servicio [...]

También podemos mencionar a los que apoyan esta iniciativa, pero como ente motivador.

Profesor 2:

[...] para acercar al estudiante a lo que significan realmente los modelos matemáticos dentro de la economía y la contaduría.

Profesor 6:

Pienso que es absolutamente necesario para despertar el interés del estudiante hacia las matemáticas.

Profesor 7:

[...] ese es el tipo de incentivo que necesita el estudiante, para que de una vez le pierda la fobia a las matemáticas.

Las creencias de los tres últimos profesores sobre este tipo de propuestas son más de carácter afectivo que cognitivo.

No está de acuerdo. Esta categoría fue considerada en atención a la posibilidad

de una respuesta de algún profesor que, además de seguir una enseñanza tradicional, considere que lo hecho en la actualidad—según los programas oficiales—es lo más apropiado en cuanto a estrategia pedagógica se refiere.

Por otra parte, atendimos a esta categoría en el caso de que algún participante creyese que, lejos de motivar e involucrar al estudiante en modelos matemáticos relacionados con la economía, este enfoque pueda ser causa de inconvenientes en el proceso enseñanza-aprendizaje. Ningún participante se pronunció en tal sentido.

Resultados del análisis de la pregunta 4

En general, las respuestas ofrecen pocos argumentos para poder concluir sobre el conocimiento profesional, creencias y concepciones de los profesores en el tema que aborda esta pregunta. La sencillez y poca profundidad de las opiniones únicamente nos permite hablar de creencias en una forma superficial. Aunque seis profesores dicen *estar de acuerdo*, no lo justifican con rigor; sólo enfatizan en la parte introductoria del tema y como herramienta motivante para el tema en cuestión. No obstante, debemos destacar que el Profesor 1 considere oportuna la participación de los docentes que pertenecen al área de ciencias económicas.

Pregunta 5

En esta sección del trabajo estudiamos lo que para cada uno de los profesores supone la mejor manera de evaluar el progreso del alumno en este tema; se les pidió además que seleccionaran algunas preguntas clave que permitieran identificar a quienes realmente han comprendido el concepto de derivada en su sentido más amplio.

Queremos dejar en claro que no pretendemos, en ningún momento, ahondar en aspectos concretos de la evaluación que conciernen al tema relacionado con la derivada. Por el contrario, buscamos estudiar el vínculo que pueda existir entre el contenido que se enseña y el contenido de las evaluaciones.

El objetivo fundamental en este caso es seguir investigando las creencias, concepciones y conocimiento profesional que tienen los profesores respecto a la enseñanza de la derivada en las carreras ya citadas; de manera específica, queremos estudiar y analizar sus opiniones sobre el contenido que evalúan para compararlo con lo que dicen que enseñan. Aunque construimos tres categorías para este punto (*modelos de evaluación, tipos de evaluación y contenido de la evaluación*) mostramos únicamente la tercera, ya que es el centro de nuestro trabajo.

Contenido. Esta categoría es la que consideramos de mayor peso de las tres que diseñamos, ya que mediante esta pregunta estudiaremos la relación entre el contenido curricular que enseñan los profesores y el contenido de las evaluaciones. Aquí vemos cierta heterogeneidad en las opiniones referentes al contenido: desde profesores que se mantienen en una línea clásica, en la que sólo atienden como materia importante el aspecto matemático, hasta aquellos que creen que la evaluación para medir el progreso del alumno debe tener contenido económico, pasando por otros que plantean un contenido mixto.

Sobre el particular, los Profesores 3 y 4 sugieren lo siguiente:

Profesor 3:

- *Evaluar previamente el manejo de rectas que pasan por puntos.*
- *Hallar distintas rectas con puntos sobre la curva.*
- *Evaluar si han comprendido el concepto de acercamiento en términos de $\varepsilon - \delta$.*

Este profesor le da relevancia a la interpretación geométrica de la derivada y a la definición de la derivada vista como un límite. Mientras que el Profesor 4, con la pregunta que aparece a continuación, alude a un contenido de carácter sólo matemático.

Profesor 4:

¿Qué entiende usted por derivada de una función?

Por otra parte, hay profesores que en el cuestionario proponen preguntas de contenido económico, aunque uno de ellos (Profesor 8) se contradice en los exámenes que anexa al instrumento. El Profesor 1 plantea un amplio conjunto de preguntas de contenido económico, con una secuencia progresiva, en las que interviene la derivada de manera puntual.

