

NURIA CLIMENT, JOSÉ M. ROMERO-CORTÉS, JOSÉ CARRILLO,
M^a CINTA MUÑOZ-CATALÁN, LUIS C. CONTRERAS

¿QUÉ CONOCIMIENTOS Y CONCEPCIONES MOVILIZAN FUTUROS MAESTROS ANALIZANDO UN VÍDEO DE AULA?

WHAT KNOWLEDGE AND CONCEPTIONS MOBILIZE FUTURE TEACHERS
ANALYZING A CLASSROOM VIDEO?

RESUMEN

El uso del vídeo de sesiones de clase de Educación Primaria (EP) en la formación inicial del maestro aporta realismo a las discusiones teóricas de las aulas de magisterio, contribuyendo a la vinculación entre la teoría y la práctica sobre la base de procesos reflexivos que ayudan a trascender los habituales comentarios genéricos de los estudiantes para maestro (EPM). El objetivo de este estudio es identificar las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas así como el conocimiento matemático para la enseñanza (particularmente el *conocimiento de matemáticas y la enseñanza* y el *conocimiento de matemáticas y los estudiantes*) que un grupo de EPM pone en juego cuando observa un vídeo de EP. Mediante un diseño de investigación consistente con un experimento de enseñanza (Steffe y Thompson, 2000) (en el que un diseño instruccional, orientado a los EPM, acerca de la introducción del concepto de división, se va refinando a través de sucesivos ciclos de implementación y análisis), se pone de relieve cómo el análisis de situaciones de enseñanza en EP promueve el cuestionamiento de los EPM.

ABSTRACT

The use of the Primary Education (PE) class sessions video in the initial training of teachers provides realism to the theoretical discussions of Master's degree classrooms, contributing to the link between theory and practice on the basis of reflective processes that help to transcend the normal general comments of teacher students (TS). The objective of this study is to identify the conceptions for the teaching and learning of mathematics, as well as the mathematical knowledge for teaching (particularly the *knowledge of mathematics and the teaching* and *knowledge of mathematics and students*) that a group of TS use when

PALABRAS CLAVE:

- *Formación inicial del profesorado*
- *Análisis de vídeos*
- *Concepciones del profesor*
- *Conocimiento matemático para la enseñanza*
- *Experimento de enseñanza*

KEY WORDS:

- *Initial training of teachers*
- *Analysis of videos*
- *Conceptions of the teachers*
- *Mathematical knowledge for teaching*
- *Teaching experiment*



observing a PE video. Using a research design consistent with a teaching experiment (Steffe and Thompson, 2000) (in which an instructional design, aimed at TS, regarding the introduction of the concept of division, is refined by means of successive cycles of implementation and analysis), the way the analysis of teaching situations in PE promotes the questioning of TS is highlighted.

RESUMO

O uso de vídeos de sessões de aula de Educação Primária (EP) na formação inicial do professor oferece realismo às discussões teóricas sobre as aulas de magistério, contribuindo para a vinculação entre a teoria e a prática sobre a base de processos reflexivos que ajudam a transcender os habituais comentários genéricos dos estudantes para professores (EPM). O objetivo deste estudo é identificar as concepções sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, assim como o conhecimento matemático para o ensino (particularmente o *conhecimento de matemática e o ensino* e o *conhecimento de matemática e dos estudantes*) que um grupo de EPM põe em jogo quando observa a um vídeo de EP. Através de uma criação de pesquisa consistente com um experimento de ensino (Steffe e Thompson, 2000), destaca-se como a análise de situações de ensino em EP promove o questionamento dos EPM.

PALAVRAS CHAVE:

- *Formação inicial do professorado*
- *Análise de vídeos*
- *Concepções do professor*
- *Conhecimento matemático para o ensino*
- *Experimento de ensino*

RÉSUMÉ

L'utilisation de la vidéo pour une classe d'élèves en école primaire (EP) durant la formation des futurs instituteurs confère un certain réalisme aux discussions théoriques qui ont lieu dans les cours de formation des instituteurs (l'équivalent en France des IUFM) en contribuant à la création de liens entre théorie et pratique basés sur des processus réflexifs qui permettent aux étudiants d'aller au-delà des habituels commentaires généraux. L'objectif de la présente étude consiste à identifier les conceptions sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ainsi qu'à s'interroger sur la connaissance mathématique pour l'enseignement (en particulier, *la connaissance des mathématiques et l'enseignement des mathématiques et les étudiants*) qu'un groupe de futurs instituteurs utilise lorsqu'il observe une vidéo conçue pour l'école primaire. Grâce à un travail de recherche qui va de pair avec une expérience sur l'enseignement (Steffe et Thompson, 2000) (dans lequel un travail propre à l'enseignement conçu pour les futurs instituteurs portant sur l'introduction du concept de division s'affine de plus en plus au fur et à mesure que des cycles successifs de mises en œuvre et d'analyse sont utilisés), on montre comment l'analyse de situations en école primaire suscite le questionnement des futurs instituteurs.

MOTS CLÉS:

- *Formation initiale des enseignants*
- *Analyse de vidéos*
- *Conceptions du professeur*
- *Connaissance mathématique pour l'enseignement*
- *Expérience d'enseignement*

1. INTRODUCCIÓN

La reforma de los planes de estudio de la formación inicial de Maestros de Primaria en su adaptación al Espacio Europeo de Educación Superior, ha supuesto en algunos casos la superación de los vestigios de un enfoque academicista de la formación (Zeichner, 1993), donde priman contenidos teóricos disciplinares, cuya integración y aplicación correspondería al estudiante para maestro (EPM) durante su práctica profesional. Si atendemos a la formación del Maestro desde la perspectiva del desarrollo de competencias profesionales (Perrenoud, 2004), dicha formación debería, al menos, iniciarlos en el desarrollo de esas competencias, ofreciéndoles oportunidades para comprender y apreciar la complejidad de la enseñanza (de las matemáticas en nuestro caso). La práctica del profesor y su análisis compartido en grupos de profesores se reconoce como una vía fundamental de su aprendizaje (Leikin & Zazkis, 2010; Mochón & Morales, 2010). El análisis de práctica real (grabaciones de clases de profesores en activo) en la formación inicial del profesor parece contribuir a la construcción del conocimiento específico para la enseñanza de la materia (no sólo conocimiento declarativo, sino también “saber hacer”), y además, abre la puerta a un aprendizaje potencial, al apreciar dicho análisis como vía de aprendizaje futuro. A continuación describimos una investigación que busca identificar las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y algunas componentes del conocimiento matemático para la enseñanza que un grupo de EPM pone en juego cuando visiona un vídeo de una clase de tercer curso de Educación Primaria (EP).

