Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición

*Laura Patricia Peñalva Rosales**

Resumen

Usualmente, los cursos de matemáticas que apoyan la formación de profesionistas en diversas áreas de conocimiento se enfocan principalmente en la resolución de problemas propios de esa área; sin embargo, esta disciplina permite lograr un propósito más amplio y profundo que sólo convertirse en un apoyo instrumental para el planteamiento y solución de problemas: el desarrollo del pensamiento lógico. También afirmamos que aporta de manera clara y contundente al desarrollo de la metacognición, y por ende a la capacidad de aprender a aprender. Este trabajo argumenta el por qué de estas afirmaciones.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas, pensamiento lógico dialéctico, metacognición, diálogo para aprender, aprender a aprender.

Abstract

Usually, mathematics courses that support the training of professionals in various areas of expertise are mainly focused on the resolution of problems from that area. However, this discipline allows achieving a broader and deeper purpose than just becoming an instrumental support for the analysis and solving of problems. This is: the development of logical thinking. We also affirm that it helps in a clear and blunt manner to the metacognition development, and thus to the ability of learning to learn. This work argues the why of these statements.

Key words: mathematics education, dialectic logical thought, metacognition, dialogue to learn, learn to learn.

Artículo recibido el 29-05-09

Artículo aceptado el 14-12-09

* Profesora-investigadora en el Departamento de Producción Económica, UAM-Xochimilco. Correo electrónico: prlp7108@correo.xoc.uam.mx.

INTRODUCCIÓN

El estudio de Clark y Palm (1990), citado por Burón,[1] ha revelado algunas deficiencias en el proceso que seguían algunos de los encargados de una gran corporación industrial para solucionar problemas que solían tener en el trabajo: impulsividad, falta de precisión y exactitud en la recopilación de datos, definición imprecisa del problema, falta de la necesidad de evidencia lógica, modalidades de comunicación egocéntrica, falta de precisión al comunicar las respuestas y respuestas de ensayo y error. El mismo Burón afirma que estas deficiencias se encuentran en otros colectivos sociales, laborales y políticos.

La descripción que los autores han hecho de estas deficiencias revela una falta de lógica y de método para abordar los problemas, ambos aspectos se encuentran íntimamente relacionados con el aprendizaje de las matemáticas.

Es justo esta característica el motivo por el cual las matemáticas son incluidas, en menor o mayor medida, en prácticamente todos los programas de estudio de diversas disciplinas de las ciencias sociales, aunque a su vez es lo que menos se reconoce en ellas. Por ello, vale la pena una disertación al respecto.

El documento presenta los conceptos relacionados con la lógica dialéctica, a partir de los cuales se pretende ubicar la idea de dinámica de pensamiento para la creación de conocimiento. Enseguida se presenta la manera como se genera y desenvuelve esta dinámica cuando se construyen modelos matemáticos. Posteriormente se diserta sobre la importancia que tiene la enseñanza de las matemáticas, particularmente considerando el diálogo con la disciplina a la que apoyan, para lograr el desarrollo de las llamadas competencias metacognitivas, base de la capacidad de aprender a aprender.

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO

Frecuentemente se escucha decir que la lógica representa la base fundamental para el desarrollo de las matemáticas. Afirmamos también que, a su vez, las matemáticas permiten el desarrollo de una lógica de pensamiento, o de un pensamiento lógico. Esta última afirmación requiere distinguir el tipo de lógica de la que hablamos.

[1] Javier Burón (s/f), *Enseñar a aprender: introducción a la metacognición*, Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Deusto (Recursos e instrumentos Psico-pedagógicos), p. 26.

Si se piensa en una lógica formal, como tradicionalmente la conocemos, donde el cumplimiento de formas y reglas para dar validez a las conclusiones es irrestricto, los caminos construidos mediante las matemáticas pueden volverse camisas de fuerza para el desarrollo libre del pensamiento y de la capacidad de aprender a aprender.

Por el contrario, consideramos que la lógica que sustenta el propósito de las matemáticas como instrumento para el desarrollo del aprendizaje reflexivo es la lógica dialéctica, en la que los conceptos que parecen contrapuestos y contradictorios, como concreto-abstracto, análisis-síntesis, inducción-deducción, entre otros, no son uno la negación del otro sino más bien los elementos duales, los polos entre los cuales se desplaza el pensamiento.

> Todo pensamiento es movimiento [...] Todo pensamiento se mueve dentro de determinados cuadros, entre polos determinados [...] las parejas de términos polares en cuestión, los términos opuestos, designan momentos, fases del pensamiento, y están indisolublemente ligados.[2]

Esta movilización del pensamiento es necesaria para descubrir, interpretar y generar nuevos conocimientos.

Los cursos de matemáticas que apoyan la formación de profesionistas en diversas áreas del conocimiento se enfocan principalmente en la resolución de problemas propios de esa área; sin embargo, al ubicarlas en los planes de estudio de diversas disciplinas, tienen un propósito más amplio y profundo que sólo convertirse en un apoyo instrumental para el planteamiento y solución de problemas. Este propósito sería el desarrollo del pensamiento lógico; afirmamos aquí, del pensamiento lógico dialéctico.