Profesor 1:

[...] si se trata de un problema de Costo, suelo preguntar el costo en un nivel determinado de producción, el costo por un incremento en la producción, la razón de cambio promedio por unidad extra producida, el costo marginal, estimación del costo, una opinión sobre si la estimación es buena.

Todas estas preguntas están relacionadas directamente con la derivada y con diversas interpretaciones de ella en el campo económico. Al comparar estas

preguntas con las que aparecen en las evaluaciones suministradas por este profesor —exámenes escritos y práctica evaluada—, podemos apreciar que, en cuanto a conocimiento profesional, maneja una buena cantidad de conceptos económicos vinculados con la derivada.

En este mismo orden de ideas se mantiene el Profesor 7, quien sugiere actividades como:

Profesor 7:

Formulándole problemas, previamente dándole algunos ejemplos que involucren aplicaciones.

Las preguntas que formula en sus exámenes escritos guardan una estrecha relación con su idea.

No obstante, el Profesor 8 da la siguiente respuesta:

Profesor 8:

[...] problemas concretos, de la realidad, de sus intereses.

Esto supone un contenido vinculado a las aplicaciones de la derivada a la economía; sin embargo, las preguntas del examen escrito que este profesor nos suministró muestran un contenido fisicomatemático, como cálculo de derivadas laterales, cálculo de derivadas a funciones trigonométricas y un problema relacionado con movimiento armónico simple. Por tanto, hallamos una incoherencia entre el contenido que propone y el que realmente utiliza para sus evaluaciones.

Finalmente, los Profesores 2, 5 y 6 sugieren un contenido mixto en sus evaluaciones; empero, el Profesor 2 no aporta mayor detalle en cuanto a un

contenido específico, mientras que el Profesor 5 asigna una lista de problemas y ejercicios de contenido mixto y en ellos se basa para sus evaluaciones.

El Profesor 2 propone evaluar el tema a partir de las aplicaciones de la derivada y de las distintas interpretaciones que pueda tener en la economía, mas no diseña una pregunta en especial.

Profesor 2:

Entre las situaciones que pudiese plantearse a los alumnos están:

- *Problemas reales sobre economía, vinculados y justificados desde la teoría de las derivadas y sus aplicaciones. Y la posterior interpretación del término como trabajo de discusión que puede ser analizado en equipo.*
- *Proponer problemas puntuales de aplicación para resolver matemáticamente e interpretar bajo el lenguaje de la economía.*

El Profesor 6 consigna dos preguntas para evaluar el rendimiento de los alumnos.

Profesor 6:

1. *Determine la pendiente de la tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^2$ en $x = 2$.*
2. *Calcule la función de costo marginal para la función de costo $C(x) = 100 + 2x$. Interprete los resultados.*

Las evaluaciones escritas que anexa este profesor al cuestionario presentan el mismo contenido. En este sentido, él considera que la distribución del contenido de las evaluaciones debe ser de iguales proporciones.

Resultados del análisis de la pregunta 5

Son diversas las opiniones que en materia de contenido proponen los profesores para las evaluaciones; sin embargo, en líneas generales no es mucho el peso que le dan a la derivada respecto a las ciencias económicas; además, en el análisis podemos ver que dos profesores se inclinan por un contenido matemático. En cuanto al contenido económico, dos profesores no sólo lo proponen, sino además lo ponen en práctica, como se aprecia en las evaluaciones que nos hicieron llegar.

Pregunta 6

En este punto estudiamos cómo los profesores desarrollan el tema de las aplicaciones de la derivada en los cursos relacionados con este trabajo. Para tal fin, les solicitamos que resumieran en forma de esquema el desarrollo del tema en cuestión.

Profesor 1:

Se procedió a desarrollar los temas “Aplicaciones de la Derivada I” y “Aplicaciones de la Derivada II” [...]

Podemos destacar de la primera parte el *análisis marginal*, la *razón de cambio relativa y porcentual* y la *función de consumo*. En cuanto a la parte de aplicaciones de la Derivada II, la relaciona con gráfica de funciones y optimización. No señala ninguna aplicación de la derivada a la economía, sino se menciona de manera general con la palabra “*aplicaciones*”.