2. MARCO TEÓRICO

Para superar la carencia de una práctica real sobre la cual reflexionar de forma colaborativa en el aula de formación inicial, se están desarrollando en la última década numerosas investigaciones sobre el uso de vídeos de clases y sobre lo que aprenden los estudiantes para maestro. Nos centraremos en aquellas que se refieren a la formación para la enseñanza de la matemática. Entre sus resultados se destaca cómo el uso del vídeo potencia la reconceptualización de aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, complejizando su visión de la práctica (Llinares & Valls, 2010; Viseu & Ponte, 2009). Además, muestran que esta experiencia no sólo influye en su pensamiento y su práctica, sino que también agudiza su habilidad para identificar aspectos clave de la

situación observada (Carrillo & Climent, 2008; Star & Strickland, 2008). Este último aspecto (percibir, darse cuenta de cada vez más elementos en el sentido de *noticing* de Mason, 2002) va de la mano de la visión más compleja de la enseñanza y aprendizaje, y es uno de los principales objetivos del uso del vídeo en nuestra propuesta formativa. Apostamos por el uso de vídeos de sesiones completas de clase (frente a video-clips). Una práctica continua de análisis de vídeos parece favorecer también una mayor profundidad en el análisis de la práctica, desde análisis puramente descriptivos a otros interpretativos (Santagata, Zannoni & Stigler, 2007; Alsawaie & Alghazo, 2010), además de activar referentes teóricos del estudiante (Gofree & Oonk, 2001; Koc, Peker & Osmanoglu, 2009) que mejoran la integración de conocimientos teóricos y prácticos (Rodríguez, 2000).

Los vídeos de situaciones reales de enseñanza, frente a los casos escritos, muestran la complejidad y riqueza de la situación, pues al captar voces, lenguaje corporal, interacciones y una imagen más realista del entorno de aprendizaje (Koc et al., 2009) se vuelve más fácil revisitar los eventos tantas veces como se desee (Brophy, 2004), lo que posibilita al observador fijarse en aspectos que pasan desapercibidos por los propios profesores del aula (Clarke & Hollingsworth, 2000); de esta manera se concretan las discusiones sobre enseñanza y aprendizaje con imágenes específicas, en oposición a lo que suelen ser discusiones muy generales (Lampert & Ball, 1998).

Nos interesa profundizar en los resultados anteriores detallando la potencialidad del análisis de vídeos de enseñanza en la formación inicial del maestro. Para ello usaremos el marco del conocimiento matemático para la enseñanza (en adelante MKT, de sus siglas en inglés) (Ball, Thames & Phelps, 2008). El MKT interpreta el conocimiento profesional del profesor específico para la enseñanza de la matemática, llevando más allá la aportación de Shulman (1986, 1987) del conocimiento didáctico del contenido. En este último se reconocía la necesidad de que el profesor poseyera un conocimiento didáctico ligado íntimamente a los contenidos de enseñanza. Por otro lado, las ideas de Ball (1991, 2000) alrededor de la década de los noventa, sobre la especificidad del conocimiento de contenido que necesita el profesor para enseñar matemáticas, toman forma en el modelo del MKT, donde se considera el conocimiento del profesor estrechamente ligado al contenido matemático y evidenciado en situaciones de enseñanza (de ahí su denominación). Los trabajos de Ball y sus colaboradores modelizan el conocimiento necesario para enseñar matemáticas diferenciando seis subdominios:

1. *Conocimiento común del contenido*. Conocimiento que posee cualquier persona instruida, como saber dividir. Corresponde al saber hacer.

2. *Conocimiento especializado del contenido.* Es específico para la enseñanza, permite conocer la procedencia de los errores de los alumnos como reconocer los pasos ocultos del algoritmo de la división.
3. *Conocimiento del horizonte matemático.* Conocimiento de conexiones con contenidos anteriores y posteriores, así como conocimiento de los principios y valores del conocimiento matemático. Por ejemplo, conectar la división con la teoría de divisibilidad en \mathbb{Z} o con la noción de resta y sus algoritmos; también conocer el riesgo de dar a entender que siempre que se divide se obtiene un resultado menor que el dividendo¹.
4. *Conocimiento del contenido y la enseñanza.* Conocimiento del funcionamiento matemático de recursos y materiales, así como de estrategias y otras cuestiones de cómo enseñar los contenidos específicos, por ejemplo, saber cómo los bloques en base 10 permiten abordar la división en clase.
5. *Conocimiento del contenido y los estudiantes.* Conocimiento de las dificultades y errores habituales de los estudiantes, por ejemplo, saber que los niños tienen dificultad para entender el orden de magnitud de los sucesivos “restos” en el algoritmo de la división y conocer la causa matemática de tales dificultades.
6. *Conocimiento del contenido y el currículum.* Conocimiento de los cursos en donde se imparten los distintos contenidos y los materiales curriculares a su disposición, por ejemplo, saber en qué curso se inicia la división.

Las aportaciones fundamentales del modelo del MKT se encuentran en las dimensiones referidas al conocimiento del contenido. Por un lado, se perfila la diferencia entre el conocimiento matemático que necesita el profesor y el que necesita otro usuario de la matemática. Por el lado, cobra importancia la estructura de la materia del conocimiento, en el sentido de las relaciones entre los propios contenidos y las relaciones con contenidos de otras materias reflejado en el conocimiento del horizonte matemático.

¹ Como señalan Sorto, Marshall, Luschei y Carnoy (2009), se trata de un conocimiento matemático de un nivel superior al que se está enseñando y, además, de una visión completa e integrada del mismo dentro de la matemática y desde una perspectiva de su enseñanza y aprendizaje. Como ocurre con el resto de los subdominios del MKT, este conocimiento emerge (o se construye) a través del análisis de la práctica.

La frontera entre estas seis componentes es difusa pues se relacionan entre ellas, como señalan Mochón y Morales (2010), el *conocimiento especializado del contenido* es clave para el desarrollo del *conocimiento del contenido y la enseñanza*, y del *contenido y los estudiantes*. A pesar de ello, nos centraremos en el *conocimiento del contenido y la enseñanza* y en el *conocimiento del contenido y los estudiantes*², haciendo uso de especificaciones de los mismos que han resultado de trabajos previos de nuestro grupo (Climent & Carrillo, 2007; Sosa, 2011). Por otro lado, los instrumentos de análisis sobre concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática (en adelante CEAM), desarrollados en anteriores investigaciones (Carrillo & Contreras, 1995) nos servirán para interpretar las ideas sobre modelos de enseñanza que se lleven a cabo en el aula. Si bien las concepciones de los EPM han sido consideradas y resaltadas como variables relevantes en su interpretación de vídeos de enseñanza (Llinares & Valls, 2010), el análisis del aprendizaje de los EPM desde la perspectiva del conocimiento matemático para la enseñanza es un rasgo novedoso de nuestra investigación³. Al hablar de CEAM, siguiendo a Ponte (1994), nos referimos al conjunto de ‘verdades’ personales derivadas de la experiencia y con una fuerte componente afectiva y evaluativa (Pajares, 1992), así como a los esquemas subyacentes de organización de conceptos. Ponte (1994) se refiere al conocimiento como una red de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes del ser humano. Mencionamos el conocimiento cuando el grado de verdad y objetividad es superior al de las concepciones. Por ejemplo, saber dividir corresponde al conocimiento, mientras que decir que se aprende mejor al dividir por ejercitación repetitiva corresponde al dominio de las concepciones.

3. METODOLOGÍA

3.1. *Diseño de la investigación: Experimentos de enseñanza*

Abordamos esta investigación con una doble motivación: como formadores de profesores, nos interesa diseñar actividades formativas significativas para estos

² Codificaremos estos subdominios como KCT y KCS, respectivamente, siguiendo al grupo de Ball.