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Diversas escuelas han tratado de explicar cómo funciona el pensamiento en la solución de problemas. Así, encontramos en la psicología cognitiva, históricamente la disciplina que ha provisto de resultados útiles a este propósito, dos enfoques básicos:[3] *a*) la teoría del pensamiento asociacionista, que enfatiza cómo un elemento de una cadena de resolución es asociado con otro, y *b*) la teoría de la gestalt, que se sustenta en el entendimiento estructural de la situación a resolver.

[2] Henri Lefebvre, *Lógica formal. Lógica dialéctica*, México, Siglo XXI Editores, 1977, p. 102.

[3] Richard E. Mayer, *Thinking, Problem Solving, Cognition*, Nueva York, W.H. Freeman and Company, 1983, pp. 7-66.

De acuerdo con el enfoque asociacionista, el proceso de pensamiento se describe como una aplicación de ensayo y error para hallar la respuesta más plausible a cualquier situación problemática particular, al considerar todos los enlaces posibles de asociación a una gran cantidad de posibles respuestas, así como las tendencias preexistentes de respuesta. Los elementos explicativos básicos de esta teoría son: el estímulo –una situación de resolución de problema particular–, las respuestas –comportamientos o procesos particulares para la resolución de problemas–, y las asociaciones que se establecen entre un estímulo y una respuesta particulares. Se considera que en la mente se configura una familia de posibles respuestas asociadas con cada situación de problema dada. Además, las respuestas pueden variar pues se jerarquizan de acuerdo con la fuerza de la asociación identificada. Es así que este enfoque enfatiza el aprendizaje por reforzamiento.

De acuerdo con la teoría de la gestalt, el proceso de resolución de problemas es una búsqueda para relacionar un aspecto de la situación problemática con otro, dentro de un entendimiento estructural de tal situación; luego, este proceso desarrolla la habilidad para comprender cómo las partes del problema se ajustan conjuntamente para satisfacer los requerimientos del objetivo de solución. El proceso de resolución involucra la reorganización de los elementos del problema en una nueva forma que resulte más legible al que pretende resolver. El énfasis que se hace durante el proceso de solución en el ajuste de los elementos para formar una estructura de análisis (la organización), en la creación de soluciones a nuevas situaciones (pensamiento productivo) y en la reorganización de los elementos del problema (pensamiento creativo),[4] descansa en la idea de que las estructuras u organizaciones mentales son las unidades de pensamiento. De esta manera, la teoría de la gestalt trata de comprender y explicar un proceso mental de tipo creativo de alto nivel.

En la lógica dialéctica, la explicación que se da a la dinámica de desarrollo del pensamiento al abordar la resolución de problemas se sustenta en la presencia de dualidades conceptuales, como las que a continuación –con base en Lefebvre–[5] se explican, entre las cuales se mueve el pensamiento indagativo, creativo y generador de soluciones.

Concreto-abstracto. Lo concreto y lo abstracto no pueden separarse; son dos aspectos solidarios, dos caracteres inseparables del conocimiento que, sin cesar, pasan del uno al otro. Lo concreto no se encuentra en lo sensible, pues esto es la primera abstracción, ya que al poner a cada objeto en relación con

[4] *Ibid.*, p. 36.
[5] Henri Lefebvre, *Lógica formal. Lógica dialéctica*, *op. cit.*, pp. 102-148.

lo que de él nos afecta y nos importa, dejamos de lado otros aspectos que forman parte de su totalidad.

Penetrar en lo real es alcanzar, por la inteligencia y la razón, conocimientos mediatos que son pensamientos e ideas. Al penetrar en lo real se supera lo inmediato y se alcanza el conocimiento de las relaciones, detalles y particularidades que conforman el todo. Este conjunto no puede, por otra parte, coincidir con la totalidad de lo real, con el mundo. El acto de pensamiento aísla de la totalidad –por medio de una separación en capas real o "ideal"– eso que se llama justamente un "objeto de pensamiento".

Así, aunque el conocimiento parte de lo concreto, global y "confusamente aprehendido en la percepción sensible", camina a través del entendimiento de los aspectos y elementos distintos de la situación por medio de puntos de vista abstractos y unilaterales. Por medio de la profundización del contenido y de la investigación racional se dirige hacia la comprensión del conjunto.

Análisis-síntesis. Los seres, lo concreto, se presentan relativamente cerrados ante nosotros, pues cada ser es un todo. Pero esos seres no son absolutamente inaccesibles. El análisis penetra en ellos separando, "rompiendo" el todo en sus partes o componentes, sea real o idealmente, con tal de conocer sus propiedades y sus funciones. Sin embargo, el análisis nunca puede ser exhaustivo porque lo concreto es mucho más profundo de lo que se pensaba (considérese el ejemplo del estudio de las comunidades donde podemos pasar del análisis de los grupos al de las familias y de ahí al de los individuos, los que a su vez se pueden mirar desde múltiples enfoques y disciplinas). En todo momento, el análisis debe tener presente, y aprehender, esa relación compleja, frecuentemente contradictoria, de los elementos entre sí y con el todo.