Profesor 5:

- *Motivación de la definición mediante un ejemplo.*

- *Definición rigurosa.*
- *Diferentes aplicaciones.*

Profesor 6:

- *La derivada como razón de cambio.*
- *Interpretación geométrica.*
- *Cálculo de derivada.*
- *Tasas marginales.*
- *Otras aplicaciones.*

Los otros cuatro profesores que responden a este punto no lo hacen a través de un esquema.

Profesor 7:

[...] doy algunos ejemplos clásicos de función de utilidad, función de producción, etc., para hallar la función de utilidad marginal, la función de producción marginal [...]

Este profesor sólo nos habla de los ejemplos que utiliza en las aplicaciones, pero no aborda ejemplos de optimización, los cuales se contemplan en los programas oficiales.

Profesor 9:

Motivar la idea de función creciente, decreciente, puntos críticos, máximos y mínimos. Esto puede hacerse mediante un ejemplo y luego de manera formal.

Profesor 4:

Una vez concluido el tema referente al uso de la derivada para determinar intervalos de crecimiento, decrecimiento, puntos extremos, intervalos donde la gráfica de una función es cóncava hacia arriba y hacia abajo [...]

[...] se plantean algunos ejercicios o problemas como:

- Minimizar costos.*
- Maximizar utilidades.*

Profesor 8:

- *[...] Comienzo planteando problemas concretos y los invito a resolverlos con las herramientas que sus capacidades y destrezas les faciliten.*
- *[...] Pasamos a analizar el problema para identificar fenómenos variables, constantes, interdependencias de los elementos involucrados.*
- *[...] Se va creando un modelo representativo en símbolos algebraicos.*
- *[...] Una vez obtenido el modelo, usamos las herramientas matemáticas que se adaptan a la situación planteada. Volvemos a darle a los símbolos el significado vivencial que tienen dentro del problema.*

Este profesor plantea un problema que analiza en conjunto con el fin de identificar algunos aspectos que considera importantes y, de ahí, crear un modelo en el que se puedan utilizar las herramientas matemáticas. No obstante, sería interesante conocer qué problemas sugiere.

En lo tocante a las aplicaciones de la derivada a la economía que los profesores consideran interesantes, veamos qué dicen sobre el conocimiento del contenido tanto matemático como económico.

Profesor 7:

No creo que exista una aplicación más interesante que las demás [...] Creo que lo importante es que sepan manejar estas herramientas en los problemas que surjan.

Profesor 8:

A mi modo de ver, los problemas de optimización son las más relevantes.

Profesor 5:

Los problemas de utilidad, costos, demandas de consumidores, eficiencia del trabajador, impuestos, etc.

Profesor 2:

Entre las aplicaciones que considero interesantes están:

- *Análisis marginal.*
- *Problemas de optimización: máximos y mínimos.*
- *Representación gráfica y su interpretación de los procesos económicos que ellos representan.*

Profesor 1:

[...] de "Aplicaciones de la Derivada I", creo que el análisis marginal.

Del tema "Aplicaciones de la Derivada II", me parecen muy importantes los problemas que tienen que ver con maximizar o minimizar, aplicados a su campo de estudio.

Resultados del análisis de la pregunta 6

Respecto a la primera parte de esta pregunta, que aborda el desarrollo del tema de aplicaciones de la derivada, sólo dos profesores (1 y 8) realmente aportan una opinión significativa. En la del primer profesor vale la pena subrayar dos cosas: en primer lugar, que divide el tema y, en segundo, no sólo considera los dos puntos (análisis marginal y optimización), sino los ubica en el lugar correspondiente, según Haeussler y Paul (1997), aunque no habla de ninguna estrategia metodológica a seguir (la pregunta no lo pide). Del Profesor 8 podemos destacar su estrategia metodológica para la enseñanza del tema,

ya que su respuesta es más de metodología que de contenido curricular. El resto de profesores sólo mencionan ejemplos de aplicaciones, sin resaltar mayor cosa, con lo cual se nota que tienen ciertas carencias de contenido en este tema. Por ello decimos que en esta parte de la pregunta, salvo los Profesores 1 y 8, los demás participantes evidencian lagunas en cuanto al conocimiento del contenido relacionado con la profesión y al contenido de la enseñanza propiamente.