³ Mochón y Morales (2010) combinan la observación de las concepciones (*convicciones*) de los profesores y su conocimiento matemático para la enseñanza usando el taller de trabajo inter pares como espacio de reflexión compartida.

futuros profesionales; como investigadores, queremos comprobar la adecuación de dicha actividad e indagar sobre qué y cómo aprenden con ella. Consideramos que, a través de actividades de análisis de vídeos de enseñanza, los EPM adquieren un tipo de discurso sobre el contenido matemático en el que el referente del alumno y del contexto es más cercano y construyen un *conocimiento de matemáticas y los estudiantes*, y de *matemáticas y la enseñanza* cada vez más complejo.

Con el siguiente trabajo nos planteamos dar respuesta a los siguientes objetivos:

- Identificar las concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática que hacen explícitos los EPM cuando analizan un vídeo de EP.
- Identificar el *conocimiento de matemáticas y la enseñanza*, y de *matemáticas y los estudiantes* que surge en el aula de formación con el análisis de un vídeo de EP.

Abordamos dichos objetivos desde un enfoque interpretativo (Guba & Lincoln, 1994) y por medio de un diseño de investigación consistente con los experimentos de enseñanza (Steffe & Thompson, 2000). Este diseño se basa en la realización de un diseño instruccional cuidadosamente organizado y basado en un conocimiento teórico orientado a mejorar el aprendizaje de los alumnos, que se convierte en objeto de indagación. Dicho diseño se refina tras cada una de las sesiones en las que se implementa, en un proceso iterativo. El diseño de entornos de aprendizaje sirve como contexto para la investigación, y los análisis continuados y retrospectivos repercuten en la mejora del diseño. No obstante, estos diseños no se reducen al desarrollo y puesta a prueba de intervenciones educativas, sino que además suponen un compromiso con la comprensión de las relaciones existentes entre los fundamentos teóricos sobre la enseñanza y el aprendizaje, la práctica y los artefactos utilizados (Design-Based Researcher Collective, 2003⁴).

Los experimentos de enseñanza se acometen a través de “Ciclos de investigación”, compuestos por tres fases (DBRC, 2003): definición de objetivos de aprendizaje y diseño de la instrucción, experimentación en el aula, y análisis retrospectivo basado en la observación a la luz de referentes teóricos.

⁴ En adelante DBRC (2003).

3.2. *Participantes*

Nuestro equipo está formado por cuatro profesores de la Universidad de Huelva que imparten la asignatura de *Introducción a la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria*, y un investigador novel, que desempeña el papel de ‘testigo’, cuyo análisis se contrasta con el de aquellos (Steffe & Thompson, 2000). Hemos abordado tres ciclos de investigación: los dos primeros sirvieron para refinar el diseño de la actividad; el tercero, que es el que aquí presentamos, se aplicó a tres grupos prácticos de alumnos (de alrededor de 20 EPM por grupo) pertenecientes al primer curso del Grado de Maestro de Primaria (58 alumnos en total de 18 a 20 años).

3.3. *Fase de experimentación: implementación de una actividad formativa basada en el análisis de vídeo*

Al principio del curso, el equipo se reunió para seleccionar el vídeo y diseñar la actividad. El vídeo debía ser lo suficientemente potente para promover la reflexión y versar sobre un contenido matemático con el que los EPM mostraran soltura. En cuanto al diseño instruccional, y siendo conscientes de las dificultades de los EPM para profundizar en el análisis de vídeo y manifestar sus conocimientos (y concepciones), utilizamos criterios similares a los sugeridos por Bravo (1996): comenzamos propiciando la toma de conciencia sobre cómo abordarían el mismo contenido para posteriormente poder enfrentar sus imágenes⁵ y concepciones con el del vídeo; les proporcionamos un esquema durante el visionado para que diferenciaron los comentarios descriptivos de los analíticos; promovimos la discusión entre los alumnos para hacer emerger las distintas opiniones con el fin de armar un debate; finalmente, produjimos un documento de conclusión personal.

3.3.1. *El vídeo como recurso de aprendizaje del EPM*

En el vídeo seleccionado, elaborado previamente en un contexto colaborativo en el que participaron profesores-investigadores universitarios y profesores de distintos

⁵ Podrían considerarse las imágenes como parte integrante de las concepciones. Sin embargo, las diferenciamos para incluir esas imágenes, a modo de fotos en el recuerdo, que aún no han sido procesadas en la conformación de una concepción, pero que pueden aparecer al ser evocadas por alguna situación.

niveles educativos y grados de experiencia, se observa a una maestra que trabaja con sus alumnos de 3° de Primaria la introducción a la división con un abordaje de resolución de problemas, en el que prima la comprensión del concepto frente a la realización de la división como operación. Al inicio de la sesión, plantea a los alumnos que formen dos montones con doce lápices. Los alumnos utilizan y ponen en común distintas estrategias: reparto de uno en uno, de dos en dos y asignación directa de seis lápices a cada montón. La maestra incide en que todas son válidas, aunque la última es más rápida, y en que todos han obtenido grupos con el mismo número de objetos, aunque no lo había advertido inicialmente.

A continuación, la maestra propone repartir los doce lápices entre tres, cuatro, cinco, seis y siete montones, los estudiantes han de recordar cuántos hay en cada montón. Las principales dificultades surgen con los repartos entre cinco y siete. Al repartir entre cinco observan que obtienen dos lápices por grupo, que les sobra dos y que si los vuelven a repartir, los montones ya no serían iguales. En el caso del siete, guiados por la maestra, observan que obtienen grupos de uno, que sobran cinco y que sólo necesitarían dos más para volver a repartir. La maestra les replantea la situación con grupos de ocho y nueve. Una alumna responde que sobran cuatro y tres, respectivamente. Otra, quien afirma que su padre le ha enseñado a dividir, observa el patrón: grupos de 7 sobran 5, grupos de ocho sobran cuatro y grupos de 9 sobran tres.

Al final de la clase, la maestra les pide que representen con su propio lenguaje en el cuaderno lo que han trabajado.

3.3.2. Implementación de la actividad y recogida de la información

La figura 1 muestra las partes en las que se estructura la actividad del análisis del vídeo (esto es, la experimentación en el aula de formación), así como los instrumentos y técnicas de la recogida de información utilizados (recuadros en color gris). La actividad se desarrolla en dos sesiones de clase. Antes de las sesiones se propuso a los EPM diseñar una primera sesión para introducir la división en 3° de Educación Primaria, en la cual se les proporcionó las copias del libro de la maestra a observar (ver parte 1 de la figura 1). En una primera sesión de clase de formación inicial se realizan las partes dos a cuatro de la figura 1. De este modo, la sesión comienza con la presentación de su diseño por parte de dos EPM elegidos por el formador con el fin de suscitar el diálogo inicial sobre diferentes posibilidades. A continuación se introduce el contexto de la grabación y las plantillas de visionado que rellenarán los EPM y después se proyecta el vídeo por fragmentos, dando tiempo tras cada fragmento para las anotaciones individuales

en las plantillas. Como final de la sesión, se hace una primera discusión con el grupo completo de las ideas principales de los EPM (con los aspectos que más les han interesado) y se organiza el trabajo posterior en pequeños grupos. Entre ésta sesión y la siguiente de formación inicial, los EPM trabajan en pequeños grupos (entre tres y cinco estudiantes) con otra plantilla de análisis grupal en la que se pide un segundo análisis a partir de las observaciones individuales considerando categorías dadas. En una segunda sesión en la formación inicial, organizado en grupos de unos veinte alumnos, se pone en común el análisis de los pequeños grupos (parte 6 de la figura 1). Finalmente se pide a cada EPM que elabore un informe final sobre el vídeo y lo aprendido (parte 7).