Por otra parte, la síntesis se manifiesta como complementaria al análisis. La síntesis se define, en general, como una operación –sea experimental (real) o racional (ideal)– por medio de la cual se rehace en sentido inverso el camino recorrido por el análisis. La síntesis reconstruye el todo, asegurándose de no omitir nada. Sin embargo, la síntesis no se limita a trabajar sobre lo que antes ha sido desagregado por el análisis, sino que hace que éste preserve en todo momento su sentido, pues lo mantiene en contacto con el todo; por eso mismo, lo guía y evita que se extravíe.

Inducción-deducción. La inducción va de un conjunto de hechos particulares a una conclusión general –de los hechos a la ley–, sea de manera *rigurosa*, cuando "la ley resume en una fórmula todos los casos particulares estudiados", sea *amplificante*, cuando pasa de un número finito de hechos estudiados –que son necesariamente hechos pasados– a un número infinito de hechos posibles. Para regresar a la aplicación de esta ley a nuevos hechos, es necesaria la deducción, es decir, el proceso de pensamiento que permite pasar de la ley o conclusión general a su aplicación en un hecho particular. Inducción y deducción nos llevan respectivamente de la realidad a la teoría, y de ésta a la práctica.

Verdad-error. Las verdades científicas no son eternas ni inamovibles, de ser así serían infecundas, pues negarían el esfuerzo del pensamiento por pasar de la ignorancia al conocimiento. Pasamos de verdades parciales a verdades más completas cuando encontramos errores, o insuficiencia, al interpretar o generar aplicaciones de las primeras.

Todo error puede ser en sí mismo una verdad parcial o el aspecto de una verdad. Todo error permite ampliar los límites de una verdad, negándola inicialmente. Aun las verdades matemáticas se amplían y generan una suerte de pirámide invertida de modelos aplicables cada vez a campos más extensos.

Absoluto-relativo. Cada verdad alcanzada es relativa pues "está destinada a superarse, a aparecer bajo aspectos nuevos, a ser superada por leyes y teorías más precisas";[6] pero en cierto sentido es absoluta, pues el conocimiento científico adquirido posteriormente verifica y complementa al anterior. Las verdades "absolutas" –aceptadas, aunque temporalmente, por la humanidad para construir sobre ellas las explicaciones del mundo– se alcanzan por medio de los descubrimientos relativos y de los pensamientos individuales, cuyo alcance es limitado. Es esto mismo lo que explica las dualidades: general-particular, modelos genéricos-situaciones específicas.

Teoría-práctica. "Lo que es familiar no es más conocido por ello" (Hegel, citado por Lefebvre).[7] Para comprender lo familiar es preciso superar el entendimiento individual, el punto de vista particular y la práctica inmediata, pasando a otra escala de reflexiones, más amplias, teóricas y abstractas, sin olvidar ni omitir el hecho de que se trata de lo real, lo concreto, lo humano, lo que se intenta conocer y que habrá que regresar a ello para comprenderlo.

Aunque los científicos reconozcan que todo resultado alcanzado con estas reflexiones es ya un conocimiento, buscan de nuevo lo desconocido para profundizar en su verdad.

Sin embargo, al ser parte de este mundo que queremos comprender, para conocer los objetos será necesario actuar sobre ellos. Sólo así se puede garantizar de alguna manera que el conocimiento adquirido es relativo respecto del lugar que ocupamos en el universo, de la precisión de

[6] *Idem.*
[7] *Idem.*

nuestros instrumentos de medida y de la eficacia de nuestras acciones. Este conocimiento será en cierto modo real, ya sea respecto de la idealización que hemos hecho de su naturaleza, o de la estructura que hemos construido de manera subjetiva en nuestro pensamiento.

Macro-micro. Para comprender verdaderamente a un individuo se deben descubrir, por una parte, sus singularidades y, por otra, sus rasgos más generales, pues se toma conciencia de ellas sólo por medio de éstos. "Lo individual envuelve a lo general y lo particular" (Hegel, citado por Lefevre).[8]

Luego, para comprender a un individuo es necesario observarlo de manera alternativa desde el punto de vista social (de sus rasgos generales) y desde el punto de vista privado. Esta doble observación permite alcanzar lo universal que puede ser aplicado al hombre y la riqueza de lo particular.

Veamos a continuación cómo es que estos conceptos se ven reflejados en el desarrollo de los modelos de la realidad, particularmente en los matemáticos.

