Marcel Pochulu, Vicenç Font

ANÁLISIS DEL FUNCIONAMIENTO DE UNA CLASE DE MATEMÁTICAS NO SIGNIFICATIVA

Analysis of the functioning of a non-significant mathematics class

RESUMEN

El presente trabajo tiene por objetivo mostrar cómo un análisis didáctico, hecho mediante el modelo propuesto por el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, permite precisar con detalle la estructura y funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa de tipo conductista, así como sus implicaciones en la comprensión del alumno. Dicho modelo está pensado para describir (*¿qué ha ocurrido aquí?*), explicar (*¿por qué ha ocurrido?*) y valorar (*¿qué se podría mejorar?*) los procesos de instrucción matemática en el aula. El principal resultado que se espera de la aplicación del modelo es llegar a una valoración fundamentada de la idoneidad didáctica de dichos procesos.

PALABRAS CLAVE:
- *Clase no significativa*
- *Idoneidad didáctica*
- *Análisis didáctico*
- *Enfoque ontosemiótico*
- *Resolución de ecuaciones*

ABSTRACT

The purpose of this paper is to show how a didactic analysis carried out using the model proposed by the onto-semiotic focus of knowledge and mathematical instruction allows us to provide a detailed description of the structure and functioning of a non-significant behavioral type mathematics class, as well as its implications on the understanding of the student. Said model is designed to describe (*what has occurred here?*), to explain (*why has it occurred?*) and to assess (*what could be improved?*) mathematics instruction processes in the classroom. The main result expected from the application of the model is the obtaining of an assessment based on the didactic suitability of said processes.

KEY WORDS:
- *Non-significant class*
- *Didactic suitability*
- *Didactic analysis*
- *Onto-semiotic focus*
- *Solving of equations*

RESUMO

O presente trabalho tem o objetivo de mostrar como uma análise didática, feita através do modelo proposto pelo enfoque ontosemiótico do conhecimento e a instrução matemática, permite precisar de maneira detalhada a estrutura e o funcionamento de uma aula de matemática não significativa,

PALAVRAS CHAVE:
- *Aula não significativa*
- *Idoneidade didática*
- *Análise didático*

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2011) *14* (3): 361-394.
Recepción: Enero 25, 2010 / Aceptación: Febrero 28, 2011.

do tipo condutista, assim como suas implicações na compreensão do aluno. Esse modelo foi pensado para descrever (*O que ocorreu aqui?*), explicar (*por que ocorreu?*) e estimar (*o que poderia melhorar?*) os processos de instrução matemática em sala de aula. O principal resultado que se espera da aplicação do modelo é chegar a uma estimativa fundamentada pela idoneidade didática de tais processos.

- *Enfoque ontosemiótico*
- *Resolução de equações*

RÉSUMÉ

L'objectif de ce travail est de montrer comment une analyse didactique, réalisée en utilisant le modèle proposé par l'approche onto-sémiotique de la connaissance et de l'instruction mathématique, permet de décrire en détail la structure et le fonctionnement d'une classe de mathématiques non significative de type behavioriste et dans quelles mesures cette structure et ce fonctionnement ont un impact sur la compréhension des élèves. Un tel modèle est pensé pour décrire (*que s'est-il passé ici ?),* expliquer (*pourquoi cela s'est-il passé ?)* et évaluer (*qu'est-ce qui pourrait être amélioré?*) les processus utilisés pour enseigner les mathématiques en cours. En appliquant un tel modèle, on espère ainsi parvenir à une évaluation fondamentale de l'adéquation didactique de ces processus.

MOTS CLÉS:
- *Classe non significative*
- *Adéquation didactique*
- *Analyse didactique*
- *Approche onto-sémiotique*
- *Résolution d'équations*

1. Introducción

En la etapa de educación no universitaria de algunos países, la aplicación de las matemáticas modernas en el aula fue un fracaso (por ejemplo, el caso de España en los años 70 y 80 del siglo XX). En España, según Núñez y Font (1994), como alternativa a este fracaso los profesores optaron básicamente por dos opciones: una enseñanza contextualizada y significativa que presentaba a los alumnos contextos concretos, los cuales permitían dar sentido a los conceptos matemáticos, o bien una enseñanza no significativa, apoyada en una cierta concepción conductista del aprendizaje. Mientras que los partidarios de la primera opción —donde se ubicaban los grupos de renovación pedagógica y su área de influencia (AAVV, 2010)— proponían una alternativa significativa, basada en enseñar las matemáticas a partir de la resolución de problemas y hacer ver a los alumnos que las matemáticas se podían aplicar a situaciones de la vida real, los de la segunda —en la que estaba la mayoría del profesorado— hacían una presentación descontextualizada y no significativa de los conceptos y reglas matemáticas, las cuales se aprendían con la práctica.

Si bien la mayoría de las personas que reflexionan actualmente sobre la Didáctica de las Matemáticas son partidarias de la primera opción[1], el hecho es que, aún hoy, muchas de las clases de matemáticas que se imparten en nuestras aulas no son significativas y siguen un modelo más o menos conductista, que aquí llamaremos *mecanicista*[2]. Esto se debe, entre otras razones, porque este modelo resulta más fácil para muchos profesores con poca formación matemática, o para aquellos que, aunque tienen una visión un poco más amplia, *siguen la tradición* por diversos tipos de presiones: estudiantes que esperan que se les enseñe de manera tradicional o que rechazan formas alternativas de enseñanza; autoridades que inducen a cumplir con los programas; la escuela y el entorno social que presiona para que los alumnos tengan éxito en los exámenes de admisión de las universidades, etc.

---

1 Esta afirmación se sustenta en un análisis de las investigaciones publicadas en las principales revistas de educación matemática, las comunicaciones presentadas en congresos y los libros publicados en el área (por ejemplo, los *Handbooks*). Para poner un ejemplo, en el *Second International Handbook of Mathematics Education* (Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick, & Leung, 2003), la sección 4, que tiene por título *La práctica profesional en educación matemática*, reflexiona sobre la siguiente cuestión: *¿Qué deberían hacer los profesores para hacer las matemáticas más significativas para un rango cada vez más amplio de estudiantes?*

2 El estudio de los patrones instruccionales en el aula se ha desarrollado recientemente por la confluencia de investigaciones comparadas (Alexander, 2000; Clarke, Keitel & Shimizu, 2006; Stigler, Gallimore & Hiebert, 2000). La hipótesis de que en cada país dominan patrones instruccionales específicos ha ido tomando fuerza a partir de los estudios de video asociados a los estudios TIMSS 1995 y TIMSS-R 1999 (Stigler et al., 2000). Dichos trabajos produjeron evidencia comparada respecto a la existencia de patrones instruccionales dominantes en diferentes países para matemáticas y ciencias. Desde el punto de vista de los intereses de esta investigación, los estudios mencionados proveen evidencia que permite afirmar que, aunque no sea dominante, el patrón instruccional que llamamos mecanicista tiene una fuerte presencia en muchos países. Esta afirmación la formulamos con independencia de los estudios comparados, ya que la sustentamos en la investigación que ha estudiado el fracaso de algunas reformas cuyos principios psicopedagógicos proponían una enseñanza significativa, como es el caso de la LOGSE en España, y la que ha mostrado la dificultad que tiene la investigación en educación matemática para influir en las aulas. Por ejemplo, la sección 3 del Second International Handbook of Mathematics Education medita sobre las siguientes cuestiones: ¿Qué influencia tiene la investigación educativa sobre la educación matemática? ¿Cómo puede nuestra investigación superar los diversos obstáculos para su difusión? También nos apoyamos en nuestra propia experiencia como formadores de profesores y en las opiniones de otros investigadores, como Alsina y Domingo (2010), quienes afirman:

> Este trabajo parte de la base de que en España existe un desequilibrio entre las orientaciones internacionales y nacionales respecto al currículum de matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y lo que ocurre en las aulas. A pesar de estos referentes, el profesorado de matemáticas continúa tendiendo a impartir clases expositivas, con ejemplos y ejercicios (p. 8).

Cualquier persona, con unos conocimientos didácticos mínimos, puede reconocer una clase mecanicista y describir de manera general sus características. Además, es fácil encontrar muchas publicaciones en las que se documentan algunas de las particularidades de esta tipología de clases, y también existe abundante información sobre determinadas implicaciones que tiene este tipo de prácticas en la comprensión de los alumnos.

En este sentido, una de las líneas de investigación de relevancia en la educación matemática es la que ha estudiado el sistema de creencias del profesorado, donde aparece la tipología del profesor adepto a impartir clases de tipo mecanicista. Según Ernest (1989, 1991) se pueden diferenciar cinco tipologías referidas al sistema de creencias del profesorado: el *entrenador*, el *tecnólogo*, el *humanista*, el *progresista* y el *crítico*. Cada uno de ellos tiene un sistema de creencias que permite distinguirlo de los demás.

Para Ernest (1989), el *profesor entrenador* considera que las matemáticas son un conjunto de verdades y reglas que dependen de la imposición de una autoridad paternalista y, por tanto, la educación matemática tiene por objetivo proporcionar al estudiante las destrezas básicas. Su modelo de enseñanza es autoritario, presta mucha atención a la disciplina y presenta el conocimiento como un bloque de hechos incuestionables que deben aprenderse y aplicarse. Su modelo de aprendizaje está basado en la memorización, repetición y mecanización; dicho en otras palabras, *la letra con sangre entra*. Debido a que maneja y controla la autoridad en la clase no hay espacio para las iniciativas del estudiante, y su principal recurso es el lápiz y el papel, pues no es partidario del uso de calculadoras.