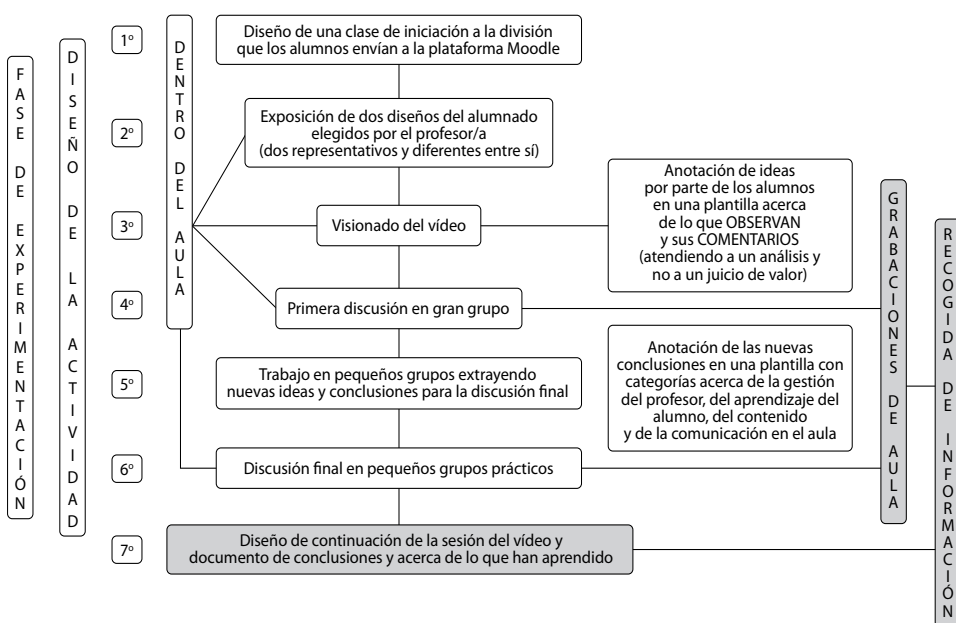


Figura 1. Tercer ciclo de investigación. Fase de experimentación

Conforme puede observarse en la figura 1 podemos diferenciar como instrumentos de recogida de información tres producciones de los EPM: de manera individual, la plantilla de análisis completada durante el visionado del vídeo en el aula de formación y el informe final descrito en la parte 7; y de manera grupal, la plantilla de análisis. Otro instrumento es la observación de dos sesiones del aula de formación (recogida en notas del investigador y la vídeo-grabación de las mismas). La primera plantilla de análisis que se ofrece a los EPM consiste en una tabla con dos columnas (la primera para anotar lo observado y en la segunda

su interpretación y reflexión sobre los hechos) y tantas filas como fragmentos en los que se ha seccionado el vídeo. La segunda plantilla corresponde a una tabla similar a la anterior, donde las filas están constituidas por variables de análisis sobre las cuáles reflexionar (estrategias, dificultades y papel del alumno, gestión del profesor, aprendizaje del contenido, contexto del aula) y se pide la reflexión de la clase observada en su conjunto, diferenciando también reflexiones de evidencias observadas que las promueven. En ambas plantillas, como hemos comentado, pedimos a los EPM diferenciar entre observaciones objetivas de actuaciones visibles en el vídeo y su reflexión sobre las mismas. De este modo, las primeras serían las evidencias que los EPM pueden esgrimir para argumentar sus interpretaciones de los hechos. De esta forma, en la discusión de lo observado puede potenciarse la concreción a modos de hacer en el aula de matemáticas. Por otro lado, las variables de análisis que se proponen en la plantilla de análisis en pequeños grupos (parte 5) provienen del refinamiento de las categorías del instrumento CEAM, de dimensiones del MKT y de aspectos emergidos durante la experimentación de la actividad en los dos ciclos anteriores.

3.4. *Análisis de la información*

Después de cada puesta en práctica de la actividad de enseñanza, el investigador-observador realiza un primer análisis de contenido (Bardin, 1986). El equipo de investigación visiona los vídeos de las aulas de formación y trabaja colaborativamente sobre dicho análisis, prestando especial atención a las evidencias de reestructuración en la comprensión de los estudiantes (Steffe & Thomspson, 2000). Al término de cada sesión de análisis, se refina el diseño instruccional y se implementa en el nuevo grupo de alumnos, iniciándose un nuevo ciclo de investigación (DBRC, 2003).

El análisis de contenido se realiza sobre la base del marco teórico referido (los subdominios del MKT y el instrumento de análisis CEAM) (Carrillo & Contreras, 1995). Con ese marco teórico como punto de partida, se elabora un listado de indicadores surgidos de la interacción entre los datos y los referentes teóricos mencionados que pretende describir qué aspectos del *conocimiento matemático y los estudiantes*, del *conocimiento matemático y la enseñanza* y de las CEAM se corresponden con las manifestaciones de los estudiantes. En el caso de los indicadores relativos a *conocimiento matemático y los estudiantes*, y *conocimiento matemático y la enseñanza*, se trata de concreciones de estos subdominios; en el caso de los indicadores CEAM se trata de frases hipotéticas que resumen las concepciones de los estudiantes. Este conjunto de indicadores

es discutido por el grupo de investigación y una vez consensuado (ver listado definitivo en la tabla I) se analiza de nuevo la información a la luz de los mismos.

Entendemos que la existencia de un investigador externo que inicia el proceso de análisis y se constituye como parte del grupo, el posterior análisis conjunto y el sucesivo refinamiento de los instrumentos de recogida de información, procedentes de los ciclos de investigación anteriores, contribuyen a proporcionar una mayor solidez a los resultados. La continua reflexión conjunta realizada durante todo el proceso nos ha permitido obtener unos instrumentos que muestran el necesario ajuste entre los referentes teóricos y las características de los EPM como informantes.

4. RESULTADOS

Desde el inicio del visionado, algunos EPM centran su atención en el número de lápices que los alumnos han de repartir (doce) y se les expone por qué se elige ese número. Esto lleva a una discusión sobre cómo deberían ser el dividendo y el divisor de las primeras situaciones de división, en la que no entraremos ahora. Ello supone adentrarse en un aspecto concreto del MKT relacionado con la planificación: saber con qué ejemplos empezar el trabajo con un contenido (KCT-1, ver tabla I⁶).

También se discute si conviene presentar desde un principio situaciones de división con y sin resto o sólo las segundas. Este fragmento del vídeo (donde se presentan ambas situaciones) sorprende a muchos de los EPM, cuyos diseños previos habían mostrado un posicionamiento más tradicional, (propio de una visión más instrumental y mecánica de la matemática) y una organización del contenido orientada desde la lógica de la disciplina como cuerpo de conocimientos acabados, situación que deja de lado la construcción de significados por parte de los alumnos. El visionado les hace plantearse el interés de plantear divisiones con y sin resto en esta introducción del contenido de cara al significado que se atribuya a la división:

⁶ En lo sucesivo señalaremos, junto a cada aspecto observado, su código según se presenta en la tabla I que resume los indicadores de conocimiento matemático para la enseñanza y concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática observados en el aula de formación inicial.