MODELOS MATEMÁTICOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para resolver un problema no es necesario poner en acción a los entes reales, el costo y la complejidad que esto implicaría son las dos razones fundamentales para no pretender hacerlo; de hecho, los diferentes modos de resolver un problema tienen en común la construcción de un modelo –simple o complejo, semántico, matemático, esquemático, etcétera– al hacer una abstracción de la realidad (concreto-abstracto).

En los modelos se utilizan diversos elementos, más sencillos que los reales, para representar objetos y relaciones; la condición necesaria inicialmente para dar validez al modelo, será que la relación establecida entre los elementos reales y la representación de ellos se conserve desde el principio hasta el final del proceso de solución, lo que permitirá no sólo la interpretación contextual de los resultados, sino vigilar el mantenimiento de la significancia del modelo durante el proceso de solución en éste (análisis-síntesis).

Los símbolos puestos sobre papel son los elementos más económicos para la construcción de modelos. Algunos de ellos, como las letras y los números, no se parecen en nada a los objetos originales, por ello "requieren un esfuerzo mental mayor, tanto para construirlos y manipularlos, como para aplicar la solución obtenida al problema original".[9] Por otra parte, en problemas complicados se deberá incorporar un mayor número de elementos considerados esenciales,

[8] *Idem*.

[9] Santiago López de Medrano, *Modelos matemáticos*, México, ANUIES/Trillas, Serie Temas Básicos, Área: Matemáticas, 1983, p. 24.

esto es, un mayor número de símbolos, lo que puede aumentar la dificultad en la construcción, manipulación e interpretación del modelo (concreto-abstracto).

Por supuesto que hay ciertos detalles del problema original que se olvidan al construir el modelo, consideramos sólo los que a nuestro jucio son los esenciales; sin embargo, la forma en que se nos ha planteado el problema ya supone esta simplificación (reducción), pues no se describe el ambiente completo que rodea a la situación, sólo se enuncian algunos elementos aislados del mismo (absoluto-relativo).

Por ello, muchas cosas pueden fallar en la solución abstracta, lo cual no quiere decir que ésta no tenga alguna utilidad; tomarla como guía, considerando las circunstancias que pueden favorecer o complicar la solución real, permite tomar las decisiones pertinentes. Al mismo tiempo, estaremos detectando las partes del modelo que se requieren ampliar o mejorar. Por otra parte, la construcción y acumulación de modelos lleva a la necesidad de desarrollar teorías para entender la estructura de diversos problemas y manejar de mejor manera los modelos, lo cual representa un mayor grado de generalidad en la abstracción. Con ello se abre la puerta a la creación de nuevos modelos y, por lo tanto, de nuevas soluciones a los problemas (teoría-práctica).

Usualmente se afirma que las matemáticas descansan en un número limitado de proposiciones elementales llamadas axiomas, de las cuales se derivan todas las demás únicamente mediante procesos de inferencia lógica y deducción; sin embargo, las matemáticas también requieren de la observación, de la experimentación, de la inducción, de la causalidad, pues surgen de la actividad de la mente humana, en un ejercicio continuo de introspección del mundo interior de los pensamientos, en relación con el mundo exterior de la realidad; tal relación es de una correspondencia "más o menos como una sombra con el objeto que la proyecta, o como la palma hueca de una mano que abraza el puño cerradode la otra"[10] (concreto-abstracto, inducción-deducción).

EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS, FORMACIÓN DE COMPETENCIAS Y METACOGNICIÓN

La literatura sobre el tema da cuenta de que el concepto de competencia identifica un *complejo integrado por al menos cuatro componentes: información,*

[10] James Joseph Sylvester, "El estudio que no sabe nada de la observación", en James R. Newman (comp.), *La forma del pensamiento matemático*, Barcelona, Grijalvo, Colección Hipótesis, 1974, pp. 5-20.

conocimiento (apropiación, procesamiento y aplicación de la información), habilidad y actitud o valor.[11]

Los documentos que hablan del desarrollo de competencias básicas en matemáticas,[12] demandan: manejo correcto del lenguaje (tanto del lenguaje español como del matemático), del cálculo aritmético y de las tecnologías de información; desarrollo de un pensamiento reflexivo; habilidades en el manejo de operaciones y procedimientos que llevan al entendimiento de los fenómenos a partir de procesos lógicos, deductivos-inductivos; capacidad para la creación de modelos aplicables a la resolución de problemas y a la toma de decisiones; madurez para abordar el reto de aprender a aprender; así como desarrollo de pensamiento crítico, creatividad, iniciativa, capacidad de evaluar riesgos y de tomar decisiones.