Sobre las aplicaciones de la derivada que los profesores consideran más interesantes en el campo de las ciencias económicas, podemos decir que los Profesores 1, 2 y 5 señalan que tanto el análisis marginal como la optimización comparten el mismo interés, pero sólo el Profesor 5 alude a ejemplos específicos. Por su parte, el Profesor 8 indica que son relevantes los problemas de optimización, aunque no habla de ninguno en particular, mientras que el Profesor 7 considera importantes a todas las aplicaciones en general, sin llegar a mencionarlas.

Esto nos permite concluir que los Profesores 1, 2, 5 y 8 manejan para este caso el conocimiento del contenido relacionado con la profesión, aunque necesitamos profundizar mucho más en el tema, de ahí que esta suposición sólo sea una primera aproximación.

Pregunta 7

Esta parte del análisis se relaciona con el proceso discente-docente de los profesores participantes. Aquí, se les pide que señalen algunas diferencias entre cómo les fue enseñado el concepto de derivada y cómo lo enseñan.

Profesor 1:

[...] se nos enseñó el tema de derivadas siguiendo el tomo I de Tom Apóstol. Los problemas que trabajamos estuvieron casi en su totalidad dirigidos más bien a tratar asuntos específicos de la matemática, otros provenían del área de física.

[...] (Como a mí se me enseñó) [...] el enfoque fue eminentemente matemático; [...] (cómo lo enseñó), el tema se enfoca hacia su campo profesional, intentando hacer un balance entre la teoría matemática necesaria y sus aplicaciones al campo profesional de los estudiantes [...]

En este caso resaltamos, del aspecto discente del Profesor 1, el seguimiento de un texto y el desarrollo del tema de contenido físico-matemático, mientras que en el plano docente el contenido es matemático-económico y el profesor atiende a los intereses de los estudiantes.

Profesor 2:

[...] es bien diferente, el enfoque más que de aplicaciones hacia algún área muy específica siempre fue dirigido a demostrar mediante argumentos matemáticos [...], además de la resolución y análisis de diversos problemas matemáticos, con enfoque matemático. No recuerdo que abordara situaciones relacionadas con la economía [...]

[...] buscando dar aplicaciones contextualizadas y ajustadas a las necesidades de este tipo de alumnos.

De acuerdo con la opinión de este profesor, su enseñanza estuvo signada por demostraciones, resolución y análisis de problemas; además, no contempló aplicaciones a la economía. Como

docente, enfoca el curso hacia un contenido económico, según las necesidades de los estudiantes.

Profesor 10:

Mi curso como estudiante fue muy teórico, con pocos ejemplos y usando un texto guía. Los ejercicios fueron responsabilidad casi total del estudiante. Como profesor soy poco teórico, doy muchos ejemplos en clase y generalmente con una guía de ejercicios seleccionada de diferentes libros. Hay que notar que son menciones diferentes.

Como se puede apreciar, la formación de este profesor es muy similar a la del Profesor 1. Sin embargo, no podemos decir mayor cosa sobre su labor como docente, salvo que es menos teórico y que, en lugar de seguir un libro de texto, atiende a una guía de ejercicios seleccionados.

Profesor 4:

Creo que no hay mucha diferencia. Tal vez, que se trata de ser menos formal, para que el estudiante capte el concepto con mayor claridad. También utilizo mucho la parte gráfica [...]

Este profesor hace mención al uso de la geometría y la formalidad en el aspecto docente, aunque dice que la diferencia no es significativa en ambos aspectos. Por otra parte, podemos destacar su justificación en cuanto al formalismo del concepto, pues cree que, al ser menos formal, el estudiante es capaz de entender mejor la noción de derivada.

Profesor 6:

El concepto de derivada que me enseñaron fue netamente matemático y la aplicación consistió en la derivada como razón de

cambio en el tiempo de la distancia y velocidad.

Profesor 8:

Un caso particular que recuerdo, y que se diferencia de la forma en que trato de impartir este tema, es el hecho de que cuando por primera vez me topé con este concepto fue de manera abstracta. Sólo operaciones simbólicas; no recuerdo un problema de la realidad para ese entonces.

Sólo estos dos profesores opinan en torno al aspecto discente. El primero destaca el contenido físico-matemático, y el segundo refiere que la manera como se le enseñó el concepto tuvo un enfoque abstracto.