“(…) Vamos, yo pensaba que en la primea clase no estaba bien enseñar las divisiones que no fuesen exactas, pero de esa manera también puede enseñar algo así que vea que sobra” (EPM11⁷)

“Viéndolo como una introducción, para que el niño vea que hay tanto enteras como exactas...” (EPM9)

“Sí. Pero yo pienso que no porque si les mezclas las dos cosas... Si le pones la exacta, ¡vale! Los niños van a tener idea de que sólo existe ese resultado y de que todas las divisiones son exactas. Entonces, al ponerle algunas divisiones o algunos problemas donde se queden con algunos, a los niños les hace pensar el por qué y por qué no todos son exactos y le hace reflexionar sobre esa actividad y por qué la están haciendo.” (EPM6)

De este modo, en los diseños de los EPM se proponía trabajar las divisiones con resto sólo cuando las exactas estuvieran claras. Ligamos esta consideración a un aspecto del conocimiento de matemáticas y la enseñanza relacionado con el anterior: saber con qué significados empezar el trabajo sobre un contenido (KCT-2).

Desde el punto de vista de los contenidos que se abordan en la tarea de la clase de Primaria, los EPM destacan que no se empiece con el algoritmo estándar de la división, sino que se enfatice su significado (reparto en este caso) y el de sus términos:

“El significado (de la división) sí. Ya el niño sabe que los lápices que le sobran, después de eso va a saber que es el resto. Ya eso lo sabe” (EPM 8)

““P⁸: ¿Aparece esta fórmula? (escribe en la pizarra: $D=d*c+r$)

EPM8: ¡Hombre, no aparece así!

EPM 5: Y, en otros casos de ¿cuántos lápices tienen que sobrar para que te den tres, o yo no sé si eran cuatro o cinco... o algo de eso?

EPM 3: Ahí está poniendo en práctica...

EPM 5: La fórmula ésa”

⁷ Hemos asociado un número a cada EPM que interviene para identificarlo, de modo que puedan también reconocerse las intervenciones que pertenecen a un mismo EPM (aunque no será considerado en este artículo). Por otro lado, distinguiremos cuando se trata de un diálogo o declaraciones aisladas de los EPM (en ocasiones incluso de distintos grupos de EPM).

⁸ P denota al profesor del aula de formación.

Esto supone un acercamiento a una matemática escolar distinta de la tradicional, valorando la comprensión más que el uso de reglas (CEAM-5).

Otra idea llamativa para ellos es el reparto equitativo de manera espontánea, sin indicación de la maestra. Lo consideran natural a esas edades. Conocer el modo natural de los alumnos para resolver determinadas situaciones supone adentrarnos en un aspecto del conocimiento de matemáticas y los estudiantes (KCS-1). Por otra parte, saber qué aspectos del contenido hay que incluir para que los alumnos le den significado nos acerca a un aspecto del conocimiento de matemáticas y la enseñanza (KCT-3). Frente a posiciones más directivas cercanas a una enseñanza tradicional, los EPM comienzan a valorar que con una metodología que favorece la participación, la creación de significados ricos y el uso de capacidades individuales, los alumnos pueden resolver la tarea a su forma y de distintos modos (CEAM-1, CEAM-2).

Son interesantes los comentarios acerca de los modos de pensamiento de los alumnos (KCS-2) de los cuáles destacamos tres (en el reparto de doce lápices en dos grupos): el niño que reparte directamente (los EPM consideran que usa la multiplicación, pues ya sabe dividir); el que lo hace destinando los lápices de dos en dos a cada grupo (los EPM suponen que lo resuelve por tanteo); y el que lo hace de uno en uno (los EPM lo consideran un conteo que se aleja aún más de alguna estrategia de resolución concreta). Esto supone saber interpretar el conocimiento de los alumnos a partir de sus producciones y manifestaciones (KCS-3).

Para los EPM pedir a los alumnos que fueran anotando los resultados hubiese facilitado la tarea; tener que recordarlo es una dificultad añadida, además de haber planteado al mismo tiempo la resolución de los casos de reparto entre 3, 4, 5, 6 y 7:

EPM 2: “O que, a lo mejor, en vez de mandarle, venga hacer los grupos entre tres, entre cuatro y entre cinco, hacerlo poco a poco por si va surgiendo alguna dificultad, resolverla en el momento. Y no esperar a que haya... A lo mejor se ha quedado uno en el cuatro y otro ha llegado al siete. Y si a lo mejor lo hubiese hecho paso a paso, en el momento que tuviese el problema en el cuatro lo hubiese resuelto y el niño hubiera podido haber seguido haciendo los demás.”

EPM 3: “De hecho, eso pasó. (...)”

Esto supondría por parte del EPM evaluar la adecuación de una tarea para un grupo concreto y saber adaptarla desde el punto de vista del conocimiento de matemáticas y la enseñanza (KCT-4 y KCT-5) y prever las dificultades que pudiera tener el alumno con una tarea (KCS-4).

Enfrentar a los alumnos de Primaria con la resolución de un reparto de una misma cantidad en distintos grupos, supone según los EPM, que los alumnos puedan atribuirle significado al resto de la división. Este descubrimiento les permite acceder a los modos de pensamiento de los alumnos (KCS-2). Para los EPM, el objetivo de la maestra era trabajar divisiones con restos exactos y enteros, lo que supone plantearse con qué significados de un concepto empezar una clase (KCT-2).

Algunos alumnos consideraron que eran demasiados casos, mientras que para otros esta variedad permite ver distintos resultados tanto del cociente como del resto, y además, permite distintos niveles de dificultad:

- “P: ¿Qué os ha sorprendido?
- EPM 1: Que la profesora ha puesto muchos ejemplos para que los niños repartan los lápices.
- P: Que ha puesto muchos casos distintos. Eso te ha sorprendido. ¿Por qué?
- EPM 1: Pues porque creo que con uno o dos ejemplos vale.
- P: ¿Te ha sorprendido, digamos, porque te parece excesivo?
- EPM 1: (asiente).
- EPM 2: Yo creo que, a lo mejor, lo ha hecho para que les dé distintos resultados. Porque si a lo mejor pone dos ejemplos nada más no lo ven tan claro. Para que les dé distintos resultados en los que también hemos visto que ha dado división de tipo entera porque hay veces que sobran lápices...
- P: O sea, entonces, ¿tú crees que el objetivo era que salgan las exactas y las enteras?
- EPM 2: Que haya distintos casos para que ellos puedan comparar (...)
- P: ¿Los demás qué pensáis?
- EPM 3: Que puede estar bien. Porque al haber tantos problemas, vas viendo la progresión y la dificultad y si los alumnos la llevan bien en mi opinión estoy a favor...”

Se trata de saber adentrarse en los ejemplos que se han de incluir en una tarea desde el punto de vista del contenido y del aprendizaje de los alumnos (KCT-6)⁹. Frente a planteamientos tradicionales centrados en el papel directivo del profesor, algunos EPM valoran necesaria esa abundancia de casos para que se dé una experimentación real por parte del alumno (CEAM-4).

⁹ En el indicador se pone el énfasis en los ejemplos dentro de las tareas (de ahí que se considere este indicador dentro del *conocimiento matemático y la enseñanza*, aunque se considere el aprendizaje de los alumnos y el contenido en el diseño de la tarea).