Considerando la tipología de competencias desarrollada por Ysunza y Benavides[13] –en la cual se distinguen las competencias informativas, colaborativas, comunicativas, cognitivas y metacognitivas–, reconocemos que la mayor parte de las competencias asociadas con el aprendizaje de las matemáticas son de tipo metacognitivo.[14]

Por metacognición se hace referencia al conocimiento de los mecanismos responsables del conocimiento, al "conocimiento de nuestras cogniciones".[15] Esto refiere al conocimiento de nuestras operaciones mentales (percepción, atención, memorización, lectura, escritura, comprensión, comunicación, entre otras): "qué son, cómo se realizan, cuándo hay que usar una u otra, qué factores ayudan o interfieren en su operatividad, etcétera".[16]

El desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje en las matemáticas es idóneo para lograr este conocimiento si se trata de conocer sobre la forma

[11] Véase Marisa Ysunza Breña, "Formación de competencias básicas en estudiantes universitarios", en *Evaluación: camino hacia la calidad educativa*, Congreso Educativo Internacional, marzo de 2008.

[12] Véase *Tuning Educational Structures in Europe,* 2000; Valery A. Gusev e Ildar S. Safuanov, *The Structure of Mathematical Abilities*, en PME26.

[13] Véase Marisa Ysunza y Lilia Benavides, "Análisis funcional de las competencias genéricas en el Tronco Interdivisional de la UAM-Xochimilco", en *Propuestas de aplicación de la educación basada en competencias en el sistema modular de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco* (en prensa).

[14] Alicia Colot Villarreal, "Metacognición y educación", *Revista de Filosofía*, Universidad Veracruzana, Colección Temas Selectos, ERGO, Nueva España, Xalapa-Veracruz, enero, 2005, pp. 70-74.

[15] A.L. Brown, "Knowing when, where y how to remember. A problem of metacognition", *Technical Report*, núm. 47, Bolt, Beranek and Newman, Inc., Cambridge, Mass., Universidad de Illinois, Urbana, Center for the Study of Learning, National Institution of Education, Washington, pp. 3-4.

[16] Javier Burón (s/f), *Enseñar a aprender: introducción a la metacognición*, *op. cit.*, p. 11.

de atender: a qué hay que atender, qué hay que hacer para atender, cómo se evitan las distracciones y qué medidas correctoras hay que tomar para controlarla; el planteamiento de problemas a resolver por medio de técnicas y herramientas matemáticas se dirige justo hacia ello, al llamar la atención del estudiante hacia los elementos relevantes que habrá de considerar para construir la solución al problema, enseñándole a distinguir los datos y relaciones relevantes a partir de la presentación contextual de los mismos.

No es necesario aprender a memorizar, aunque inevitablemente hacemos referencias a conocimientos matemáticos que deben haber sido adquiridos en cursos anteriores, con lo cual el alumno se hace consciente de cuán poco valor ha dado a los mismos en el momento de conocerlos y cuán descuidados están tanto su manejo como su registro en la memoria; con ello, el individuo se hace consciente de las limitaciones de su memoria y de los motivos por los que conviene recordar.

La lectura de problemas de aplicación matemática lleva al estudiante a un nivel de profundidad más allá que el de sólo conocer las palabras. La búsqueda de relaciones significativas, la interpretación de los conceptos a relacionar y la identificación de las preguntas que habrá de responder, lo hace reflexionar en qué tan hábil es para leer, cuál es la forma en que la comprensión de la lectura se le facilita, qué "trucos" emplea para interpretar aquello que lee en los términos requeridos para dar solución a las preguntas. Cuestiona así la misma coherencia de la lectura y lo fácil o difícil que le resulta ésta. Todo lo mencionado se refiere a la realización de una metalectura.

La misma lectura, pero también el desarrollo de conceptos, técnicas y métodos "en abstracto", lo lleva a la reflexión de otra actividad mental: la comprensión. Sin duda, enfrentarse al planteamiento de problemas matemáticos, teóricos o de aplicación, le da referencia de hasta qué punto comprende y lo lleva a cuestionar y aprender qué hay que hacer y cómo para comprender.

Aunque no es la principal actividad, inducir al estudiante a que justifique de manera verbal o escrita su procedimiento, o interprete sus resultados dentro del contexto en el que se ha dado el problema de aplicación, lo lleva a reflexionar respecto de cómo se logra la comunicación adecuada, evaluar si logra el objetivo, cómo logra expresar adecuadamente sus ideas, si requiere o no medidas correctoras para lograr una buena comunicación.

Más aún, en ciertos momentos el estudiante se da cuenta de que no sabe. Luego, pregunta, piensa, consulta, es consciente de los límites de sus conocimientos. Se da cuenta que debe hacer algo para salir de su situación.

Si se sabe qué se desea conseguir y se aprende cómo se consigue, evaluando las estrategias de actuación para identificar la más adecuada y eficaz, se entra en el aspecto de la autorregulación de la actividad mental que, según Brown *et al.*,[17] exige:

a) planificar la actividad mental antes de enfrentarse a una tarea,
b) observar la eficacia de la actividad iniciada y
c) comprobar los resultados para que el resultado final sea correcto.

Enseñar a autorregular la actividad mental es lo mismo que enseñar estrategias efectivas de aprendizaje, el desarrollo de la metacognición da como resultado saber aprender.