A continuación, estudiaremos aquellos elementos que los participantes –vistos como docentes– consideran innovadores en comparación con la forma en que se les enseñó el concepto de derivada. Cabe señalar que a esta parte de la pregunta sólo atendieron cinco profesores, es decir, la mitad de los participantes.

Profesor 1:

En cuanto a elementos innovadores, puedo mencionar la motivación que se introduce para abordar el tema de las derivadas... y el uso de la geometría para ilustrar [...]

Los dos elementos que señala el Profesor 1 los enmarcamos dentro del *conocimiento didáctico*; el segundo también se ubica en el *conocimiento sobre cómo enseñar*, ya que se saca provecho a las características propias del concepto de derivada, en este caso de la geometría.

Del Profesor 2 vamos a subrayar algunos puntos de su respuesta.

Profesor 2:

¿Innovación? Tal vez tocar el contexto administrativo, la forma de abordar los contenidos matemáticos y de evaluarlos, ajustados a las necesidades de estos alumnos y las estrategias utilizadas.

Cuando el profesor alude a *tocar el contexto administrativo*, suponemos que se refiere a vincular el tema de la derivada con la futura profesión del estudiante. De los otros tres puntos que subrayamos después podemos opinar sólo de los dos primeros, ya que su respuesta, en este caso, es muy general y no muestra detalles de los mismos; sin embargo, creemos que el abordar los contenidos y la forma de evaluarlos se relaciona con las respuestas a las preguntas 5 y 6. Por otra parte, podemos asociar las respuestas de los otros tres profesores (7, 8 y 9), que atienden a esta pregunta con el conocimiento sobre el material de apoyo para enseñar. En efecto:

Profesor 8:

Sin duda que la computación es un elemento innovador de suma importancia... le resta abstracción al concepto [...]

De la opinión del Profesor 8 se aprecian dos cosas. Por un lado, considera a la informática como una herramienta de apoyo para la enseñanza; por otro, sigue insistiendo en lo abstracto del concepto, con lo cual habría que indagar más en este sentido. El Profesor 9 también concibe a la informática como un elemento innovador, pero su respuesta es muy limitada.

Profesor 9:

Usar paquetes matemáticos para la aplicación de ésta, como por ejemplo Maple y Matlab.

A estos dos puntos de vista añadimos el del Profesor 7, quien además de compartir la idea del uso de la informática como elemento innovador, da a conocer su opinión en materia curricular.

Profesor 7:

Uno de los elementos innovadores es el uso de programas de computación –como el Maple– para ciertos cálculos y la desincorporación de algunas funciones que aparecen en los contenidos de los programas, que no aportan nada en esto.

Aquí, resultaría interesante ahondar en las funciones que, según este profesor, no aportan nada a las ciencias económicas. Y, con estos tres profesores, estudiar cómo implementan la informática en sus cursos.

Resultados del análisis de la pregunta 7

Sobre el proceso discente-docente de los profesores participantes, podemos concluir lo siguiente: la escasa información que suministran en esta materia prácticamente nos obliga a presuponer hechos de uno y otro proceso por separado. Sólo los Profesores 1, 2 y 10 hablan de forma comparativa entre los dos procesos, mientras que el Profesor 4 reconoce por medio de su respuesta que no hay mucha diferencia entre un proceso y otro, pero curiosamente vincula el hecho de ser menos formal en la clase para lograr en el estudiante un mejor aprendizaje. En líneas generales, se puede apreciar que el proceso discente de los profesores está enmarcado dentro de un modelo tradicional que incide directamente en su labor docente.

Ahora bien, en el aspecto docente de estos profesores se pueden observar opiniones

en las que dos de ellos (Profesores 4 y 5) sostienen que hay pocas diferencias o ninguna, o en el caso de los Profesores 1, 2 y 10, quienes enseñan el concepto de derivada con un contenido matemático-económico, atendiendo a intereses y necesidades de los estudiantes, y le dan un enfoque menos teórico. En tal sentido, estamos obligados a profundizar más con el firme objetivo de conocer las concepciones del profesor en esta materia.

Por otra parte, sobre los elementos que los profesores consideren innovadores en su labor docente, podemos señalar unos relacionados con el *conocimiento del contenido* en general, como la motivación, el uso de la geometría como herramienta de enseñanza, relacionar el tema de la derivada con la profesión en la que se están formando los estudiantes y las evaluaciones según las necesidades de los alumnos.