Por su parte, Khus y Ball (citado en Handal, 2003) caracterizaron tres concepciones dominantes entre el profesorado sobre el proceso ideal de instrucción. La primera focaliza la atención sobre el aprendiz, la segunda sobre el contenido pero hace énfasis sobre su comprensión, y la tercera también sobre el contenido, pero hace énfasis sobre las reglas y los procedimientos. Otros trabajos en los que se describen características de este tipo de *profesor entrenador* y las clases que imparte se encuentran en Carvalho (1989), Guimarães (1988), Montero (1999), Pochulu (2004) y Silva (1993), entre otros.

Ahora bien, no hemos hallado, al menos en lo que hemos podido consultar, una descripción detallada de la estructura y funcionamiento de este tipo de clases mecanicistas, en términos de *¿qué está ocurriendo aquí y por qué?* Dicho de otro modo, no disponemos de una *radiografía* pormenorizada de estas clases que se pueda utilizar en la formación de profesores para justificar su baja idoneidad, y que también permita realizar un análisis didáctico profundo y fundado para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Una de las razones de esta falta de radiografía es que, hasta hace poco tiempo, no se habían desarrollado herramientas potentes de análisis didáctico en el área de la educación matemática que permitieran describir, explicar, valorar y guiar la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Actualmente, como consecuencia del desarrollo en las diferentes áreas de investigación que se dedican a estudiar los procesos de enseñanza-aprendizaje, hay distintos modelos de análisis didáctico. Entre ellos, están el *enfoque epistemológico en educación matemática* (Teoría de las Situaciones Didácticas y la Teoría Antropológica de lo Didáctico), las diferentes aproximaciones socioculturales o los que pretenden ser modelos integradores, como el propuesto por el *enfoque ontosemiótico*, e incluso criterios a tener en cuenta en el diseño de los mismos. Por ejemplo, en Coll y Sánchez (2008) se discuten aspectos básicos a tener en cuenta en el desarrollo de modelos para el análisis de la interacción y práctica educativa en el aula.

Para este trabajo hemos considerado un modelo concreto, el cual ha sido desarrollado en el llamado Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), y lo hemos aplicado para analizar una clase de tipo mecanicista. Para ello, seleccionamos uno de los registros de prácticas tocante a la enseñanza de ecuaciones, el cual consideramos que corresponde a una clase prototípica de este contenido, al menos en Argentina, pues conserva las características descritas para un *profesor entrenador*.

Además, el registro de clase ha sido de nuestro interés porque pensamos que posibilita llevar a cabo análisis muy diferentes si consideramos que, quien lo realiza, tiene mayores o menores competencias en cuanto a *conocimiento pedagógico* (Moore, 1974), *conocimiento pedagógico del contenido* (Shulman, 1986) o *conocimiento matemático para la enseñanza* (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001), entre otras.

Por ejemplo, si el que analiza el registro no conoce las matemáticas enseñadas y le presta atención a la dinámica de la clase llegará a hacer una buena descripción y valoración de la práctica, ya que la profesora y los alumnos interactúan activamente en la construcción del conocimiento, se recuperan conocimientos previos, se institucionalizan conceptos, se presentan actividades de refuerzo, etc.

En cambio, si el que analiza el registro conoce el contenido matemático involucrado y no cuenta con demasiados conocimientos didácticos, puede describir y valorar la clase apoyándose en una reflexión sobre su propia práctica profesional. En consecuencia, decidiría sobre algunas cuestiones argumentando que ciertos aspectos están bien, mientras que otros ameritan cambiarse (como una mayor o menor cantidad de ejercicios, la inclusión de problemas relacionados con otras ciencias, una mayor precisión en conceptos o definiciones, la vinculación del álgebra con la geometría).

Ahora bien, si el que analiza el registro de la clase tiene conocimiento del contenido y conocimiento didáctico más profundo (por ejemplo, conoce modelos de análisis didáctico elaborados por los diferentes marcos teóricos que se están desarrollando en el área de la matemática educativa), podría hacer un análisis minucioso que permitiría no sólo describir y valorar, sino también explicar y proponer mejoras a los procesos de enseñanza-aprendizaje involucrados.

En consecuencia, el objetivo de este trabajo es mostrar cómo un análisis minucioso, que se apoya en el modelo de análisis didáctico propuesto por el enfoque ontosemiótico (Font, Planas y Godino, 2010) permite precisar con detalle la estructura y funcionamiento de una clase de matemáticas mecanicista, así como las implicaciones que podría tener en la comprensión del alumno. Dicho modelo está pensado para describir (*¿qué ha ocurrido aquí?*), explicar (*¿por qué ha ocurrido?*) y valorar (*¿qué se podría mejorar?*) los procesos de instrucción matemática en el aula. El principal resultado que se espera tras la aplicación del modelo es llegar a una valoración fundamentada de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción.

2. Contextualización de la clase analizada

La clase considerada, que tiene una duración aproximada de hora y media, se desarrolla en el sexto grado de una escuela primaria de Argentina, con 23 alumnos de 11 a 12 años de edad. Temporalmente se ubica al fin del segundo semestre del año lectivo, cuando faltan poco menos de dos meses para culminar el curso.

La escuela está ubicada en el centro de la ciudad y es de tipo pública estatal. La maestra tiene una antigüedad en la docencia de 18 años y es reconocida por la institución educativa como generadora de buenas clases de matemáticas. Asimismo, fue la única de esa institución que permitió que se le registraran sus clases, ya que se sentía muy segura de las prácticas de enseñanza que impartía.

Para el análisis de la clase, hemos subdividido el registro en 27 episodios que denominamos *configuraciones didácticas* (Godino, Contreras y Font, 2006), en ajuste con el marco teórico y metodológico adoptado para el trabajo (EOS). Cada una de las configuraciones didácticas (CD) muestra las interacciones en torno a una tarea matemática y finaliza cuando inicia otra. Tal como se señala en Font, Bolite y Acevedo (2010), aunque el criterio básico para determinar una CD es la realización de una tarea, la agrupación de las líneas de la transcripción en configuraciones didácticas es flexible y queda a criterio del investigador.

3. Niveles de análisis didáctico propuestos por el EOS

Al emprender el análisis de la transcripción de la clase, optamos por el modelo propuesto por un enfoque de investigación integrativo en el área de la Didáctica de las Matemáticas: el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Font et al., 2010), que considera cinco niveles o tipos de análisis sobre los procesos de instrucción:

1) Identificación de prácticas matemáticas
2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos
3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas
4) Identificación del sistema de normas y metanormas
5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción

El primer nivel de análisis explora las prácticas matemáticas hechas en un proceso de instrucción matemático. Se puede entender como la narración que haría un profesor para explicar a otro profesor lo que ha sucedido desde el punto de vista matemático. El análisis didáctico debe progresar desde la situación problema y las prácticas matemáticas necesarias para su resolución (nivel 1) a los objetos y procesos matemáticos que posibilitan dichas prácticas. El segundo nivel de análisis se centra en los objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. Dado que el estudio de las matemáticas tiene lugar usualmente bajo la dirección de un profesor y en interacción con otros estudiantes, se debe progresar hacia el estudio de la interacción. El tercer nivel de análisis didáctico está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción, a las configuraciones didácticas y su articulación secuencial en trayectorias didácticas (nivel 3); las configuraciones y trayectorias están condicionadas y soportadas por una trama de normas y metanormas que no sólo regulan la dimensión epistémica de los procesos de instrucción (niveles 1 y 2), sino también otras dimensiones de estos procesos (cognitiva, afectiva, etc.). El cuarto nivel de análisis estudia dicha trama.

Los cuatro primeros niveles de análisis son herramientas para una didáctica descriptiva-explicativa, mientras que el quinto se centra en la valoración de la idoneidad didáctica (Godino, Bencomo, Font & Wilhelmi, 2006). Este último nivel se basa en los cuatro análisis previos y es una síntesis orientada a la identificación de mejoras potenciales del proceso de instrucción en nuevas implementaciones.

Hemos optado por el modelo de análisis propuesto por el EOS porque consideramos que integra aspectos del llamado enfoque epistemológico y de las teorías socioculturales. Por una parte, el análisis de las prácticas, objetos y procesos matemáticos permite describir las matemáticas del proceso de instrucción analizado, mientras que el de las interacciones y de la dimensión normativa permite describir la interacción producida en el proceso de instrucción y las normas que la regulan. Por último, los criterios de idoneidad implican la incorporación de una racionalidad axiológica en la educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc.

Las herramientas de los cuatro primeros niveles de análisis propuestos en el EOS permiten descomponer una transcripción de una sesión de clase en una trayectoria de configuraciones didácticas y, para cada configuración, estudiar diferentes aspectos. Por ejemplo, la configuración didáctica octava (CD8) va de la línea 49 de la transcripción a la 64 (ver Anexo 1). Dicha CD comienza con una pregunta de un alumno (*¿Puede ser algo equis más equis igual a siete?*) y termina cuando la profesora pasa a otra cuestión (dibuja un cuadrilátero en la pizarra y pregunta a los alumnos: *¿cuál es el perímetro?*) En esta configuración, la práctica matemática realizada ejemplifica una ecuación lineal. Los objetos de la configuración epistémica que se ponen en juego en dicha práctica son, entre otros, ecuación lineal de una y dos incógnitas, incógnita, números, suma y cálculo mental, mientras que los procesos activados son problematización, argumentación, enunciación y significación.