Los EPM interpretan las dificultades que observan en los alumnos de Primaria (interpretación del conocimiento de los alumnos a partir de sus producciones y manifestaciones, KCS-3). De todos los casos, el reparto entre siete parece tener una dificultad importante con respecto al reparto entre cinco. Los EPM lo atribuyen a que el cociente pasa a ser 1 y parece que es poco, mientras que el resto es 5, lo que parece demasiado. Esta interpretación de las dificultades de los alumnos puede contribuir a que en un futuro puedan prever las dificultades de una tarea, y evaluar la adecuación de la misma a un grupo de alumnos (KCS-4).

Los EPM identifican un aprendizaje inductivo, donde los alumnos tienen que descubrir unas reglas a través de la experimentación frente a un aprendizaje deductivo (CEAM-6). Sin embargo, manifiestan un énfasis conceptual cuando afirman que echan en falta contenidos como la propiedad conmutativa de la multiplicación y la relación de las operaciones de suma, resta y multiplicación con la división, lo que contrasta con un hecho que les sorprende cuando observan que los alumnos aprenden a dividir sin necesidad de conocer el funcionamiento del algoritmo. Consideran que esta tarea es adecuada al nivel de los alumnos (KCT-4), pues permite a todos abordarla, lo que es valorado positivamente por suponer una adaptación a la diversidad del aula (CEAM-3). Por último, consideran que el material es adecuado porque es familiar, cotidiano y de fácil acceso, lo que favorece la experimentación (CEAM-7).

TABLA I

Síntesis de indicadores KCT, KCS, CEAM observados en el aula de formación inicial. Los indicadores en cursiva están inspirados en Sosa (2011), mientras que aquellos entre comillas corresponden a los constructos hipotéticos que hemos asociado a las ideas expresadas por los EPM.

Dimensión	Indicador
KCT	<p>KCT-1: <i>Saber con qué ejemplos / ejercicios empezar</i></p> <p>KCT-2: Saber con qué significados de un contenido empezar</p> <p>KCT-3: Saber qué aspectos del contenido incluir en una tarea para que el alumno le dé significado</p> <p>KCT-4: Evaluar la adecuación de una tarea al nivel de los alumnos</p> <p>KCT-5: Adaptar una tarea al nivel de los alumnos</p> <p>KCT-6: Saber elegir qué ejemplos incluir en una tarea, desde el punto de vista del contenido y del aprendizaje de los alumnos</p>

KCS	<p>KCS-1: Conocer el modo de pensamiento más natural de los alumnos</p> <p>KCS-2: Conocer distintos modos de pensamiento de los alumnos ante una tarea y lo que suponen desde el punto de vista de su conocimiento</p> <p>KCS-3: Saber interpretar el conocimiento de los alumnos a partir de sus producciones y/o manifestaciones</p> <p>KCS-4: <i>Prever las dificultades que pudiera tener el alumno con una tarea</i></p>
CEAM	<p>CEAM-1: “Una actividad abierta hace que el alumno le asocie su propio significado”</p> <p>CEAM-2: “Una metodología abierta hace que el alumno pueda resolver las tarea de distintas formas”</p> <p>CEAM-3: “Interesan tareas adaptadas a la diversidad del aula”</p> <p>CEAM-4: “La experimentación del alumno requiere que se enfrente a mayor número de situaciones”</p> <p>CEAM-5: “Interesa más una matemática que promueva la comprensión, que una basada en reglas”</p> <p>CEAM-6: “Se aprende por procesos inductivos” (concepción del aprendizaje)</p> <p>CEAM-7: “El material manipulativo favorece la experimentación del alumno”</p>

El vídeo ha servido para enfrentarles con sus propias creencias. En la discusión en pequeño grupo (fase 6ª, figura 1), un alumno afirmó haber modificado su manera de ver la cuestión: antes no consideraba que se pudiese aprender la división sin empezarse por el algoritmo, pero ahora pensaba que el procedimiento de la profesora era adecuado porque los niños ya estaban aprendiendo a dividir:

“EPM15: Yo pienso que yo le doy la razón a él en lo que dijo antes [se refiere a que un compañero afirmaba que estaban dividiendo]. Ahí los niños, basándose en un problema que les ha planteado, están ya dividiendo, eso ya es dividir. A la profesora ya sólo le queda decirles esto es así y así. [...] Estoy rectificando mi postura...

P: O sea, que esto es una situación de división sin saber hacer la división estrictamente, ¿no? Eso es lo que tú me estás planteando.”

En sus documentos personales de conclusiones, los EPM plasman qué les ha supuesto el visionado y la puesta en cuestión de sus creencias. Toman conciencia de las carencias de su diseño inicial, donde solo hay conceptos teóricos, valorando el papel de las actividades manipulativas y el uso de ejemplos, sobre todo en la introducción de un contenido. Consideran la clase del vídeo como un modelo a seguir en su práctica futura: “He aprendido una nueva forma de empezar la división”, “Diferente a la que yo he recibido”. Por otro lado, anticipan planteamientos similares para otros conceptos y afirman sentirse más cerca de la enseñanza. Vuelven a destacar los beneficios de un aprendizaje inductivo.

Afirman, finalmente, que el análisis de vídeo potencia su comprensión del pensamiento de los niños y la actividad de la profesora dentro del aula, admitiendo que tienen otra visión de la escuela y de cómo se debería enseñar en ella. Algunos se cuestionan, por primera vez, que la enseñanza tradicional puede no ser la más acertada, mientras que una enseñanza más enfocada en los alumnos, aunque ralentice el ritmo de clase, tiene mejores resultados.

Con respecto al diseño de las sesiones, una EPM comenta que no pensaba que se pudiesen resolver problemas sin haber visto antes los contenidos teóricos. Ahora piensa que eso permite dotar de significado a los problemas que se planteen más adelante. Constatan que “la profesora puede tener un papel de mediadora en el trabajo grupal de los alumnos”.

En todos estos aspectos hay evidencias de que el análisis de la práctica real, a través de un vídeo, permite enfrenar a los EPM con sus propias creencias, vinculadas en muchos casos a sus experiencias discentes. Les sitúa ante perspectivas diferentes de la enseñanza: el papel de los procesos inductivos, la mayor relevancia del significado frente al aprendizaje de reglas, la importancia de la resolución de problemas con material manipulativo frente a la enseñanza de conceptos y algoritmos, o la importancia de la interacción y la atención a la diversidad. Y, por otro lado, permite un acercamiento al conocimiento de las matemáticas y los estudiantes (comprensión del pensamiento de los estudiantes y del análisis de sus producciones ante una tarea de reparto, análisis y anticipación de las dificultades inherentes a la misma) y al conocimiento de las matemáticas y la enseñanza (organización de los significados matemáticos implícitos en la tarea, elección adecuada de recursos y ejemplos para su desarrollo, diseño de tareas y evaluación de su adecuación en función de aspectos del contenido y su aprendizaje).

