



Índice de sitio para plantaciones forestales de *Pinus patula* en el Estado de México

Forest plantations site index for *Pinus patula* in Mexico State

Jonathan Hernández-Ramos¹, Adrián Hernández-Ramos^{2*}, Gustavo Ordaz-Ruiz³,
Guadalupe Geraldine García-Espinoza⁴, J. Jesús García-Magaña⁴ y Xavier García-Cuevas¹

¹ Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Chetumal. Othón P. Blanco, Quintana Roo, México.

² Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Saltillo. Saltillo, Coahuila, México.

³ Secretaría de Medio Ambiente del Estado de México. Probosque. Dirección de Restauración y Fomento Forestal. Departamento de Estudios Manejo Integral Forestal. Metepec, Estado de México, México.

⁴ Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Facultad de Agrobiología "Presidente Juárez". Uruapan del Progreso, Michoacán de Ocampo, México.

* Autor de correspondencia.
forestjonathanhdez@gmail.com

RESUMEN

La falta de herramientas silvícolas cuantitativas para clasificar la productividad de áreas arboladas en la planificación, gestión y aprovechamiento de plantaciones forestales comerciales (PFC) es un problema recurrente. El objetivo fue modelar el índice de sitio (*IS*) en función de la edad (*E*) mediante la inclusión de covariables para las PFC de *Pinus patula* en las regiones forestales VI y VII del Estado de México. Se utilizaron datos de 65 sitios de muestreo (250 m²) distribuidos en 90.8 ha de once PFC de entre 4 y 20 años, para ajustar con el software R® mediante efectos fijos y mixtos el modelo de crecimiento de Cieszewski y Bella (1989). La evaluación estadística se realizó mediante el cumplimiento de supuestos de regresión y los valores del sesgo medio (\bar{S}), sesgo en porcentaje ($\bar{S}\%$) y la raíz del error medio cuadrático (*REMC*). Se generaron curvas de crecimiento en altura dominante (*Ad*), incremento corriente y medio anual (ICA e IMA). El modelo cumple con los supuestos de regresión. Las diferencias en *Ad* están determinadas por la exposición topográfica en donde los terrenos con orientación Este y Norte son los más productivos. El \bar{S} , $\bar{S}\%$ y *RCME* fueron de -0.091 m, -0.358% y 2.4 m, respectivamente. Las curvas de crecimiento polimórficas a una edad base de 20 años describieron la *Ad* y se determinó el *IS* con clases de 19 m, 22 m y 25 m. El ICA máximo y turno técnico fueron a los seis y once años. Clasificar las PFC de acuerdo con su rendimiento y productividad maderable da pautas para su manejo silvícola.

PALABRAS CLAVE: altura dominante, crecimiento polimórfico, efectos mixtos, modelo de crecimiento, rendimiento maderable.

ABSTRACT

The lack of quantitative silvicultural tools to classify the productivity of forested areas in the planning, management, and use of commercial forest plantations (CFPs) is a recurring problem. The objective was to model the site index (SI) as a function of age (E) by including covariates for CFPs of *Pinus patula* in forest regions VI and VII of the State of Mexico. Data from 65 sampling sites (250 m²) distributed in 90.8 ha of eleven PFC between four and 20 years old were used to adjust the growth model of Cieszewski y Bella (1989) with the R® software using fixed and mixed effects. The statistical evaluation was performed by fulfilling the regression assumptions and the values of the mean bias (\bar{S}), bias in percentage ($\bar{S}\%$) and the root mean square error (*RMSE*). Growth curves for dominant height (*Ad*), current and mean annual increase (ICA and IMA) were generated. The model complies with the regression assumptions. The differences in *Ad* are determined by the topographical exposure where the lands facing East and North are the most productive. The \bar{S} , $\bar{S}\%$ and *RMSE* were -0.091 m, -0.358% and 2.4 m, respectively. Polymorphic growth curves at a base age of 20 years described the *Ad* and the *SI* was determined with labels of 19 m, 22 m, and 25 m. The maximum ICA and technical turn were at six and eleven years. Classifying CFPs according to their yield and timber productivity provides guidelines for their silvicultural management.