También existe otro elemento innovador que incluimos en el *conocimiento del material de apoyo*: el uso de la informática como herramienta didáctica que permite visualizar aspectos concretos de la derivada. Al igual que en el párrafo anterior, seguimos con la idea de ahondar en el proceso docente, a fin de investigar los elementos que los profesores consideran innovadores en su labor.

Conclusiones

En atención a los objetivos que nos propusimos alcanzar con este trabajo, así como de los análisis hechos a las respuestas de los participantes, exponemos las siguientes conclusiones:

Sobre las creencias y concepciones de los profesores que están relacionadas con la

enseñanza de la derivada en carreras de ciencias económicas, diremos que:

- En general, los profesores creen que el contenido del tema dentro de los programas oficiales es el adecuado, y le otorgan una fuerte acepción a la manera como fue tratado el tema durante sus propios estudios. Por otra parte, la mayoría cree que el objeto matemático derivada tiene importancia en la resolución de ejercicios, tanto matemáticos como económicos; sin embargo, terminan dando más peso al contenido matemático que al económico.
- Casi todos los profesores siguen una metodología tradicional para enseñar el concepto de derivada, basada en aspectos fisicomatemáticos o geométricos, descartando alternativas innovadoras relacionadas con el campo profesional del estudiante. Hay algunos profesores que mantienen una línea clásica en la introducción y desarrollo del tema, pues siguen el esquema *definición-ejemplo-aplicación* que aparece en los programas oficiales; en este sentido, no contemplan propuestas metodológicas alternativas.
- El desarrollo del tema en general y el de las aplicaciones de la derivada lo conciben y orientan más a resolver ejercicios que a la resolución de problemas, según manifiestan algunos docentes en sus respuestas, aunque los programas oficiales sugieren la resolución de problemas. Asimismo, hablan muy poco de la interpretación económica de la derivada y presentan el tema de manera muy genérica, lo cual puede estar relacionado con la manera como aparece en los programas oficiales. En este sentido,

el aporte de la mayoría de los profesores al contenido programático es casi nulo, decantándose por seguir un contenido genérico, más propio de un curso general de cálculo, con algunos ejercicios de aplicaciones de la derivada entre los que se incluyen aplicaciones a la economía.

Acerca del conocimiento profesional del profesor de matemáticas y su relación con la enseñanza de la derivada, resaltamos los siguientes aspectos:

- Destacamos el amplio y sólido conocimiento matemático de todos los profesores. Sin embargo, su conocimiento relacionado con la profesión de docente, es decir, el que atañe a la formación del estudiante, se basa en lo empírico, los libros de texto y la propia experiencia; ello pone al descubierto carencias de formación relacionadas con este trabajo, como reconocen abiertamente en sus respuestas al menos dos profesores. En los casos donde los profesores se refieren al tema de las aplicaciones de la derivada a la economía, todos lo hacen de manera muy genérica; sólo mencionan los términos o ejemplos de las ciencias económicas, mas en ningún momento dan la interpretación de la derivada en el ejemplo citado.
- En materia de estrategias innovadoras de enseñanza, resaltamos el uso de la informática como herramienta didáctica. Sólo tres profesores dicen usarla, pero no explican qué programas utilizan, ni en qué momento del curso, ni cómo implementan su uso. Respecto a la innovación dentro del contenido curricular, todos los profesores imparten cursos para diversas carreras y, además, están obligados a rotarse

por las distintas materias que ofrece el departamento. Esto trae como consecuencia que los profesores tiendan a unificar los programas, obviando la diferenciación entre las materias afines de diferentes carreras.

- Se aprecia de manera considerable la influencia del proceso de aprendizaje que vivió cada profesor como estudiante al abordar el tema de la derivada con sus alumnos, a pesar de que se refieren a carreras distintas. Los profesores reproducen las mismas metodologías de trabajo que siguieron en su etapa de estudiante, ignoran metodologías alternativas disponibles y no se involucran con la profesión del estudiante.
- De acuerdo con el análisis y lo expresado en los puntos anteriores, consideramos que hay profesores que son más proclives al cambio, además de que reconocen abiertamente que no son especialistas en el área de economía, mientras otros consideran que el proceso de enseñanza que siguen está bien, acogiendo a lo establecido en los programas oficiales.
- Se detectan algunas carencias didácticas relacionadas con el ámbito

profesional del estudiante, lo cual nos hace sugerir, por un lado, la conveniencia de un intercambio de experiencias didácticas entre los profesores; por otro, algún tipo de formación que permita abarcar la parte didáctica y conceptual relacionada con el contenido económico.