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los aspectos señalados en los indicadores de la tabla I suponen, por un lado, concretar en el aula de formación qué y cómo enseñar contenidos matemáticos (en este caso la división) y cómo se aprenden. En ese sentido, reflejan decisiones que los profesores han de tomar, y que requieren de un saber hacer en la planificación de la enseñanza de un contenido. Específicamente, un aspecto especialmente importante para el aprendizaje de los estudiantes es la introducción de contenidos nuevos, dado que orienta la construcción de los significados que se asocian al contenido. El profesor debe decidir con criterios profesionales qué aspectos del contenido considera en esta introducción y qué ejemplos y tareas (KCT-1 y KCT-2). Asimismo, debe diseñar las tareas pertinentes, concretando en dicho diseño los aspectos del contenido y ejemplos que incluye (KCT-3 y KCT-6), y valorando su adecuación a sus alumnos (KCT-4), adaptándolas en caso necesario (KCT-5). Los indicadores relativos al *conocimiento de matemáticas y los estudiantes* se refieren, por su parte, a saberes imprescindibles para poder desarrollar una enseñanza orientada hacia el alumno. Para ello, el profesor debe saber escuchar e interpretar las ideas de los alumnos, extrayendo de sus manifestaciones, generalmente incompletas, hipótesis sobre la comprensión del contenido por parte de estos (KCS-3). Debe saber, asimismo, contrastar dichas hipótesis con propuestas de intervención y la interpretación de nuevas manifestaciones de los alumnos. Éstas hipótesis serán mejor fundamentadas cuanto más conocimiento posea el profesor sobre cómo piensan los alumnos (KCS-1, KCS-2 y KCS-4). Los indicadores CEAM, por otro lado, suponen acercarse a un modelo de enseñanza centrado en el alumno, más que en el profesor.

Los resultados anteriores nos permiten extraer conclusiones que respaldan y concretan los beneficios del análisis de vídeos de situaciones reales de enseñanza y aprendizaje en la formación inicial del maestro.

Comenzaremos destacando que permite que los EPM discutan en detalle una tarea de enseñanza, tanto desde el punto de vista del contenido y su estructura como desde la perspectiva del aprendizaje de los alumnos de Primaria. El nivel de detalle del análisis de una propuesta de enseñanza supera el detalle con el que analizan dichas propuestas en otros contextos. Así, se plantean cuáles son los objetivos específicos de una tarea, o qué ejemplos concretos deben incluirse, problematizando el propio contenido y su enseñanza y aprendizaje, con cuestiones como qué supone saber un contenido. Podemos hablar de un metacuestionamiento (Flavell, 1979) de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos, con preguntas

relativas a qué enseñar, para qué y cómo. Esto supone un salto cualitativo en el papel que los EPM suelen adoptar ante la enseñanza de los contenidos, donde tienden a tomar posturas poco reflexivas y, menos aún, críticas, como reflejo de un papel que con dificultad sale del estudiante (para situarse realmente en una postura de profesor). Los EPM prevén las dificultades que encontrarán los alumnos con la tarea, evaluando su adecuación a lo que ellos suponen es el pensamiento de los alumnos a los que va dirigido. El vídeo les permite, además, contrastar sus hipótesis sobre el aprendizaje de los alumnos con cómo estos responden a la actividad.

La segunda función del uso del vídeo de sesiones reales de aula es contribuir a salvar una carencia intrínseca a la formación inicial del maestro, esto es, la ausencia de una práctica real con alumnos reales con los cuales aprender. En ese sentido, esta actividad permite que los EPM observen cómo alumnos de Primaria interpretan una tarea, cómo la abordan, cómo la resuelven y cómo comunican su resolución; qué dificultades encuentran y qué significado otorgan a un concepto. Esto les acerca al conocimiento sobre cómo piensan alumnos de Primaria sobre los contenidos y a la interpretación del pensamiento de los alumnos a partir de sus manifestaciones. El uso del vídeo, frente a otro tipo de recursos, tiene la ventaja de mostrar al alumno en su contexto natural de aula, con las características naturales de sus manifestaciones en dichas situaciones.

En tercer lugar, el análisis de situaciones de aula con modelos de enseñanza no tradicionales dota al EPM de imágenes que, en general, no posee. Estas imágenes chocan con sus concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática en Primaria. Para el EPM resulta impactante ver en una clase real otro modelo de enseñanza y que otros compañeros valoren positivamente aspectos que no encajan con su análisis de la situación. Esto lleva a discutir aspectos concretos sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en Primaria, pudiendo relacionarlo con el aprendizaje que se observa en los alumnos. En particular, se aprecia la diferencia entre un modelo centrado en el profesor y un modelo centrado en el estudiante, en el que se pone de manifiesto la riqueza de aportaciones de estos si se les da cabida y los beneficios para su aprendizaje de actividades que permitan el trabajo a distintos niveles y con estrategias personales. Estos resultados son consistentes con el trabajo de Koc et al. (2009), quienes destacaban el impacto de ver las recomendaciones del currículo puestas en acción por un profesor experto, y de Lin (2005), para quien el análisis de video-casos ayuda a los futuros profesores a cambiar su enfoque hacia el aprendizaje de los alumnos.

Finalmente, y en relación con lo anterior, se aprecia qué significa una matemática escolar con comprensión, frente a una matemática centrada en

reglas. Importan más los procesos de pensamiento, los significados asociados a los contextos y las situaciones que resuelven que los procedimientos estándar; no sólo supone distintos planteamientos metodológicos en el aula, sino distintos contenidos. Esta apreciación es especialmente importante dada la tendencia de los EPM a ver la matemática escolar como una disciplina con una única cara: la de la exactitud, los procedimientos estándar, las respuestas únicas y la certidumbre (Schuck, 1996).

Los tres últimos aspectos están relacionados entre sí. Observar una clase de matemáticas con una metodología centrada en el estudiante y en una matemática con comprensión permite observar también sus comunicaciones sobre sus ideas, lo que contribuye a apreciar los beneficios de este tipo de metodología. A este respecto, una de las cuestiones abiertas es qué aspectos del conocimiento matemático para la enseñanza y las concepciones se llevarán a cabo con la observación de clases ajustadas a modelos más tradicionales de enseñanza. Otras cuestiones abiertas son cuál es el aprendizaje individual de los EPM y cuál y cómo sería el progreso de estos en su habilidad para interpretar situaciones de enseñanza en una metodología donde el análisis de vídeos de clases fuera una actividad continuada en su formación inicial. En particular, sería interesante observar cómo se sitúan actuando como maestros en sus prácticas formativas y si establecen relaciones con los vídeos observados (Masingila & Doerr, 2002).

Desde el punto de vista de las categorías de análisis, queremos destacar cómo el marco del MKT posibilita detallar el aprendizaje potencial de los EPM, permitiéndonos comprender mejor cómo pueden construir aspectos de su conocimiento profesional relativos a distintos contenidos y tareas de enseñanza. En este sentido, observamos cómo los resultados de nuestra investigación se refieren a aspectos del conocimiento de matemáticas y los estudiantes en relación con conocimiento sobre su modo de pensamiento y dificultades, y cómo interpretarlo, mientras que los aspectos referidos a su conocimiento de matemáticas y la enseñanza se refieren sobre todo a la planificación de la enseñanza. No han surgido, en el conocimiento matemático para la enseñanza, otros aspectos, que no hayan sido foco del interés de los EPM, como la gestión de la participación o los modos de comunicación. Esto plantea, a nuestro entender, cuestiones sobre las cuáles incidir en su formación. Consideramos que el análisis de vídeos de situaciones reales de enseñanza puede contribuir al desarrollo de competencias en relación con la gestión del aula, pues posibilitará un conocimiento declarativo, más que un conocimiento en acción en la línea de la diferencia entre *knowlege* y *knowing* que señalan Kazemi y Hubbard (2008), o entre “conocer y comprender” y “saber cómo actuar” del proyecto Sócrates-Erasmus Tuning Educational Structures in Europe (González & Wagenaar, 2003).