Es propósito del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas lograr en el alumno una actividad mental cognitivamente madura:[18]

1. conocimiento de los objetivos que se quieren alcanzar con el esfuerzo mental;
2. elección de estrategias para conseguirlo;
3. auto-observación de la ejecución para comprobar si las estrategias elegidas son las adecuadas;
4. evaluación de los resultados para saber hasta qué punto se han logrado los objetivos.

DIÁLOGO PARA APRENDER. EL HABLA Y LA ESCUCHA, LAS APLICACIONES

La formación que se pretende para los futuros profesionales está influida tanto por las competencias que los empleadores esperan que los graduados posean como por las que la institución educativa vislumbra como necesarias para incidir a largo plazo en el contexto y en el beneficio de la sociedad en su conjunto. Es entonces que la teoría y la práctica deben dialogar, lo concreto y lo abstracto deben ser puestos en común, lo macro y lo micro buscan encontrarse, lo absoluto se encuentra con lo relativo.

Esto mismo señala la importancia de establecer este diálogo mediante las aplicaciones de modelos, fórmulas y conceptos matemáticos a una realidad, a un contexto por conocer, con afán de hallar en ellos un apoyo a la comprensión del problema que interesa resolver y las técnicas o instrumentos para hacerlo. Invitar al individuo –que accede a contenidos matemáticos pero formado en otras disciplinas– a este diálogo, es invitarlo a hablar, es escucharlo.

[17] *Ibid.*

[18] J.H. Flavell, en Javier Burón (s/f), *Enseñar a aprender*..., *op. cit.*, p. 15.

Trabajar la enseñanza de las matemáticas atendiendo a sus aplicaciones en campos disciplinarios distintos refleja una apertura a escuchar las inquietudes del que quiere aprender de ellas. Estas inquietudes no son sino recursos explicativos que permiten, a cada individuo, conferirle sentido a sus acciones,[19] en este caso, conferir sentido a lo que aprende.

Así, en la construcción de modelos para la representación de problemas y situaciones propias de un campo de aplicación específico, la descripción estructurada que el mismo individuo hace de situaciones problema mediante elementos del lenguaje matemático, el reconocimiento de diferentes lógicas y formas de análisis de la situación a representar al compartir con otros estos modelos y descripciones, y el logro de consensos respecto de esta forma de representación y su significado mediante la argumentación, no sólo colaboran al desarrollo de competencias instrumentales, comunicativas y colaborativas,[20] sino que en su mismo procedimiento se elaboran los elementos que propician el diálogo entre pensamientos.

Este diálogo, a su vez, es una forma indiscutiblemente eficaz para evaluar las estrategias, propias y las de otros, al abordar la solución de problemas.[21] Así, al descubrir la utilidad y restricciones de las diversas propuestas de estrategia planteadas, el individuo conoce qué formas de actuación mental son más eficaces en cada situación, desarrolla entonces la metacognición.

EL ELEMENTO PRIMORDIAL PARA LOGRAR EL DIÁLOGO ES EL LENGUAJE

El empleo del lenguaje del propio individuo y el de la disciplina en la que quiere formarse, en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en particular o de cualquier otra disciplina, sin duda abre el diálogo, ya que al invitar al individuo a manifestar sus inquietudes, sus preguntas e ideas en términos que ya tienen significado para él, lo predisponemos a la escucha. Tenemos entonces la oportunidad de poner en común con el que nos habla y escucha, los significados que a su vez permitirán la coordinación de acciones y esfuerzos hacia un fin de común: el del aprendizaje, que se convierte en mutuo.

Reconocemos el aspecto relacional del lenguaje, pues la comunidad que comparte la ocasión de aprender evita que el individuo permanezca aislado en el esfuerzo de aprendizaje y le permite desarrollar su mundo no sólo intelectual sino también afectivo. Luego, debemos fomentar que el alumno

[19] Rafael Echeverría, *Actos del lenguaje. vol. I: La escucha*, Buenos Aires, Ediciones Granica, 2007, pp. 60-63.

[20] Véase Marisa Ysunza y Lilia Benavides, "Análisis funcional de las competencias...", *op. cit.*

[21] G. Polya, *Cómo plantear y resolver problemas*, México, Trillas, 1978.

se exprese en su propio lenguaje y en el de la disciplina en la que se está formando, así como que vaya adquiriendo el de las matemáticas, en conjunto con la comunidad que lo acompaña en este proceso. Sólo en la interacción adquirimos el lenguaje y podemos entonces apropiarnos de él. El acceso al lenguaje de las matemáticas provoca una recreación del individuo y genera en él un mundo interior diferente al que conoce, más estructurado. Afirma Echeverría[22] que "nuestra individualidad interior resulta a partir de una importación del lenguaje del espacio social".