KEYWORDS: dominant height, polymorphic growth, mixed effects, growth pattern, timber yield.

INTRODUCCIÓN

La clasificación de la productividad de áreas arboladas con base en la altura dominante (Ad) es esencial para la gestión de rodales forestales de acuerdo con las diversas condiciones ambientales que influyen en el crecimiento, ya que permite identificar zonas óptimas para el establecimiento de plantaciones forestales (PF) (Torres y Magaña, 2001; Martínez-Zurimendi et al., 2015; Scolforo et al., 2016; Santiago-García et al., 2020).

El índice de sitio (IS) es una técnica útil para la clasificación de la productividad de terrenos con vocación forestal y su modelado se ha realizado con varios enfoques de ajuste y análisis. Se ha logrado predecir la dinámica de crecimiento de la Ad mediante máxima verosimilitud y el uso de modelos de efectos mixtos (MEM) para *Eucalyptus urophylla* S.T. Blake (Carrero et al., 2008). Mientras que, para *Tectona grandis* L. F. (Tamarit-Urias et al., 2014) y *Prosopis laevigata* Humb. et Bonpl. ex Willd (Galindo-Soto, et al., 2015) se han desarrollado sistemas de ecuaciones dinámicas con los enfoques de la diferencia algebraica generalizada (DAG) a partir de un MEM y diferencia algebraica (DA) mediante un método iterativo en la estimación de los parámetros del modelo empleado, respectivamente, para generar curvas de IS .

Se ha utilizado el ajuste por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y la metodología de curva guía para generar distintas tendencias de crecimiento de Ad (Martínez-Zurimendi et al., 2015). Sin embargo, Cosenza et al. (2017) emplean la técnica de redes neuronales y la inclusión de variables ambientales para definir la calidad de estación de los sitios forestales por la dimensión de Ad en distintos rodales de *Eucalyptus* sp.; mientras que, Castillo-López et al. (2018) proponen para *Pinus oaxacana* Mirov, *P. douglasiana* Martínez, *P. patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. y *P. pseudostrobus* Lindl. una función polimórfica, dinámica, invariable con la edad de referencia y con múltiples asíntotas al ajustar los parámetros globales y específicos del sitio con un método iterativo anidado en una estructura de IS de tipo DAG.

De igual manera, los MEM han sido una opción para explicar las diferencias en las dimensiones de Ad en distintas condiciones de crecimiento propiciadas por las variaciones climáticas (Scolforo et al., 2016), variables fisiográficas y particularidades edáficas de cada lugar en donde se desarrollan las especies (Sabatia y Burkhart, 2014). Además, ha sido una opción viable y eficiente para representar la dinámica del IS dentro de los rodales o plantaciones de acuerdo con los regímenes de precipitación de cada localidad o región (Scolforo et al., 2017).

De los métodos de ajuste de modelos para clasificar las áreas forestales de acuerdo con su rendimiento, el análisis bajo efectos mixtos ha demostrado una mayor flexibilidad (Scolforo et al., 2016). Esto es debido a que los resultados confieren mayor robustez estadística al corregir los problemas clásicos de heteroscedasticidad de la varianza en este tipo de ajustes al emplear distintas estructuras de correlación (Senilliani, Bruno y Brassiolo, 2019), o al proponer parámetros globales-locales y fijos-aleatorios para modelar el crecimiento en Ad (García-Espinoza et al., 2018).

En el Estado de México, entre 2000 y 2014 se registró una tendencia de incremento en la superficie donde se establecieron plantaciones forestales comerciales (PFC) con alrededor de 3070 ha (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales-Comisión Nacional Forestal [Semarnat-Conafor], 2015a; Ordaz-Ruíz et al., 2020). De la superficie establecida con PFC, en alrededor de 81% se ha utilizado el género *Pinus* (Semarnat-Conafor, 2015b; Probosque, 2019). Sin embargo, es evidente la falta de herramientas silvícolas cuantitativas actualizadas para la planeación, establecimiento, seguimiento de la supervivencia, manejo y aprovechamiento de estas plantaciones, lo que es un problema generalizado en la región por la diversidad de condiciones ambientales de las localidades donde se han establecido las PFC.