En definitiva, el uso del vídeo de sesiones de aula permite a los EPM situarse en la posición de aprender de la práctica, al tiempo que conceptualizan el propio recurso como herramienta de formación y desarrollo profesional, particularmente en entornos de trabajo compartido. Hemos de ser conscientes de que el uso del vídeo no puede suplir la práctica real, pero la combinación de las prácticas formativas y el análisis de clases usando el vídeo es un recurso idóneo para favorecer la competencia profesional.

RECONOCIMIENTOS

Este artículo se ha elaborado en el marco de los proyectos *Mobilización de concepciones y adquisición de conocimiento matemático para la enseñanza en la formación inicial de maestros a través del análisis de vídeos* (Proyecto de Investigación Educativa de la Universidad de Huelva, PIE1007, convocatoria 2011/11) y *Conocimiento matemático para la enseñanza respecto a la resolución de problemas y el razonamiento* (Plan nacional de I+D+i, Ref. EDU2009-09789).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsawaie, O. N. & Alghazo, I. M. (2010). The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13(3), 223-241. DOI: 10.1007/s10857-009-9138-8
- Ball, D. L. (1991). Research on Teaching Mathematics: Making Subject Matter Knowledge Part of the Equation. In J. Brophy (Ed.), *Advances in Research on Teaching* (Vol. 2, pp. 1-48). Greenwich, CT: JAI Press.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education* 51(3), 241-247. DOI: 10.1177/0022487100051003013
- Ball, D. L.; Thames, M. & Phelps, J. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education* 59(5), 389-407. DOI: 10.1177/0022487108324554
- Bardin, L. (1986). *L'analyse de contenu*. Paris, Francia: PUF.
- Bravo, L. (1996). ¿Qué es el vídeo educativo? *Comunicar* 6, 100-105.
- Brophy, J. (2004). Using video in teacher education. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching* (Vol. 10, pp. 259-286). Oxford, UK: Elsevier.
- Carrillo, J. & Contreras, L. C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación Matemática* 7(3), 79-92.
- Carrillo, J. & Climent, N. (2008). From professional tasks in collaborative environments to educational tasks in mathematics teacher education. In B. Clarke, B. Grevholm & R. Millman (Eds.), *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education: Purpose, Use and Exemplars* (Vol. 4, pp. 215-234). New York, EE.UU.: Springer. DOI: 10.1007/978-0-387-09669-8_15

- Clarke, D. & Hollingsworth, H. (2000). Seeing is understanding. *Journal of Staff Development* 21(4), 40-43.
- Climent, N. & Carrillo, J. (2007). El uso del vídeo para el análisis de la práctica en entornos colaborativos. *Investigación en la Escuela* 61, 23-35.
- Design-Based Researcher Collective (2003). Design- Based Research: An Emerging paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher* 32(1), 5-8.
- Flavell, J.H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist* 34(10), 906-911. DOI: 10.1037/0003-066X.34.10.906
- Goffree, F. & Oonk, W. (2001). Digitizing real teaching practice for teacher education programmes: the MILE approach. In F. Lin & T. Cooney (Eds.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education* (pp. 111-146). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers. DOI: 1874/127929
- González, J. & Wagenaar, R. (Eds.). (2003). *Tuning educational structures in Europe*. Informe final. Fase uno. Bilbao, España: Universidad de Deusto y Universidad de Groningen.
- Guba, E. & Lincoln, Y. (1994). *Competing paradigms in qualitative research*. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 105-117). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Kazemi, E. & Hubbard, A. (2008). New Directions for the Design and Study of Professional Development: Attending to the Coevolution of Teachers' Participation across Contexts. *Journal of Teacher Education* 59(5), 428-441. DOI: 10.1177/0022487108324330
- Koc, Y., Peker, D. & Osmanoglu, A. (2009). Supporting teacher professional development through online video case study discussions: An assemblage of preservice and inservice teachers and the case teacher. *Teaching and Teacher Education* 25(8), 1158-1168. DOI: 10.1016/j.tate.2009.02.020
- Lampert, M., & Ball, D.L. (1998). *Teaching, Multimedia and Mathematics: Investigations of Real Practice*. New York, EE.UU.: Teachers College Press, Columbia University.
- Leikin, R. & Zazkis, R. (2010). *Learning Through Teaching Mathematics. Development of teachers' knowledge and expertise in practice*. Dordrecht, Netherlands: Springer.
- Lin, P. J. (2005). Using research-based video-cases to help pre-service primary teachers conceptualize a contemporary view of mathematics teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education* 3, 351-377.
- Llinares, S. & Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13(2), 177-196. DOI: 10.1007/s10857-009-9133-0
- Masingila, J. O. & Doerr, H. M. (2002). Understanding pre-service teachers' emerging practices through their analysis of a multimedia case study of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 5(3), 235-263.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London, England: Routledge Falmer.
- Mochón, S. & Morales, M. (2010). En qué consiste el "conocimiento matemático para la enseñanza" de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática* 22(1), 87-113.
- Pajares, M.F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research* 62(3), 307-332. DOI: 10.3102/00346543062003307
- Perrenoud, P.H. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Barcelona, España: Graó.

- Ponte, J.P. (1994). Mathematics teachers' professional knowledge. In J. P. da Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 1, pp. 195-210). Lisboa, Portugal: University of Lisbon.
- Rodríguez, P. (2000). Los medios como recurso reflexivo en las Prácticas para ser Maestro. *Comunicar* 14, 200-207.
- Santagata, R., Zannoni, C. & Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: an empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10(2), 123-140. DOI: 10.1007/s10857-007-9029-9
- Schuck, S. (1996). Chains in primary teacher mathematics education courses: An analysis of powerful constraints. *Mathematics Education Research Journal* 8(2), 119-136.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15(2), 4-14. DOI: 10.3102/0013189X015002004
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review* 57(1), 1-22.
- Sorto, M. A., Marshall, J. H., Luschei, T. F. & Carnoy, M. (2009). Teacher knowledge and teaching in Panama and Costa Rica: A comparative study in primary and secondary education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(2), 251-290.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en Bachillerato. Un estudio de dos casos*. Huelva, España: Universidad de Huelva. (Disponible en <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/4509>)
- Star, J. R. & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 11(2), 107-125. DOI: 10.1007/s10857-007-9063-7
- Steffe, L. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. In A. Nelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Viseu, F. & Ponte, J.P. (2009). Desenvolvimento do conhecimento didático do futuro professor de matemática com apoio das TIC. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(3), 383-413.
- Zeichner, K.M. (1993). El maestro como profesional reflexivo. *Cuadernos de pedagogía* 220, 44-49.

Autores

Nuria Climent. Universidad de Huelva, España. climent@uhu.es

José M. Romero-Cortés. Universidad de Huelva, España. manurc9@gmail.com

José Carrillo. Universidad de Huelva, España. carrillo@uhu.es

Ma. Cinta Muñoz-Catalán. Universidad de Huelva, España. maria.cinta@ddcc.uhu.es

Luis C. Contreras. Universidad de Huelva, España. lcarlos@uhu.es