El lenguaje también tiene la capacidad para generar el tipo de relaciones que queremos con los otros. Si lo que se pretende es generar una relación "mano a mano" para el logro del aprendizaje de las matemáticas, deberá ser claro mediante el diálogo el papel y compromiso que a cada uno –alumno y profesor– corresponde dentro del proceso. Cabe aquí la posibilidad de que la personalidad del profesor determine la independencia que logre de él su alumno para convertirse en un verdadero estudiante.[23] Las actitudes que el estudio de las matemáticas genere provienen del respeto que el profesor tenga de las capacidades y habilidades del individuo que como estudiante se presenta ante él, del reconocimiento de su individualidad.

Echeverría[24] también señala que el lenguaje vive en comunidad y que podemos reconocer comunidades más nutritivas, desde el punto de vista individual, al permitir el desarrollo de individualidades diferentes con potencialidades distintas. Afirmamos que la comunidad que se genera alrededor del aprendizaje de las matemáticas es una comunidad nutritiva. El proceso de enseñanza aprendizaje es exigente porque pretende sacar adelante todo lo que en potencia se encuentra dentro de cada individuo. La invitación que se le hace para reflexionar respecto de la validez de los procesos y lo correcto de las respuestas, para cuestionar los procesos en sí y para justificar la selección de los mismos, conlleva a una autorreflexión de sus propios procesos de pensamiento y aprendizaje, a una autovaloración de lo que se es o no capaz de realizar, a un reconocimiento de sus habilidades y conocimientos. Provoca, entonces, actitudes de descubrimiento y de diálogo interno. El individuo va construyendo así un espíritu crítico, un análisis reflexivo, un pensamiento creativo.

Es así que el lenguaje matemático, pero también el que se construye para dar a éste significado dentro de nuestra realidad, estructuran nuestro mundo y constituyen un horizonte de posibilidades.

[22] Rafael Echeverría, *Actos del lenguaje...*, *op. cit.*, p. 64.

[23] El vocablo alumno asume el papel de ser alimentado, "criado o educado desde su niñez por alguno". El vocablo estudiante refiere al "que se esfuerza por poner el entendimiento aplicándose a conocer algo", el que "observa y examina atentamente".

[24] Rafael Echeverría, *Actos del lenguaje...*, *op. cit*., p. 65.

Sin embargo, el mismo autor nos advierte que no existe validez en el habla que no es escuchada. Para poder determinar lo que al otro le interesa es fundamental haberlo escuchado antes de decir lo que queremos decir. Sólo escuchándolo podemos saber lo que realmente le interesa. Como una condición del habla efectiva, es indispensable escuchar para "colocar aquello que nos interesa [...] al interior de lo que le interesa al otro". Esta afirmación subraya la importancia que tiene conocer el campo disciplinario en el cual se quieren aplicar los conceptos, modelos, métodos y técnicas matemáticos para poder entender al otro, para poner en sus palabras los conceptos y términos del lenguaje que queremos aprenda, para establecer el diálogo, la relación y la comunidad para el aprendizaje.

Para interpretar lo que el otro dice, se procura captar el sentido de lo que está diciendo; en esta interpretación se activan *supuestos*, *prejuicios*, *opiniones previas*, *valoraciones* y *significados* –que se fundamentan en nuestra historia personal y la de la comunidad a la que pertenecemos–, todos ellos provocan grandes brechas en la comunicación y se convierten en grandes obstáculos para lograr el conocimiento; con ellos habrá que contender.

Sin embargo, estar conscientes de ello nos permite a los profesores –aunque también debería ser a los estudiantes– responsabilizarnos y hacernos cargo de dichas brechas. Los caminos para ello se ven reflejados en los mecanismos que se ponen en práctica en las clases para favorecer el desarrollo del pensamiento lógico-dialéctico; también indagando: pidiendo al que habla que nos proporcione más información para poder entender lo que habla, para escuchar mejor, respetando las diferencias.

Para formar a un individuo capaz de avanzar y hacerse responsable de su propio aprendizaje se debe fomentar el diálogo entre individuos, entre disciplinas. Se debe hacer uso del lenguaje. El lenguaje genera identidades, relaciones, compromisos, posibilidades, futuros diferentes, mundos distintos. Es este el fin de la enseñanza. El de la enseñanza de las matemáticas también.

MUNDO ACTUAL Y DIÁLOGO MEDIANTE LAS APLICACIONES

En la época actual, caracterizada por un cambio acelerado en casi todos los ámbitos y por el reconocimiento de la complejidad inherente a las situaciones, los problemas asumen nuevas características y requieren, para afrontarlos, algo más que la desagregación de procesos complejos en procesos operativos simples y la estructuración de soluciones mediante la identificación de una simplista causalidad lineal. El análisis de los problemas requiere ahora de un proceso de deconstrucción,[25] es decir, la fragmentación de situaciones o problemas en sus elementos, para reconstruirlas una y otra vez en formas distintas, de manera que –conservando sus propiedades fundamentales e inherentes– puedan ser visualizadas de diferente modo para su mejor análisis y comprensión. La complejidad considerada holísticamente y la no linealidad se vuelven materia común del trabajo profesional.