OBJETIVOS

Modelar la *altura dominante* en función de la *edad* mediante la inclusión de covariables para generar curvas de *índice de sitio* en las plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en las Regiones VI y VII del



Estado de México. El objetivo se planteó bajo la hipótesis de que la altitud y las condiciones climáticas y topográficas en donde están establecidas las PFC influyen de manera significativa en la dimensión de la *Ad* y determinan las tasas de incremento.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

Se ubica en las regiones forestales (*RF*) delimitadas por Probosque: “Coatepec Harinas” (R-VI) y “Valle de Bravo” (R-VII) del Estado de México (Probosque, 2019). La altitud varía de 2000 m a 2850 m, el clima es templado tipo *Cw2*: Templado subhúmedo y *CEw2*: Semifrío subhúmedo con temperatura media anual de 14.5 °C y 10 °C, respectivamente, con precipitación promedio de entre 1200 mm y 1500 mm y suelos tipo Andosol (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [Inegi], 2016).

Diseño de muestreo

Las PFC cubren una superficie de 90.8 ha distribuidas en once plantaciones de *P. patula* con edades de entre cuatro y veinte años. Se levantaron 65 unidades de muestreo rectangulares de 250 m² ubicadas de manera sistemática en las PF. En cada unidad de muestreo, se ubicaron seis árboles dominantes en altura (estrato vertical) y se determinó su edad a través de una consulta con los dueños o poseedores sobre la fecha de establecimiento de plantación, dato que se corroboró mediante la extracción de tres virutas por sitio y el conteo de anillos de crecimiento.

Para cada PF y unidad de muestreo se registraron la región forestal (*RF*: R-VI y R-VII), altitud (*Alt*: 2200 m a 2856 m), tipo de clima (*Clim*: templado subhúmedo [*Cw2*] y semifrío subhúmedo [*CEw2*]), exposición (*Exp*: norte, noreste, este, sureste, sur, suroeste, oeste y noroeste) y pendiente (7.5% < *Pend*. < 12.5%; 12.5% < *Pend*. < 17.5%; 17.5% < *Pend*. < 22.5%), además, en gabinete se calculó la densidad de árboles por sitio (*Dens*: 19 a 42 individuos por sitio).

Ajuste del modelo

En un primer análisis, se emplearon 390 pares de datos *Ad-Edad* para ajustar en el programa estadístico R® con la metodología de mínimos cuadrados no lineales (MC-NL) el modelo de crecimiento de Cieszewski y Bella (1989; ecuación 1)

$$Ad = \frac{a_1}{1+a_2 \cdot Edad^{-a_3}} \quad (1)$$

donde:

Ad: altura dominante (m)

*a*₁, *a*₂, *a*₃: parámetros por estimar mediante regresión (Cieszewski y Bella, 1989; Scolforo et al., 2016).

En un segundo enfoque de análisis bajo máxima verosimilitud, se empleó un MEM no lineal con la estructura mostrada en las ecuaciones 2 y 3 (Pinheiro y Bates, 1998; Fang y Bailey, 2001).

$$y_{ij} = f(\Phi_i, x_{ij}) + e_{ij} \quad (2)$$

$$\Phi_i = A_i \gamma + \beta_i b_i. \quad (3)$$

donde:

*y*_{*ij*}: *j*-ésima *Ad* de la *i*-ésima unidad muestral

*x*_{*ij*}: *j*-ésima medición de la edad tomada de *i*-ésima unidad muestral

Φ_i : vector de parámetros *r* × 1 (*r* es el número de parámetros en el modelo) específico para la *j*-ésima unidad muestral

f: función no lineal seleccionada previamente

*e*_{*ij*}: error aleatorio

γ : vector *p* × 1 de los parámetros fijos (*p*: parámetros fijos)

*b*_{*i*}: vector *q* × 1 de los parámetros aleatorios asociados con la *i*-ésima unidad (*q* es el número de parámetros aleatorios)

*A*_{*i*}: matriz de tamaño *r* × *p* para los efectos fijos y aleatorios específicos para la *i*-ésima unidad