La intervención de la profesora se ha concretado a responder a las preguntas de los alumnos y validar su respuesta, mientras que los alumnos preguntan a la profesora y responden a sus cuestionamientos. El patrón de interacción sirve para tipificar la configuración didáctica como magistral interactiva. Los Alumnos 2, 3 y 10 manifiestan conflictos en diferentes momentos y globalmente se presenta un conflicto semiótico interaccional que no se resuelve, ya que el Alumno 10 busca dar un sentido al concepto de ecuación, pero no fue explicado en ningún momento de la clase. El conflicto no se llega a resolver, pues los argumentos y ejemplificaciones que brinda la profesora sólo contribuyen a una mayor confusión, al argumentar que $x+x=7$ no es una ecuación, mientras que sí lo son $x+x=8$ y $x+a=7$. Por último, se infiere, entre otras, la siguiente metanorma: *determinados temas en matemáticas se comprenden sólo en cursos superiores.*

En los apartados 4 al 7 de este trabajo comentaremos los aspectos analizados de la clase. En el Anexo 1 se muestra la trascripción total de las configuraciones didácticas 8-10, 12, 15-16, 18-19 y 21-22, que son las que se comentarán. En el apartado 8 realizamos la valoración de la idoneidad didáctica basándonos en el estudio exhaustivo de los aspectos descriptivos y explicativos plasmados en los apartados 4-7.

4. Identificación de prácticas matemáticas

El primer nivel de análisis pretende identificar las prácticas matemáticas realizadas en el proceso de instrucción. En este caso, se centra en la enseñanza de ecuaciones lineales con una incógnita, de solución entera positiva, a niños de sexto grado de una escuela primaria argentina. La temática no ha sido abordada previamente y es la primera clase de la unidad didáctica.

Durante esta clase, la profesora pretende enseñar la técnica de resolución de ecuaciones por transposición de términos. Los alumnos, sobre todo en las primeras configuraciones didácticas, realizan la práctica de resolver una ecuación por cálculo mental; posteriormente logran resolver ecuaciones lineales por transposición de términos, guiados por la profesora a través de interacciones dialógicas.

La profesora, además de institucionalizar algunos resultados, hace intervenciones relacionadas con la valoración de las prácticas matemáticas hechas y descarta las que proponen otros alumnos. También se formulan afirmaciones que se pueden considerar como metamatemáticas; por ejemplo: *hay muchas cosas en matemáticas que son mecánicas y con la práctica lo vas a lograr*. Finalmente, la profesora institucionaliza algunos conceptos que emergen al resolver las ecuaciones lineales por transposición de términos, y propone una serie de ejercicios para afianzar lo trabajado en clase.

5. Identificación de objetos y procesos matemáticos

La realización de una práctica moviliza un *agente* (institución o persona), que realiza la práctica, y un *medio* donde dicha práctica se realiza (aquí puede haber otros agentes, objetos, etc.). Puesto que el agente realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones problema, es necesario considerar también, entre otros aspectos, los fines, intenciones, valores, objetos y procesos matemáticos.

5.1. *Objetos matemáticos*

Si consideramos los aspectos del conocimiento para la realización y evaluación de la práctica que permiten resolver una situación problema —por ejemplo, solucionar una ecuación con una incógnita— vemos el uso de lenguajes verbales y simbólicos. Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones realizadas son satisfactorias. Así, cuando un agente lleva a cabo y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado formado por situaciones problema, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos. Para la clase de matemáticas que es nuestro objeto de estudio, dichos elementos se articulan en la siguiente configuración epistémica (Figura 1).

Al discriminar los objetos presentes en la práctica y estructurarlos en la configuración epistémica de la Figura 1 se pueden resaltar ciertos aspectos que con otro tipo de herramientas no se muestran tan claramente. Detallamos a continuación algunos de ellos, ejemplificando los más relevantes con episodios de clase.

- Los problemas que presenta la profesora para iniciar el tema pertenecen estrictamente a un contexto intramatemático.

Si bien la profesora no presenta actividades o situaciones problema que incorporen relaciones con otras áreas curriculares, cabe aclarar que cuando se manifiestan dudas en la clase recurre a una contextualización apresurada y poco meditada, lo cual genera confusión en los alumnos. Por ejemplo, acepta como respuesta válida que *un caramelo más otro caramelo es igual a dos*; sin embargo, bajo ese esquema no valida que *una equis más otra equis es igual a dos*, sino a *dos equis.*

- Cuando los alumnos manifiestan dudas, los argumentos que esgrime la docente con la intención de conseguir la comprensión terminan siendo incorrectos o, en el mejor de los casos, muy confusos. Por ejemplo, la CD8 [49-50].
- Los argumentos son típicamente conductistas o mecanicistas, puesto que son ejemplificaciones del procedimiento a seguir, sin ningún tipo de justificación matemática. Por ejemplo, la CD 19 [11-122].
- Las propiedades relevantes del tema (en este caso, las de las ecuaciones equivalentes) no se dan explícitamente y se presentan en forma de reglas a seguir, sin ninguna justificación matemática de por medio. Por ejemplo, la CD 12 [78-84].

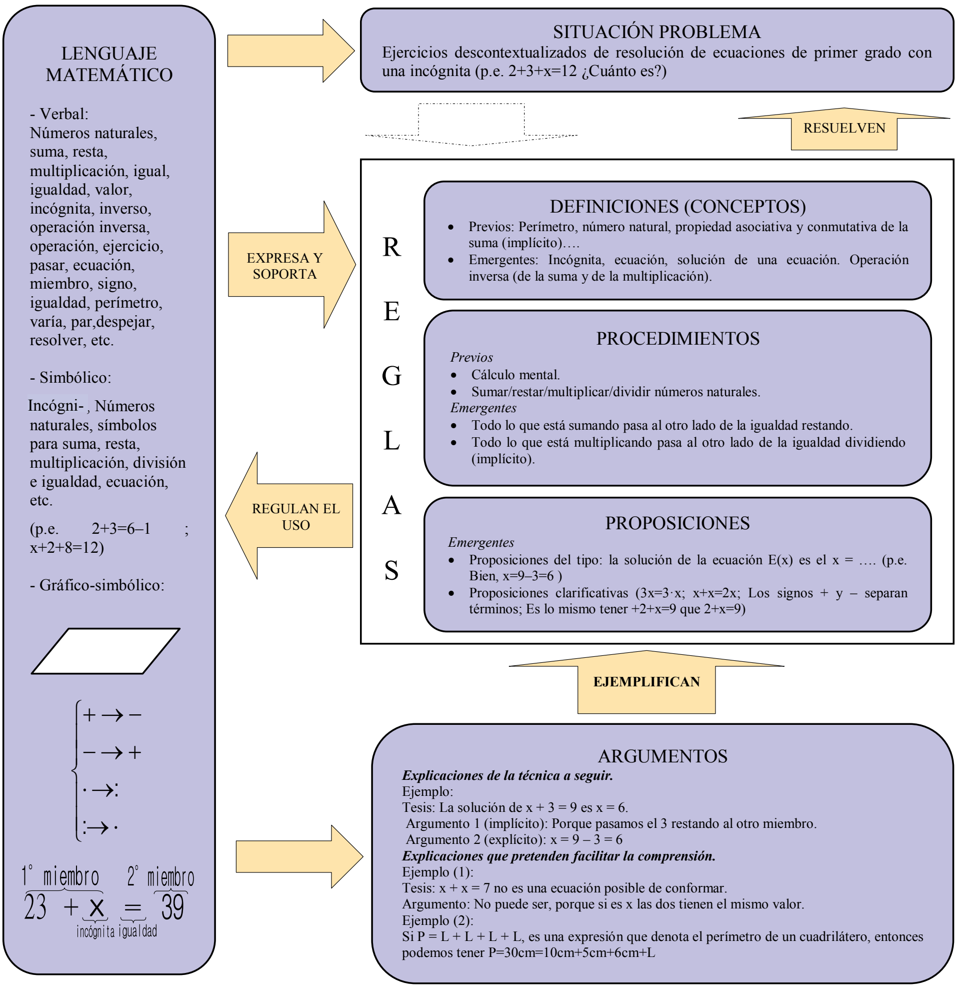


Figura 1. Configuración epistémica de la sesión de clase.

En Abrate, Font y Pochulu (2008) se expresa que este modelo de resolución de ecuaciones, apoyado en metáforas operacionales *—todo lo que está sumando pasa al otro lado de la igualdad restando—* deja abiertas las puertas para que una ecuación pueda ser considerada como un objeto o dispositivo, donde los términos y números se pueden pasar, de un miembro a otro, bajo ciertas condiciones y reglas específicas. Asimismo, el trabajo de estos investigadores pone en evidencia que la enseñanza de la resolución de ecuaciones solamente por la transposición de términos no es inocua para el aprendizaje de los estudiantes, en tanto conlleva a dificultades que no todos logran superar.

Por otra parte, el hecho de no institucionalizar un concepto clave como el de *ecuación equivalente* tiene consecuencias para la comprensión de los alumnos. Abrate, Font y Pochulu (2008) también indican que una dificultad frecuente de los alumnos, cuando trabajan con la transposición de términos como único método de resolución de ecuaciones, es que no logran distinguir la presencia de ecuaciones equivalentes. En este caso, pareciera ser que los alumnos consideran a una ecuación como un dispositivo, donde los términos y números se pueden pasar de un miembro a otro y, por tal razón, distinguen solamente una ecuación en todo el proceso de resolución.

5.2. *Procesos matemáticos*

El análisis detallado de las prácticas hechas en la clase muestra que se ponen en juego muchos de los procesos matemáticos que considera el EOS (Font et al., 2010), además de otros. Dado que los procesos son densos en la actividad matemática, no pretendemos realizar un estudio exhaustivo de ellos; por ello, nos limitaremos en esta sección a realizar una síntesis, tomando los más relevantes al mirar la clase de manera global.

De modo general, el análisis de la clase indica que esencialmente se realiza un proceso de *institucionalización* de los objetos matemáticos, que comprende la ecuación lineal de primer grado con una incógnita, la incógnita, la solución de una ecuación y el proceso de resolución por el método de transposición de términos, y un proceso de *algoritmización* (mecanización) de dicho procedimiento de resolución.