Estas conclusiones corroboran lo dicho en otras investigaciones que sirvieron como punto de partida para este trabajo, como las de Gil y Rico (2003), Handal (2003) y Moreno (2000).

Las creencias y concepciones de los profesores juegan un papel importante en el desarrollo de su actividad docente; en este orden de ideas, se confirma la fuerte creencia que una enseñanza resulta más efectiva si sigue un modelo tradicional, que tiene su origen en los cursos donde se formó el profesor (Handal, 2003).

A través de las respuestas podemos afirmar que el conocimiento profesional de los profesores, en cuanto a contenido económico, es parcial y tiene mucha influencia de sus creencias, concepciones y experiencias personales, así como de los libros de texto (Gil y Rico, 2003).



Referencias

An, S.; Kulm, G. y Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the US. *Journal of Mathematics Teacher Education* 7 (2), 145-172.

Arnal, J.; Del Rincón, D. y Latorre, A. (1994). *Investigación educativa. Fundamentos y metodología*. Barcelona, España: Labor.

Arrow, K. & Intriligator, M. (1981). Historical Introduction. En K. Arrow, & M. Intriligator

(Eds.), *Handbook of Mathematical Economics* (volume 1, pp. 1-14). Netherlands: Elsevier Science Publishers BV.

Arya, J. y Lardner, R. (1987). *Matemáticas aplicadas a la administración y la economía*. México: Prentice Hall.

Ballester, Ll. (2001). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Palma de Mallorca, España: Universidad de Las Islas Baleares.

Bliss, J., Monk, M. y Ogborn, J. (1983). *Qualitative data analysis for educational research. A guide to uses of systemics networks*. Canberra, Australia: Croom Helm Ltd.

Bodur, Y. (2003). *Preservice teachers' learning of multiculturalism in a teacher education program*. PhD Thesis, Florida State University.

Broome, R. (1988). Conocimiento profesional de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias* 6 (1), 19-29.

Cabrera, F. y Espín, J. (1986). *Medición y evaluación educativa: fundamentos teórico-prácticos*. Barcelona, España: Universidad de Barcelona.

Clark, C. M. (1988). Asking the right questions about teacher preparation: contributions of research on teaching thinking. *Educational Researcher* 17 (2), 5-12. In Pajares, M. F. (1992). Teachers' belief and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research* 62 (3), 307-332.

Del Rincón, D., Arnal, J., Latorre, A. y Sans, A. (1995). *Técnicas de investigación en ciencias sociales*. Madrid, España: Dykinson.

Flores, M. P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Granada, España: Comares.

Garbin, S. y Azcárate, C. (2002). Infinito actual e inconsistencias. *Enseñanza de las Ciencias* 20 (1), 87-113.

Gil, F. y Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias* 21 (1), 27-47.

Haussler, E. y Paul, R. (1997). *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical belief: a review. *The Mathematics Educator* 13 (2), 47-57.

Harel, G. & Trgalova, J. (1996). Higher mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp. 675-700). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Kahan, J., Cooper, D. y Bethea, K. (2003). The role of mathematics teachers' content knowledge in their teaching: a framework for research applied to study of student teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education* 6 (3), 223-252.

Latorre, A.; Del Rincón, D. y Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona, España: GR92.

Llinares, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla, España: Grupo de Investigación Didáctica, Universidad de Sevilla.

Moreno, M. (2000). *El profesor universitario de matemáticas: estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Estudio de casos*. Tesis de doctorado, Universidad Autónoma de Barcelona.

Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias* 21 (2), 265-280.

NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston: NCTM.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' belief and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research* 62 (3), 307-332.

Ponte, J. P. (1994). Mathematics teachers' professional knowledge. En J. P. Ponte y J. F. Matos (Eds.), *Proceedings PME XVIII* (volume I, pp. 195-210). Lisboa, Portugal.

Ponte, J. P. (1999). Teacher's beliefs and conceptions as a fundamental topic in teacher education. En K. Krainer, & F. Goffree, (Eds.), *On research in teacher education: from a study of teaching practices to issues in teacher education* (pp. 43-50). Osnabrück, Deutschland: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. A. Grouws (Ed.), *International Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). New York, USA: Macmillan Pub. Com.