Debido a que los factores técnicos y ambientales para la realización del trabajo profesional ya no son los mismos, los profesionales requieren ahora competencias más genéricas que específicas, más sostenibles a largo plazo que a corto. Asimismo, su trabajo demanda la concertación entre disciplinas diferentes y no que sus actividades queden especializadas en asuntos particulares, como si éstos se encontraran aislados e inconexos.

En el área de conocimiento que nos ocupa en este trabajo –las matemáticas–, es de especial importancia no sólo el *saber-hacer*, que integra habilidades y conocimientos, sino también el *saber-hacer complejo*, resultante de la integración, de la movilización y del acomodo de un conjunto de capacidades, habilidades y conocimientos utilizados eficazmente en situaciones que se activan en un modelo sistémico y no simplemente lineal; así, se hace uso de un metaconocimiento procedimental y de numerosos conocimientos condicionales que permiten movilizar las capacidades estratégicamente.[26]

Esto señala que el propósito de la enseñanza de las matemáticas no debe circunscribirse al aspecto instrumental, sino dejar que adquiera su potencial al ser la disciplina idónea para desarrollar el pensamiento lógico dialéctico.

La representación y modelación de situaciones problema en términos de elementos del lenguaje matemático y la solución a las mismas, la *comprensión* de las analogías existentes en las formas de construcción de soluciones y operaciones entre campos matemáticos diferentes, de propiedades y relaciones con significado en los modelos matemáticos, de la concatenación que existe entre las interpretaciones que se dan a las entidades matemáticas en campos contextuales diferentes, amplían la comprensión de la situación problema y el lenguaje con el que puede ser representada. Todo ello nos lleva a la construcción de competencias no sólo cognitivas sino metacognitivas, base fundamental del concepto de aprender a aprender.

Es así que el nivel de conocimiento adquirido no sólo se dirigirá hacia lo empírico que subraya lo perceptual, operativo, de clasificación y relacional.[27] El

[25] El concepto "deconstrucción" ha sido planteado por Derrida para caracterizar a la época actual, llamada posmodernidad.

[26] François Lasnier, *Réussir la formation par compétences*, Guérin, 2000, pp. 158-184.

[27] Véase Javier Salazar Resines, *Modelos esquemáticos para la elaboración de planes de educación superior*, México, ANUIES, Serie: Investigación y Sistemas para la Planeación, 1979.

manejo de analogías entre campos donde los problemas se refieren a diferentes contextos –pero cuya estructura se configura con elementos y relaciones de naturaleza y comportamiento similares, por lo que pueden aplicarse los mismos modelos de solución– y la capacidad de formular la explicación dada a los fenómenos –sus causas, relaciones entre elementos que lo configuran, comportamiento ante modificaciones de elementos o relaciones–, llevan a la creación de hipótesis y nuevas entidades conceptuales, donde los instrumentos o procedimientos han sido sólo las herramientas para actuar sobre el objeto, o situación, con tal de conocerlo más.

La ampliación de las operaciones aprendidas por el alumno en los campos elementales de las matemáticas –como la aritmética y el álgebra elemental– hacia elementos en otros campos matemáticos –como el de las matrices, distribuciones de probabilidad, funciones de probabilidad, funciones derivadas–, permitirá que comprenda que la estructuración de representaciones cada vez más amplias y la elaboración de técnicas cada vez más poderosas no requiere sino la transferencia de conceptos que preservan las propiedades fundamentales de entidades matemáticas básicas.

También le permite reconocer que la modelación matemática es el instrumento para encontrar analogías entre diferentes campos de aplicación; con ello abre las puertas a la búsqueda de analogías entre conceptos y técnicas de solución entre disciplinas diversas, base para el trabajo interdisciplinario y para el correcto uso de técnicas de un campo de conocimiento en otro, con resultados significativos.

La reflexión (diálogo consigo mismo) que el individuo hace acerca del propio proceso que lleva a las analogías entre contextos para dar la explicación de las mismas, lo conduce al conocimiento de sus propias cogniciones, a la metacognición y, por ende, a la capacidad de aprender a aprender.

CONCLUSIONES

El proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas apunta al uso de una lógica dialéctica, en la que intervienen no sólo los conocimientos y habilidades sino la movilización de actitudes de descubrimiento y diálogo interno que construyen un espíritu crítico, un análisis reflexivo y un pensamiento creativo.

Para el desarrollo de competencias metacognitivas, tan importantes son los contenidos matemáticos como la forma en que se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje de los mismos, al mostrar aplicaciones dentro de la disciplina en la que se inscribe el proceso y la reflexión sobre ello.

Por la forma como construyen las soluciones a los problemas, las matemáticas apoyan el desarrollo de una "comunidad nutritiva" que se sustenta en el entendimiento mutuo por el diálogo logrado a partir de la creación de un lenguaje con significados puestos en común.

Las matemáticas permiten, a partir del desarrollo del pensamiento lógico dialéctico, el desarrollo de competencias metacognitivas, base fundamental para la capacidad de aprender a aprender.