En la trayectoria argumentativa que lleva a esa institucionalización y mecanización, los alumnos y la profesora van adoptando tanto el rol de proponente como el de oponente. Asimismo, la trayectoria argumentativa —que se nutre por ejemplificaciones más que por justificaciones de los procedimientos y propiedades— se enlaza en una serie de procesos de *problematización* que provoca la profesora, cuya finalidad es ir de una *particularización* —fuertemente apoyada en la *algoritmización*— hasta una *generalización*. De todos modos, los objetos matemáticos que emergen del proceso de generalización sólo se reducen a la formalización de las reglas que inicialmente institucionaliza la profesora para poder resolver los casos particulares. A su vez, tanto la profesora como los alumnos llevan a cabo muchos procesos de *valoración* que están sustentados por normas y metanormas, cuyo estudio se realizará en el cuarto nivel de análisis.

6. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas

Godino et al. (2006) describen, utilizando como criterio el tipo de interacción, a cuatro tipos teóricos de configuraciones: *magistral*, *a-didáctica*, *personal* y *dialógica*. Las configuraciones reales que acontecen están más o menos próximas a ellas.

Una CD se considera a-didáctica cuando el alumno y el maestro logran que el primero asuma el problema planteado como propio y entre en un proceso de búsqueda autónomo, sin ser guiado por lo que pudiera suponer que el maestro espera. La configuración teórica magistral se basa en la manera tradicional de enseñar matemáticas con exposición, seguida de ejercicios sobre los contenidos presentados. Una variante intermedia entre los tipos anteriores puede definirse cuando el profesor se encarga de la formulación y validación, mientras que los alumnos se responsabilizan de la exploración. La institucionalización tiene lugar mediante un diálogo entre el docente y los alumnos, quienes han tenido ocasión de asumir la tarea, familiarizarse con ella y posiblemente de esbozar alguna técnica de solución. En este caso, se habla de *configuración teórica dialógica*. Otro tipo teórico de CD surge cuando el estudiante resuelve la situación problema sin intervención directa del docente; aquí, los alumnos resuelven ejercicios propuestos por el profesor o que incluye el libro de texto. Se trata de un tipo de CD en la que predomina el estudio personal y que se denomina *configuración didáctica personal.*

Si tenemos en cuenta los procesos que detallamos en el nivel anterior y todos aquellos que se presentan en la sesión de clase que hemos considerado para nuestro estudio, podemos notar que básicamente se enseña matemáticas con exposición, seguida de ejercicios sobre los contenidos vistos. Este modelo de enseñanza deja a los alumnos la responsabilidad de dar sentido a los objetos matemáticos que se introducen a través de los ejemplos y ejercicios que se van mostrando. Como expresan Godino et al. (2006, p. 31), se estaría tratando de una decisión topogenética: *primero yo, el profesor, te doy las reglas generales, después tú las aplicas.*

Aunque el registro de la sesión muestra un constante diálogo entre la profesora y los alumnos que podría llevarnos a situar la clase en una configuración dialógica, un análisis más detallado revela que las interacciones se circunscriben a que los estudiantes asuman las tareas, se familiaricen con ellas y se esboce la técnica de resolución de ecuaciones; tal es el objetivo que, deducimos, persigue la docente. La institucionalización —regulación—, formulación y validación quedan exclusivamente a cargo de la profesora, sin intervención alguna de los alumnos. Por dicho motivo, 25 de las 27 configuraciones didácticas se han considerado del tipo *magistral-interactivo.*

Por otra parte, dada la gran diversidad de interacciones didácticas que pueden ocurrir en cualquier proceso de instrucción, nos hemos centrado en las que giran en torno a conflictos del tipo semiótico, de asequible individualización, ya que resulta fácilmente triangulable su identificación. Un *conflicto semiótico* en el EOS es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales se habla de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras que si se da entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto se llaman conflictos semióticos de tipo cognitivo (una noción muy relacionada con la de conflicto cognitivo propuesta por Piaget). Cuando la disparidad surge entre las prácticas —discursivas y operativas— de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) se habla de conflictos semióticos interaccionales.

Hay que notar que estos tres tipos de conflicto semiótico no son excluyentes, ya que, según la perspectiva desde donde se enfoque, un mismo conflicto puede ubicarse en un tipo u otro. Por ejemplo, en Font et al. (2010) se habla de un conflicto semiótico interaccional, puesto que se produce en la interacción entre un alumno y un profesor, pero se considera epistémico porque el profesor adopta claramente el papel de representante de la institución escolar, mientras que el alumno es el representante del *mundo de la vida:*

> Emilio, en lugar de resolver el conflicto semiótico de tipo cognitivo de la manera que parece esperar el profesor, plantea un conflicto entre su *mundo de la vida* y la *clase de matemáticas* [9-14]. De algún modo, Emilio se hace portavoz de una manera válida de resolver el problema en el *mundo de la vida* que contrapone a la resolución válida en el aula de matemáticas, cuyo portavoz en este caso es el profesor. Se trata de un conflicto interaccional entre personas, pero se puede interpretar que estas personas proponen prácticas válidas en instituciones diferentes: *mundo de la vida* y *aula de matemáticas*. Si la disparidad se produce entre prácticas propias de instituciones diferentes, hablamos de conflicto semiótico de tipo epistémico (p. 100).

Es importante destacar que el análisis de cada uno de los conflictos puede comprenderse mejor si se tiene en cuenta la CD donde se enmarca, pues hay que relacionarlo con las prácticas matemáticas que se llevan a cabo en ella, los objetos y procesos involucrados en dichas prácticas y los patrones de interacción y las normas que intervienen en la CD.

A continuación, presentamos algunos de los conflictos semióticos más representativos que acontecen en la sesión de clase.

Conflicto semiótico (interaccional) 1: En [49-50], el alumno busca dar un sentido al objeto ecuación, que no fue institucionalizado en ningún momento de la clase. El conflicto no se llega a resolver, pues los argumentos y ejemplificaciones que ofrece la profesora sólo contribuyen a una mayor confusión, al argumentar que $x + x = 7$ no es una ecuación, mientras que sí lo es $x + x = 8$.

Tenemos aquí un conflicto que interfiere en la construcción de significados (de ecuación e incógnita en este curso y de variable en cursos superiores) y, a nivel microscópico, podemos advertir la presencia de posibles desviaciones o sesgos del significado que están teniendo estos objetos matemáticos. Las nociones de ecuación y variable presentan dificultades a los alumnos que no se superan si no se dedica una atención específica a la adquisición de estos conceptos.

Conflicto semiótico (cognitivo) 2: En [57-64] estamos en presencia de un conflicto semiótico potencial (*un caramelo más otro caramelo es igual a dos, pero una x más otra x es igual a dos x*), en el sentido de que los alumnos no lo manifiestan. Aquí aparecen involucrados los conceptos de cantidad y variable, pero se ve comprometida la construcción de significados por la presencia de un conflicto.

Conflicto semiótico (cognitivo) 3: En la [57-64] estamos también ante un conflicto semiótico potencial, pues no se enuncia de manera explícita en el discurso, pero sí ocurre al efectuar un análisis de la explicación que ofrece la profesora. El alumno posiblemente asume que la variable ha cobrado el valor dos, a pesar de que la expresión que ha escuchado de sus compañeros es *dos equis*. Sin embargo, la respuesta que da la profesora alude a uno de los usos generalizados que se le otorga a la variable, sin mayores comentarios o justificaciones para el alumno. Cabe aclarar que investigadores como Ainely, Bills y Wilson (2004), Jacobs (2002), Ursini y Trigueros (2004), entre otros, muestran que por lo general los estudiantes no alcanzan una comprensión aceptable del concepto de variable y siguen teniendo serias dificultades en los niveles superiores al trabajar con sus diferentes usos.

Conflicto semiótico (cognitivo) 4: En [65-69] el conflicto vuelve a ser potencial y se presenta si analizamos las validaciones que realiza la profesora y sus explicaciones posteriores, pues acepta que una expresión adecuada para el perímetro de un cuadrilátero es P = L+L+L+L. Sin embargo, en la ejemplificación se le asignan valores distintos a una misma incógnita.

Aparece una vez más comprometida la construcción de significados de los objetos matemáticos incógnita, variable, cantidades y evaluación de literales.

Conflicto semiótico (interaccional) 5: En [79-80] el alumno sabe cuál es la solución de la ecuación que se le ha presentado, pero el conflicto se presenta por no comprender el procedimiento que se lleva a cabo. El conflicto se resuelve cuando la profesora explicita las reglas de transposición de términos bajo una decisión topogenética, sin una justificación o argumentación matemática contundente, lo que fija los significados implementados en la clase. Esto es lo que al final tienen oportunidad de aprender los estudiantes.

Conflicto semiótico (interaccional) 6: En [94-96] el alumno pareciera comprender el procedimiento de transposición de términos, pero el conflicto se presenta en la semántica de la expresión $2 + x = 9$, donde interpreta que existe sólo un sumando en el primer término (la x). El conflicto aparentemente se resuelve con la explicación de la profesora, sin que exista una justificación o argumentación suficientemente amplia de por medio. Asimismo, también podríamos decir que hay un conflicto semiótico cognitivo potencial, ya que la profesora valida el uso erróneo del signo igual al quedar entre expresiones encadenadas ($x = 9 – 2 = 7$).

Conflicto semiótico (interaccional) 7: Al final de la CD22, el conflicto es potencial porque la profesora institucionaliza al final [145] que resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita x. Sin embargo, permite en algunas oportunidades que los alumnos argumenten la validez de una solución al hacer una verificación y, en otros casos, busca que la argumentación se apoye en el método de resolución que intenta enseñar. Una vez más aparecen posibles desviaciones o sesgos que tiene la construcción del significado de un objeto matemático particular, lo cual se suma al hecho de que la profesora pareciera estar más preocupada por enseñar una técnica de resolución de ecuaciones y no en la adquisición de objetos matemáticos clave.