Vicente, L. (1995). *Palabras y creencias*. Murcia, España: Universidad de Murcia. En Flores M., P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Granada, España: Comares.

Wonnacott, T. (1983). *Aplicaciones del cálculo diferencial e integral*. México: Limusa.



● **Luis García**

Departamento de Física y Matemática
Núcleo Universitario Rafael Rangel
Universidad de Los Andes, Venezuela

E-mail: lgarcia@ula.ve

● **Carmen Azcárate**

Departament de Didàctica de les Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona.

E-mail: carmen.azcarate@uab.es

● **Mar Moreno**

Departament de Matemàtica
Universitat de Lleida

E-mail: mmoreno@matematica.udl.es

ANEXO 1

Cuestionario de investigación

1.(a) Seleccione los cuatro errores que, desde su punto de vista, cometen sus estudiantes con más frecuencia. (b) ¿A qué cree que son debidos?

2.(a) ¿Qué importancia cree usted que tiene la derivada dentro de los contenidos de los cursos para las carreras en cuestión? (b) ¿Cree que el contenido es el adecuado?

3.Dentro de las distintas interpretaciones que se le pueden dar a la derivada: (a) ¿Cuál prefiere usted para llegar al concepto en sí? (b) ¿Utiliza algún tipo de aplicación o de ejemplo no necesariamente matemático para introducir el concepto de derivada?

4.¿Cuál es su opinión sobre una propuesta de trabajo más próxima a la identificación de situaciones reales que puedan ser modelizadas y resueltas matemáticamente?

5.(a) ¿Cuál cree usted que sería la mejor manera de evaluar el progreso del alumno en este tema? (b) ¿Podría seleccionar algunas preguntas clave que le permitieran

identificar a los alumnos que realmente han comprendido el concepto de derivada en su sentido más amplio?

6.(a) Escriba un breve esquema sobre cómo desarrolla el tema de las aplicaciones de la derivada. (b) ¿Cuáles cree que son las aplicaciones más interesantes de la derivada en el campo profesional de estos estudiantes?

7.¿Podría señalar algunas diferencias entre la manera como a usted se le enseñó y la forma en la que enseña el concepto? Mencione algunos elementos que usted considera innovadores al respecto.

Le solicito que por favor adjunte con las respuestas suministradas:

a.Bibliografía recomendada a los estudiantes (remarcando los tres textos que desde su punto de vista son fundamentales).

b.Listas de problemas y ejercicios que usted propone a sus estudiantes.

c.Tipos de evaluaciones que utiliza en las asignaturas.

Los ítems (b) y (c) se refieren únicamente a la derivada.

ANEXO 2

Tabla ilustrativa del cuestionario de investigación respecto a los tres constructos que intervienen en la misma: *creencias*, *concepciones* y *conocimiento profesional*, en relación con los objetivos propuestos

| Pregunta | Pregunta | Tipo de información | Objetivo |
|---|---|---------------------|-------------------------|
| 1.a | Determinar los errores más frecuentes | CP | 4 |
| 1.b | Causa de los errores | Cre,CP | 4 |
| 2a | Importancia del objeto matemático derivada dentro de los contenidos programáticos | Cre,Con,CP | 2.1,4 |
| 2.b | Adecuación del contenido | Con,CP | 2.1 - 4 - 5 |
| 3.a | Cómo introduce el concepto de derivada | Con,CP | 2.3 |
| 3.b | Determinar si introduce el concepto de manera no-clásica | Con,CP | 2.3 - 5 |
| 4 | Relacionar directamente el objeto derivada con situaciones reales | Cre,Con | 2.2 - 4 - 5 |
| 5.a | Evaluación del tema | CP | 2.1 - 3 |
| 5.b | Tipos de preguntas | CP | 2.1 - 2.2 - 3 |
| 6.a | Desarrollo del tema de aplicaciones de la derivada | CP | 2.1 - 2.2 - 2.3 - 4 - 5 |
| 6.b | Aplicaciones tipo | CP | 2.1 - 2.2 - 2.3 - 4 - 5 |
| 7 | Proceso discente/docente | CP | 2.2 - 3 - 4 - 5 |
| Cre=Creencias, Con=Concepciones, CP=Conocimiento Profesional | | | |