7. Identificación del sistema de normas y metanormas

En el aula, la actividad matemática posee una dimensión social porque allí surge la construcción y la comunicación de conocimiento matemático a través de interacciones sociales entre alumnos y profesor. Así, el aprendizaje matemático está condicionado no sólo por conocimientos matemáticos y didácticos, sino por algunas reglas llamadas *normas sociomatemáticas* (Yackel y Cobb, 1996) y las cláusulas del contrato didáctico (Brousseau, 1997).

D'Amore, Font y Godino (2007), al igual que Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009), ofrecen diferentes criterios de clasificación sobre las normas, como el momento en que intervienen (diseño curricular, planificación, implementación y evaluación), el aspecto del proceso de instrucción a que se refieren (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológicas), y su origen (disciplina, escuela, aula, sociedad), entre otros aspectos. De acuerdo con estos autores, las normas epistémicas se encuentran en los elementos de las configuraciones de objetos: situaciones-problema, lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos, que regulan la práctica matemática en un marco institucional específico. Además, cada uno de los componentes de la configuración de objetos está relacionado con normas metaepistémicas, a las que autores diversos llaman *normas sociomatemáticas* (Yackel & Cobb, 1996).

Hemos detallado las normas epistémicas al describir la configuración de objetos en la Figura 1. En la transcripción del Anexo 1 tenemos ejemplos de cómo se institucionalizan en el aula, como en [69], [80] y [96].

A continuación, incluimos otras normas que aparecen en la transcripción de la sesión de la clase, las cuales han sido clasificadas de acuerdo con la tipología propuesta en Godino et al. (2009), y que consideran aspectos del proceso de instrucción a que se refieren. Para cada una señalamos algunos de los segmentos de la transcripción del que inferimos la norma:

1) Los razonamientos en matemáticas se han de plasmar por escrito siguiendo determinadas reglas (norma metaepistémica). Por ejemplo, en [39-48].
2) Determinados temas en matemáticas se completan en cursos superiores (norma metaepistémica). Por ejemplo, en [64].
3) Para comprender determinados temas en matemáticas hay que esperar a cursos superiores (norma metacognitiva). Por ejemplo, en [64].
4) Los ejercicios de matemáticas se hacen de determinada manera (metanorma metaepistémica). Por ejemplo, en [97-98].
5) Para aprender matemáticas hay que hacer muchos ejercicios (norma metacognitiva). Por ejemplo, en [110] y [122].
6) Hay que dedicar mucho tiempo a hacer ejercicios (norma mediacional). Por ejemplo, en [110].
7) En matemáticas hay que hacer largos ejercicios (por eso son bellas y difíciles. Norma metaepistémica). Por ejemplo, en [131-132] y [141-142].

No hemos citado el conjunto de normas que regulan las interacciones y que implícitamente aparecen en las clases, como las siguientes: la profesora interviene para resolver dificultades de los alumnos; la profesora tiene un papel determinante en el inicio, distribución y finalización de las intervenciones; los alumnos participan cuando no entienden algo. Esto se debe porque consideramos que dichas normas son comunes a muchas prácticas de matemáticas, más allá de ser conductistas, constructivistas o admitir otra clasificación.

8. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción

Godino et al. (2006) consideran que como mínimo se pueden proponer seis criterios para valorar la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción matemática: la epistémica, la cognitiva, la mediacional, la emocional, la interaccional y la ecológica. La identificación de estas seis idoneidades parciales en un proceso de instrucción permite considerarlo como idóneo. Ahora bien, conseguir una sola idoneidad parcial es relativamente fácil, pero resulta difícil lograr una presencia equilibrada de las seis idoneidades parciales. En Font et al. (2010, p.102) se describen dichos criterios parciales de la siguiente manera:

1. *Idoneidad epistémica*, para valorar si las matemáticas que se enseñan son unas *buenas matemáticas.*
2. *Idoneidad cognitiva*, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, después del proceso, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar.
3. *Idoneidad interaccional*, para valorar si la interacción ha resuelto dudas y dificultades de los alumnos.
4. *Idoneidad mediacional*, para valorar la adecuación de recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.
5. *Idoneidad emocional*, para valorar la implicación de los alumnos (interés o motivación) en el proceso de instrucción.
6. *Idoneidad ecológica,* para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional, etcétera.

En Font et al. (2010), así como en Alsina y Domingo (2010), se aplican los criterios de idoneidad para valorar los procesos de instrucción de un tipo muy diferente al que se analiza en este trabajo. En el primer caso, se trata de un episodio puntual de un proceso de instrucción contextualizado, mientras que en el segundo se valora un protocolo, diseñado desde una perspectiva sociocultural, que describe una posible manera de llevar a cabo la práctica matemática en el aula y de la sesión de clase en la que se implementó.

La aplicación de los cuatro primeros niveles de análisis didáctico que propone el EOS a la clase de matemáticas que ha sido objeto de investigación, nos ha permitido el estudio de aspectos descriptivos y explicativos de dicha clase, lo cual hace posible argumentar valoraciones fundamentadas de las diferentes idoneidades de acuerdo con los indicadores anteriores. A continuación, se expone dicha valoración.

Idoneidad epistémica: Del análisis del registro de la clase se evidencia que la profesora ha trabajado únicamente con ejercicios en contexto intramatemático, y ninguno de ellos puede considerarse como una situación potencialmente generadora de problemas. Las actividades que propone no motivan las reglas que se enuncian ni existen argumentos sólidos que logren justificarlas matemáticamente, lo que denota una articulación poco significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos). Por otra parte, los conceptos y definiciones emergentes son deficientes y durante la clase se activan básicamente procesos de algoritmización.

Al considerar sólo el lenguaje simbólico, no se repara que la enseñanza de las ecuaciones lineales podría formar parte de dos configuraciones epistémicas distintas, que a su vez conformarían bloques matemáticos diferentes, como geometría y álgebra. Por ello, el desarrollo de la clase no muestra que exista equilibrio entre la enseñanza de técnicas y la búsqueda de sentido al lenguaje algebraico. El álgebra no sólo consiste en la manipulación o manejo de símbolos de manera independiente a su significado, sino también en un lenguaje que permite representar fenómenos y posibilita resolver problemas ligados a los más variados contextos científicos, técnicos, lúdicos y cotidianos.

En la clase, los alumnos aprenden a operar expresiones algebraicas y a resolver ecuaciones de primer grado sólo por un método de resolución particular. Al respecto, Alonso *et al.* (2008) advierten de los peligros de este enfoque:

> (…) Lleva a que muchos alumnos nunca lleguen a entender por qué deben *cambiar el signo* y da lugar a muchos errores aún en alumnos que llevan trabajando el álgebra varios años (p. 101).

Font y Godino (2006) analizan con detalle dos tipos de configuraciones epistémicas en los textos matemáticos: las formales y las empíricas (contextualizadas o realistas). La configuración epistémica de esta clase mecanicista termina siendo una distorsión de una formalista, ya que aparecen los aspectos menos deseables de este tipo de configuraciones:

a) Se propone una amplia lista de problemas descontextualizados.
b) Se realizan presentaciones defectuosas del contenido matemático.
c) No se contemplan las conversiones entre diferentes formas de representación.
d) El profesor define los conceptos, pone ejemplos y da argumentos mediante una clase magistral.
e) Los alumnos aplican conceptos y propiedades a la resolución de problemas descontextualizados.
f) La argumentación es casi inexistente.
g) Los alumnos manipulan mecánicamente los símbolos, sin saber lo que se está haciendo.
h) No se emplean situaciones de referencia que le den sentido a los conceptos, lo que impide descubrir las relaciones con otros conceptos.
i) Se presentan unas matemáticas centradas sobre ellas mismas y muy alejadas de las otras ciencias.

Además, en la clase no se relacionan las tareas con procesos de modelación ni sirven de acercamiento a formas de pensamiento matemático de tipo inductivo, argumentativo, conjetural o demostrativo. Todo esto dota al proceso de instrucción de una baja idoneidad epistémica.

Idoneidad cognitiva: La baja idoneidad epistémica que presenta la clase ayuda a que los contenidos enseñados estén a una distancia razonable de lo que saben los alumnos. Por otra parte, la mayoría de los estudiantes aprendió lo que la profesora pretendía enseñar y realmente enseñó.

El registro de clase pone en evidencia que los alumnos tienen un manejo adecuado de la operatoria aritmética, un requisito básico para iniciar el estudio del álgebra escolar si se piensa como aritmética generalizada (la mayor parte de las expresiones y manipulaciones algebraicas pueden ser explicadas a partir de las expresiones y manipulaciones aritméticas). Así, se observa que resuelven ecuaciones correctamente, pero sólo adquieren un conocimiento instrumental que les permite hallar una solución sin saber porqué se resuelven de esta manera y no de otra. Sostenemos que la enseñanza de un contenido matemático no sólo debe pensarse que términos de que esté al alcance de las capacidades cognitivas que cuentan los alumnos, sino también debe promover el desarrollo de nuevas competencias, las cuales suponen un cierto reto cognitivo manejable. Esta situación precisamente no se ve reflejada en la clase.

Por otra parte, cabe mencionar que, hace más de 30 años, Whitmam (citado en Alonso *et al.,* 2008) reportaba que los estudiantes que aprendían a resolver ecuaciones sólo de modo intuitivo eran mejores que quienes aprendían por métodos informales y formales. Los que aprendían a resolver ecuaciones sólo formalmente lo hacían peor que los que aprendían las dos técnicas. En la clase que analizamos, claramente se conduce a los alumnos a abandonar un método informal para manipular uno formal, pero pierden incluso el sentido de lo que hacen, ya que al principio resuelven intuitivamente ecuaciones y logran justificar en forma adecuada la solución, mientras que hacia el final de la clase operan algorítmicamente con reglas, sin advertir que la solución es inadecuada.

Años más tarde, a los trabajos de Whitmam, Kieran (1985) incitó a reflexionar sobre cuáles aspectos se debían cuidar más en las primeras etapas del aprendizaje del álgebra, ya que los errores estaban muy unidos al método de resolución que han usado los alumnos y, en general, a la aplicación del método de transposición de términos. Kieran incluso establece la hipótesis de que los alumnos que sólo usan transposición –como ocurre en la clase analizada– tienen luego mayores dificultades para resolver problemas de enunciado.

Por último, destacamos la presencia de conflictos cognitivos y epistémicos que no se resuelven a lo largo de la clase. Muchos de ellos ponen en juego actos y procesos de significación que comprometen la construcción de significados para los objetos, como ecuación, incógnita, variable, solución y resolución de una ecuación, entre otros, los cuales son fundamentales en matemáticas. Toda la situación anteriormente descrita nos lleva a considerar que el proceso de instrucción no cuenta con buena idoneidad cognitiva.

Idoneidad mediacional: El número de alumnos (23 en total) y su distribución en el aula permite llevar a cabo el proceso instruccional adecuadamente. No obstante, durante la clase no se hace uso de materiales manipulativos e informáticos que permitan introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos o argumentaciones adaptadas al significado institucional de referencia. Sólo se plantea la temática con el empleo de un lenguaje simbólico, sin apoyo en modelos concretos o visualizaciones; por lo tanto, las definiciones y propiedades emergen descontextualizadas. Prácticamente todo el tiempo invertido en la sesión de la clase se circunscribe a la enseñanza de una técnica particular de resolución de ecuaciones —la transposición de términos— y no se evidencian configuraciones didácticas donde la profesora tenga en cuenta las potenciales dificultades de comprensión de los alumnos.

Por otra parte, consideramos que un primer acercamiento a la enseñanza del álgebra nos lleva a movernos en un marco donde las representaciones son relativas a un sistema particular de signos y pueden ser convertidas en representaciones *equivalentes* en otro sistema semiótico, pero toman significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. El análisis de los objetos, procesos y trayectorias epistémicas de la clase nos indica que la profesora pareciera hacer caso omiso a la necesidad de construir un nuevo lenguaje para poder integrar el aprendizaje del álgebra a los dominios cognitivos de los alumnos. En este sentido, la profesora pareciera adoptar la posición antagónica que describe Filloy (1999), bajo el modelo sintáctico-viético, cuando propone a los alumnos partir del nivel sintáctico y enseñar sus reglas para aplicarlas más tarde en la resolución de ecuaciones y problemas. Todo lo anteriormente dicho nos lleva a decir que el proceso de instrucción es de baja idoneidad mediacional.

Idoneidad afectiva: En el registro de la clase se evidencia que la profesora busca favorecer la argumentación en situaciones de igualdad, ya que valora el argumento en sí mismo y no por quién lo dice. De todos modos, no se proponen situaciones que permitan calificar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional. Además, no hay procesos de personalización, pues aunque los estudiantes se involucran inicialmente en la actividad, comienzan a perder interés en varios momentos de la clase y dejan de sentir interesante lo que se les propone, ya que se desorganizan, preguntan cuánto falta para culminar con la hora, etc.

La presencia de normas y metanormas del tipo para comprender determinados temas en matemáticas hay que esperar a cursos superiores; en matemáticas hay que hacer largos ejercicios (por eso son bellas y difíciles), y para aprender matemáticas hay que hacer muchos ejercicios, que dan un marco apropiado para el surgimiento de conflictos semióticos a posteriori con las prácticas implementadas que no se resuelven, contribuyen al factor de rechazo, fobia, ansiedad y temor al estudio que pueden evidenciar algunos alumnos, al considerar a las cuestiones de las matemáticas como demasiado complejas y fuera de su alcance. En consecuencia, el proceso de instrucción también muestra baja idoneidad afectiva.

Idoneidad interaccional: La clase presenta objetivos instruccionales claros y observables, pero la enseñanza se realiza por imitación y asociación, y por refuerzos/castigos. En consecuencia, el aprendizaje se produce por observación de lo que hace un experto, mientras que el alumno es receptor del proceso y sigue instrucciones. Los momentos de institucionalización del conocimiento matemático no son producto de fases de discusión sobre los aspectos críticos del proceso de aprendizaje. Así, la topogénesis del conocimiento y la construcción misma del saber se encuentra del lado de la profesora, quien privilegia unas experiencias educativas en detrimento de otras.

Los patrones de interacción, la manera de resolver los conflictos y la presencia de metanormas del tipo *los ejercicios de matemáticas se hacen de determinada manera* puede encaminar a que los alumnos piensen que existe sólo un algoritmo apropiado que garantiza la respuesta. Por otra parte, la creación de conflictos por parte de la profesora, y la no resolución satisfactoria de la mayoría de los que provienen de los alumnos, genera un tipo de comprensión no significativa en los alumnos documentada en muchas investigaciones.

Por otra parte, el análisis de las trayectorias e interacciones didácticas nos orienta a situar esta clase en el tipo *magistral interactiva*. Es magistral porque se otorga autoridad a la profesora, considerada experta, que se sitúa en un estatus superior al del destinatario, permitiendo que gestione su discurso y que imponga unas normas aceptadas por los estudiantes. En este caso, es innegable la autoridad de la profesora porque goza de prestigio del saber que le concede su rol profesional, y tiene poder institucional que se traduce en aprobar y en reprobar. Es interactiva porque se acepta la incorporación de otras voces en el discurso (aunque participa un grupo reducido de niños), pero prevalece una interacción monológica entre docente y discentes, ya que están presentes preguntas cerradas y específicas de la profesora que requieren de la respuesta convergente y fáctica de los alumnos. A su vez, la profesora acepta como válidas las respuestas, en la medida que coincidan con el discurso previamente diseñado. La situación descripta nos lleva a considerar que el proceso de instrucción es de baja idoneidad interaccional.

Idoneidad ecológica: El Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de Argentina (MECyT, 2005) establece, en su documento titulado Núcleos de Aprendizajes Prioritarios, que la escuela deberá ofrecer situaciones de enseñanza que promuevan en los alumnos y alumnas:

1) La interpretación de información presentada en forma oral o escrita –con textos, tablas, dibujos, fórmulas, gráficos–, pudiendo pasar de una forma de representación a otra si la situación lo requiere.
2) La producción de conjeturas y de afirmaciones de carácter general, y el análisis de su campo de validez.
3) La elaboración de procedimientos para resolver problemas, atendiendo a la situación planteada.

Si bien son lineamientos generales y no se alude a la resolución de ecuaciones en particular, es claro que el proceso de instrucción analizado no sigue las directrices curriculares.

Una presentación del álgebra basada en la mera ejecución de las reglas de transformación de términos a través de ejemplos desarticulados impide que se incorporen relaciones con otros contenidos intra e interdisciplinares. Además, suele fomentar en los alumnos una concepción de las matemáticas como algo perfecto y acabado que consiste en memorizar y aplicar un conjunto de reglas. En síntesis, el proceso de instrucción es de baja idoneidad ecológica.

9. Conclusiones

En este trabajo hemos aplicado un modelo que permite realizar un análisis didáctico sistemático para la descripción, explicación y valoración de episodios de clases de matemáticas. La noción de *idoneidad didáctica* y sus criterios para describirla, junto con las herramientas de los cuatro primeros niveles de análisis, han hecho posible que establezcamos un puente entre una didáctica descriptiva-explicativa y una didáctica axiológica que propicie la crítica, la justificación del cambio, etc.

La descripción de la sesión de clase es el resultado de una metodología de observación, que ha consistido en aplicar los constructos del marco teórico adoptado. Dicho marco nos ha servido de guía sobre lo que había que observar, cómo se debía observar y nos ha proporcionado las herramientas para realizar la observación.

Hemos mostrado, además, cómo un análisis minucioso apoyado en las herramientas didácticas que provee el EOS precisa e ilustra con detalles la estructura y funcionamiento de una clase de matemáticas mecanicista. Los diferentes niveles de análisis permiten diferenciar todo lo que está involucrado en el conglomerado que conforma una clase de matemáticas (situación problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, interacciones, conflictos, normas y metanormas), así como establecer relaciones entre dichas partes. En términos metafóricos, podemos decir que se brinda una *radiografía* de la clase, donde se observan conflictos semióticos que están relacionados con dificultades de los alumnos, que han sido documentados en otras investigaciones.

La enseñanza de las ecuaciones es un tópico ampliamente estudiado en la Matemática Educativa. Un grupo relevante de estos trabajos, que normalmente ocupan marcos teóricos de tipo psicológico, han investigado las dificultades que presentan los alumnos con la aplicación de cuestionarios y entrevistas, pero no analizan los procesos de instrucción que siguen los estudiantes.

El análisis que hemos llevado a cabo, además de que describe con detalle lo que ha sucedido, brinda explicaciones sobre porqué se presentan determinadas dificultades en los alumnos. Por una parte, podemos afirmar, como muestra la investigación sobre la didáctica de las ecuaciones, que los alumnos tienen problemas para entender la resolución de ecuaciones, y que se observan, entre otras evidencias, a través de los conflictos semióticos descritos en el análisis de la transcripción. Por otra parte, se pueden hacer predicciones sobre lo que probablemente sucederá en un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas cuya radiografía sea parecida: se producirán conflictos semióticos parecidos que no serán resueltos y generarán dificultades. Dicho en forma breve, la clase mecanicista es una de las causas de la generación de determinados problemas; sin embargo, cabe resaltar que el mecanismo causal es su estructura y funcionamiento.

Aunque no se ha hecho en este trabajo por cuestiones de espacio, se puede profundizar en la relación entre la clase mecanicista y las dificultades de comprensión. Si se realiza un análisis ontosemiótico a priori que ponga de manifiesto las diferentes configuraciones epistémicas que forman el significado de referencia del objeto ecuación, y la trama de funciones semióticas que se han de activar para relacionar entre sí los elementos de las configuraciones y las configuraciones entre ellas —como el realizado en Font y Contreras (2008) para la derivada, y en Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2011) para los números naturales— se puede observar, en la transcripción, que las configuraciones didácticas implementadas no han tenido en cuenta dicha complejidad. El análisis a priori nos permite decir que la estructura y funcionamiento de la clase mecanicista no repara en la complejidad ontosemiótica asociada a las ecuaciones, lo cual es una de las causas de que se produzcan determinadas dificultades. Esta afirmación nos permite relacionar el nivel descriptivo-explicativo con el axiológico.

La aplicación de los criterios de idoneidad a un proceso de enseñanza y aprendizaje concreto la hemos entendido como la metodología que permite la guía, valoración y posible mejora de un proceso de enseñanza y aprendizaje. En nuestro trabajo, estos criterios llegaron a ser reglas de corrección útiles en dos momentos: *a priori*, pues son principios que orientan *cómo se deben hacer las cosas*, y *a posteriori*, porque sirven para valorar el proceso de instrucción efectivamente implementado. Así, la aplicación de los criterios de idoneidad nos permitieron extraer conclusiones sobre qué aspectos mejorar en el futuro. Por ejemplo, la baja idoneidad epistémica de la clase se debería mejorar, especialmente en la construcción de significados para los objetos matemáticos, como ecuación, ecuación equivalente, variable, solución, resolución de una ecuación, entre otros.

Finalmente, destacamos que este análisis didáctico minucioso, al igual que una radiografía, penetra en la estructura interna de la clase, resaltando aspectos y matices que, si bien pueden parecer obvios después de haber sido encontrados, se hallan ocultos ante una mirada general y prematuramente valorativa de esta práctica matemática. Nuestra conclusión es que el análisis hecho resulta útil en dos aspectos. Por una parte, como se afirma en Font et al. (2010), el modelo de análisis didáctico aplicado en este trabajo puede ser útil para el colectivo de profesores interesados en reflexionar sobre su propia práctica. Por otra parte, la radiografía de la clase mecanicista puede orientar a los profesores en formación y a los que imparten este tipo de clase a valorar, reflexionar y sugerir acciones de mejora.

Referencias bibliográficas

AA. VV. (2010). Los movimientos de renovación pedagógica en la enseñanza de las matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas 55*.

Abrate, R.; Font, V. y Pochulu, M. (2008). Obstáculos y dificultades que ocasionan algunos modelos y métodos de resolución de ecuaciones. *Proyecciones 6* (2), 49-56.

Ainely, J.; Bills, L. & Wilson, K. (2004). Constructing meaning and utilities within algebraic tasks. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology in Mathematics Education* (Vol 2, pp. 1-8). Bergen, Norway: Bergen University College

Alexander, R. (2000). *Culture and pedagogy. International comparisons in primary education*. Oxford: Blackwell Publishing.

Alonso, F.; Barbero, C.; Fuentes, I.; Azcárate, A.; Dozagart, J.; Gutiérrez S., Rivière, V.; Ortiz, M. A. y Veiga, C. da. (2008). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid, España: Síntesis.

Alsina, A. y Domingo, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 13* (1), 7-32.

Ball, D.; Lubienski, S. & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: the insolved problem of teacher´s, mathematical knowledge. In V. Richarson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 433-456). New York : Macmillan.

Bishop, A. J.; Clements, K.; Keitel, C.; Kilpatrick, J. & Leung, F. K. S. (2003). *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, Holland: Kluwer.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques*. Dordrecht, Holland: Kluwer.

Carvalho, D. L. de. (1989). *A concepção de Matemática do professor também se transforma*. Tesis de maestria no publicada, Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

Clarke, D.; Keitel, C. & Shimizu, Y. (2006*). Making connections comparing mathematics classrooms around the world*. Rotterdam, Holland: Sense Publishers.

Coll, C. y Sánchez, E. (2008). El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. *Revista de Educación 346*, 15-32.

D'Amore, B.; Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma 28* (2), 49-77.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching 15* (1), 13-33. DOI 10.1080/0260747890150102.

Ernest, P. (1991). The *Philosophy of Mathematics Education*. London, England: Falmer.

Filloy, E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Font, V.; Bolite, J. & Acevedo, J. I. (2010). Metaphors in mathematics classrooms: analyzing the dynamic process of teaching and learning of graph functions. *Educational Studies in Mathematics 75* (2), 131-152. DOI: 10.1007/s10649-010-9247-4

Font, V. & Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics 69* (1), 33-52. DOI 10.1007/s10649-008-9123-7

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educaço Matematica Pesquisa 8* (1), 67-98.

Font, V.; Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje 33* (1), 89-105.

Godino, J. D.; Bencomo, D.; Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma 27* (2), 221-252.

Godino, J. D.; Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques 26* (1), 39-88.

Godino, J. D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias 27* (1), 59-76.

Godino, J. D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. & O. Lurduy (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics 77 (2)*, 247-265.

Guimarães, H. (1988). *Ensinar Matemática: concepçoes e práticas*. Tesis de maestria no publicada, Universidade de Lisboa, Portugal.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator 13(2)*, 47-57.

Jacobs S. (2002). *Advanced placement BC calculus students' way of thinking about variable*. Tesis de doctorado no publicada, Arizona State University, USA.

Kieran, C. (1985). The equation-solving errors of novice and intermediate algebra students. In L. Streefland (Ed.), *Proceeding of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 141–146). Noordwijkerhout, The Netherlands: State University of Utrecht-Research Group on Mathematics Education and Educational Computer Centre.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2005). *Núcleos de aprendizajes prioritarios. Segundo ciclo EGB. Nivel primario*. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología.

Montero, M. (1999). Comportamiento del profesor y resultados del aprendizaje: análisis de algunas relaciones. En Coll C., Palacios J. y Marchesi A. (Comps.) *Desarrollo psicológico y educación, II Psicología de la Educación* (pp. 241-271). Madrid, España: Alianza.

Moore, T. W. (1974). *Introducción a la Teoría de la Educación*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Núñez, J.M. y Font, V. (1995). Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas: una aproximación histórica. *Revista de Educación 306*, 293-314.

Pochulu, M. (2004). *Configuraciones en las prácticas docentes de matemática en la universidad*. Tesis de maestria no publicada, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher 15* (2), 4-14.

Silva, M. R. (1993). *Concepçoes didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática*. Tesis de maestría no publicada, Universidade Estadual Paulista, Brasil.

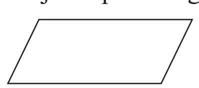
Stigler, J. W.; Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist 35* (2), 87-100.

Ursini S. & Trigueros M. (2004). How do high school students interpret parameters in algebra In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology in Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 361-368). Bergen, Norway: Bergen University College.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education 27* (4), 458-477.

Anexo 1
Transcripción parcial de la sesión de clase

...	...	...
CD7	[39]	Profesora: Todos lo hicimos mentalmente, ahora lo vamos a escribir. ¿Cómo hacemos para llevar este razonamiento por escrito? [pregunta a la clase]
	[40]	Alumno_2: ¿Cómo por escrito?
	[41]	Profesora: ¡Miren! [escribe al mismo tiempo que habla] Equis más tres igual a nueve. $x + 3 = 9$ ¿Cuánto es? [pregunta a Alumno_2]
	[42]	Alumno_2: Seis.
	[43]	Profesora: Ahora, ¿Cómo muestro matemáticamente este resultado? [dirige la pregunta a toda la clase] Equis más tres igual a nueve [señala la ecuación]. $x + 3 = 9$ ¿Cómo está el tres?
	[44]	Alumno_3: Sumando.
	[45]	Profesora: ¿Cómo pasa al otro miembro de la igualdad? [dirige la pregunta nuevamente a toda la clase]
	[46]	Alumno_2: ¡No sé qué está permitido matemáticamente!
	[47]	Alumno_3: Restando del nueve para que dé seis.
	[48]	Profesora: ¡Bien! [escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que queda escrito] $x = 9 - 3 = 6$
CD8	[49]	Alumno_{10}: ¿Puede ser algo equis más equis igual a siete? [alude a la ecuación $x + x = 7$]
	[50]	Profesora: En este caso no puede ser porque si es equis, las dos tienen el mismo valor.
	[51]	Profesora: Por ejemplo, equis más equis igual a ocho [escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que queda escrito]. $x + x = 8$ ¿Cuánto vale equis?
	[52]	Alumno_{10}: Cuatro más cuatro igual a ocho [obtiene la aprobación de la docente].

	[53]	Profesora: En el caso anterior, equis más equis igual a siete, la equis tiene el mismo valor. Podría ser equis más “a” igual a siete [escribe en la pizarra la expresión $x + a = 7$] ¿Qué valor puede tomar equis? ¿Y a?
	[54]	Alumno$_{10}$: Cinco más dos igual a siete [obtiene la aprobación de la docente].
	[55]	Profesora: En la EGB2 [alude a las siglas de Escuela General Básica, segundo ciclo, que es donde se hallan cursando los alumnos] sólo vamos a trabajar con una incógnita. Equis más “a” igual a siete [señala la expresión en la pizarra] tiene dos incógnitas.
	[56]	Profesora: En el caso equis más equis igual a ocho [señala en la pizarra la expresión $x + x = 8$], ¿cómo resuelvo matemáticamente? [dirige la pregunta a toda la clase y ningún alumno responde]
	[57]	Profesora: Si tengo un caramelo más otro caramelo, ¿a qué es igual? [dirige la pregunta nuevamente a toda la clase]
	[58]	Alumnos: A dos [responden en grupo].
	[59]	Profesora: Entonces, una equis más otra equis ¿es igual a…? [dirige la pregunta a toda la clase].
	[60]	Alumnos: A dos [responden en grupo].
	[61]	Profesora: ¿Dos qué? [dirige la pregunta a toda la clase].
	[62]	Alumnos: Dos equis [responden en grupo].
	[63]	Alumno$_3$: ¿El valor puede ser siempre par?
	[64]	Profesora: ¡No! Siempre varía. Pero eso no lo vemos en la EGB 2 [dirige la respuesta a Alumno$_3$].
CD9	[65]	La docente pretende dar un ejemplo de aplicación de las ecuaciones. Para ello, dibuja un paralelogramo en la pizarra.  ¿Cuál es el perímetro?
	[66]	Alumnos: Perímetro igual a lado más lado más lado más lado [responden en grupo].
	[67]	La profesora aprueba lo expresado por los alumnos y registra en la pizarra la expresión: P = L + L + L + L
	[68]	Profesora: Por ejemplo, si [escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa de manera oral el texto que se registra] P = 30cm = 10cm + 5cm + 6cm + L =

	[69]	Profesora: Para encontrar la incógnita sirven las ecuaciones [explica al grupo de alumnos, señalando la expresión que escribió en la pizarra, que hace referencia al perímetro de un cuadrilátero].
	[70]	Profesora: ¡Volvamos al principio! [escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral el texto que queda registrado] Dos más equis igual a tres. $2 + x = 3$ ¿Cómo hago para despejar? ¿A qué es igual equis?
CD10	[71]	Alumnos: Es uno [responden en grupo].
	[72]	Profesora: ¡No se apuren! Primero veamos cómo despejar. Paso el dos restando y dejo la equis solita, y recién es [escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en formaoral el texto que queda]: $x = 3 - 2 = 1$
...	...	...
	[78]	La profesora escribe en la pizarra una nueva ecuación: $2 + 5 + x = 10$ Señala a un alumno y le realiza una pregunta: ¿Cómo resolverías este ejercicio?
	[79]	Alumno$_{11}$: No entiendo eso de pasar la equis. Sé que equis es igual a tres.
CD12	[80]	Profesora: [Pretende explicar cómo se pasan de miembro los términos de una ecuación. Para ello, realiza un esquema en la pizarra, al mismo tiempo que expresa de manera oral el texto que se registra]. El inverso de la suma es la resta, de la resta es suma, de la multiplicación es la división y de la división es la multiplicación [escribe en la pizarra]: $\begin{cases} + \to - \\ - \to + \\ \cdot \to : \\ : \to \cdot \end{cases}$
	[81]	Profesora: Bueno ¿qué haces con la equis? [dirige la pregunta a Alumno$_{11}$, quien dijo que no entendía cómo se hacen las transposiciones].
	[82]	Alumno$_{12}$: Diez más dos más cinco [responde otro alumno al cuestionamiento de la docente].
	[83]	Profesora: ¡No! ¡Fíjate! [señala el signo + delante de la x en la expresión $2 + 5 + x = 10$]. ¿Cuál es la operación inversa?
	[84]	Alumno$_{12}$: Equis igual a diez menos dos menos cinco [la docente da por válida la respuesta].
...	...	...

CD15	[90]	Profesora: ¿Se animan a pasar al pizarrón? [dirige la pregunta a todo el grupo].
	[91]	Los alumnos levantan las manos.
	[92]	Profesora: [Selecciona tres alumnos y divide la pizarra, con la tiza, en tres partes. Posteriormente escribe 3 ecuaciones]. $2 + x = 9 \quad 8 + x - 2 = 12 \quad x - 3 = 11$
	[93]	El Alumno$_1$ tiene la ecuación $2 + x = 9$. Efectúa algunos procedimientos erróneos y no logra encontrar su solución.
	[94]	Profesora: Mira ¡Es fácil! [le dice a Alumno$_1$ y resuelve la ecuación]. $x = 9 - 2 = 7$
	[95]	Alumno$_1$: Pero el dos no está sumando, la equis está sumando, ¿por qué pasa el 2 restando? [le pregunta a la docente después que resolvió la ecuación].
	[96]	Profesora: Es lo mismo tener más dos más equis igual a nueve que dos más equis igual a nueve [escribe en la pizarra el mismo tiempo que habla]. El signo adelante no se coloca [escribe en la pizarra]: $+2 + x = 9 \quad 2 + x = 9$
CD16	[97]	El Alumno$_2$ tiene la ecuación $8 + x - 2 = 12$. La observa y muestra dudas para iniciar el procedimiento de resolución.
	[98]	Profesora: [Explica el ejercicio que tiene Alumno$_2$ al resto de los alumnos] Hay dos formas de resolver esto [escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral lo que se registra]: $8+x-2=12$ → Juntar los números: $8-2+x=12$ → Trabajando operación por operación: $x-2=12-8=4$ $x = 4 + 2$ $x = 6$
	[99]	El Alumno$_3$ resuelve la ecuación $x - 3 = 11$ y retorna a su pupitre.
	[100]	El Alumno$_1$ termina de resolver la ecuación $2 + x = 9$ y retorna a su pupitre.
	[101]	El Alumno$_2$ continúa con la resolución del ejercicio, mostrando dificultades en el procedimiento.
…	…	…
CD18	[108]	Profesora: [Plantea una ecuación para resolver por todo el grupo de alumnos y escribe en la pizarra]: $8x = 16$

	[109]	Los alumnos se ríen y conversan entre ellos. Se levantan de sus asientos. Uno pregunta cuánto falta para el recreo.
	[110]	Profesora: [Sigue escribiendo ejercicios en la pizarra y suena el timbre del recreo]. Vamos a seguir trabajando varios días con esto. Si no entienden no se hagan problemas, que vamos a hacer muchos ejercicios hasta que les salgan bien.
CD19	[111]	[Se vuelve del recreo y la docente retoma la clase. Considera uno de los ejercicios que había dejado planteado en la pizarra]. Vamos a despejar la equis. [señala la ecuación $2x + 1 = 7$] ¿Cómo está?
	[112]	Alumno$_1$: Multiplicando.
	[113]	Profesora: [Advierte que la respuesta brindada no es la esperada y efectúa una aclaración] Recuerden que los signos más y menos separan términos. Lo primero es despejar la equis. Entonces ¿cómo pasa el uno?
	[114]	Alumnos: Restando [responden varios alumnos simultáneamente].
	[115]	Profesora: A ver, María ¿cómo es?
	[116]	Alumno$_3$: Dos equis igual a siete menos uno, igual a seis [la docente registra en la pizarra lo expresado por la alumna]. $2x = 7 - 1 = 6$
	[117]	Profesora: Y ahora si el dos está multiplicando, ¿cómo pasa? [dirige la pregunta a Alumno$_3$]
	[118]	Alumno$_3$: Dividiendo.
	[119]	Profesora: ¡Bien! [escribe en la pizarra al mismo tiempo que expresa en forma oral el texto que queda registrado]. $x = 6 : 2 = 3$
	[120]	Profesora: Comprobemos si está bien [se dirige al grupo de alumnos y al mismo tiempo escribe en la pizarra lo que expresa en forma oral]. $2 \cdot 3 + 1 = 7$
	[121]	Alumno$_6$: ¿Cómo hace cada paso para comprobar?
	[122]	Profesora: Hay muchas cosas en matemáticas que son mecánicas y con la práctica lo vas a lograr [responde a la pregunta de Alumno$_6$].
…	…	….
CD21	[131]	Profesora: Les doy una ecuación más difícil [plantea otra ecuación para resolver y escribe en la pizarra]. $3 + 5x - 10 = 8$

	[132]	Profesora: ¿Cómo empiezo? [pregunta a todos los alumnos].
	[133]	Alumno$_5$: Por lo que no tiene equis.
	[134]	Profesora: [Aprueba la respuesta y escribe en la pizarra]. $5x = 8 + 10...$
	[135]	Profesora: ¿Cómo sigue?
	[136]	Alumno$_5$: El tres pasa [duda en dar una respuesta] ¿restando?
	[137]	Profesora: [La docente da por válida la respuesta y escribe en la pizarra, completando la expresión anterior]. $5x = 8 + 10 - 3 = 15$
	[138]	Profesora: ¿Cómo pasa el cinco?
	[139]	Alumno$_5$: Dividiendo.
	[140]	Profesora: [Da por válida la respuesta y continúa el ejercicio]. $5x = 15$ $x = 15:5$ $x = 3$
	[141]	Alumno$_6$: ¡Tantos pasos!
	[142]	Profesora: Sí, así es la matemática. ¡Es hermosa! [dirige la mirada a Alumno$_6$].
CD22	[143]	Profesora: Vamos a trabajar en el cuaderno [expresa en forma oral lo que escribe en la pizarra] Ecuaciones Observa: $\overbrace{23+\underbrace{x}_{incógnita}}^{1^{er}\ miembro} \underbrace{=}_{igualdad} \overbrace{39}^{2^{do}\ miembro}$
	[144]	Profesora: [Hace un comentario a los alumnos fuera de la temática que está abordando]. Chicos, las evaluaciones de ayer están más o menos.
	[145]	Profesora: Escriban. Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita equis [dicta el texto para que escriban los alumnos].

Autor:

Marcel Pochulu. Universidad Nacional de Villa María, Argentina. mpochulu@unvm.edu.ar

Vicenç Font. Departament de Didáctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica Universitat de Barcelona, España. vfont@ub.edu