β_i : matriz de tamaño *r* × *q* para los efectos fijos y aleatorios específicos para la *i*-ésima unidad

Las covariables que se incluyeron de manera individual en el segundo ajuste para el modelo de crecimiento de Cieszewski y Bella (1989) fueron: *RF, Alt, Clim, Exp, Pend* y *Dens*. Las cuales dentro de la estructura de la ecuación se incluyeron de manera aditiva en cada uno de sus parámetros de forma separada y la combinación entre ellos para ser ajustadas bajo el enfoque de MEM de la manera que se lista en las ecuaciones 4 a 9.

$$Ad = \frac{a_1 + a_{1i}}{1 + a_2 \cdot Edad^{-a_3}} \quad (4)$$

$$Ad = \frac{a_1}{1 + (a_2 + a_{2i}) \cdot Edad^{-a_3}} \quad (5)$$

$$Ad = \frac{a_1}{1 + a_2 \cdot Edad^{-(a_3 + a_{3i})}} \quad (6)$$

$$Ad = \frac{(a_1 + a_{1i})}{1 + (a_2 + a_{2i}) \cdot Edad^{-a_3}} \quad (7)$$

$$Ad = \frac{(a_1 + a_{1i})}{1 + a_2 \cdot Edad^{-(a_3 + a_{3i})}} \quad (8)$$

$$Ad = \frac{a_1}{1 + (a_2 + a_{2i}) \cdot Edad^{-(a_3 + a_{3i})}} \quad (9)$$

donde:

Ad: altura dominante (m)

a_{1i}, a_{2i}, a_{3i} : parámetros por estimar mediante regresión

a_1 : parámetro de inclusión del efecto aleatorio

Criterios estadísticos utilizados

Para elegir la estructura con la covariable aleatoria más adecuada para predecir la *Ad* en las PFC de *P. patula*, se verificó la significancia de sus parámetros a un nivel de confiabilidad de 95% ($\alpha = 0.05$), y los mayores valores en el coeficiente de determinación (R^2). De igual manera se contrastaron los valores en el Criterio de Información de Akaike (*AIC*): (Akaike, 1987; ecuación 10) y logaritmo de verosimilitud (Tamarit-Urias et al., 2014; Hernández-Ramos et al., 2015; Castillo-López et al., 2018; ecuación 11).

$$AIC = -2Ln\mathcal{E}[\hat{\theta}(k)] + 2k \quad (10)$$

$$(\log Lik): -2\log Lik = -2Ln\mathcal{E}[\hat{\theta}(k)] \quad (11)$$

donde:

$\mathcal{E}[\theta(k)]$: función de verosimilitud de las observaciones

$\hat{\theta}(k)$: estimación del máximo verosímil del vector de parámetros θ

K : número de parámetros independientes estimados dentro del modelo

Ln : logaritmo neperiano

Con base al criterio AIC, se selecciona el modelo que alcance el valor mínimo entre los comparados (Akaike, 1987).

Adicionalmente se verificó de manera gráfica el cumplimiento de los supuestos de regresión de normalidad en la frecuencia de los residuos, homocedasticidad en la distribución de los residuales *versus* los valores ajustados y la ausencia de autocorrelación de los errores (Littell et al., 2006; Sabatia y Burkhart, 2014; Cosenza et al., 2017). Además, para el ajuste seleccionado como el mejor se calcularon el sesgo medio (ecuación 12), el sesgo en porcentaje (ecuación 13) y el valor de la raíz del error medio cuadrático (ecuación 14).

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^n (Ad_{observada} - Ad_{estimada})}{\text{Número de observaciones}} \quad (12)$$

$$\bar{S}\% = \frac{\bar{S} \cdot 100}{Ad_{observada}} \quad (13)$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}} \quad (14)$$

donde:

Y_i y \hat{Y}_i : valores observados y predichos de la variable dependiente

n : número de observaciones

p : número de parámetros del modelo

Estos fueron utilizados como medida para evaluar las desviaciones del modelo (Murillo-Brito et al., 2017; Scolforo et al., 2017).



Construcción de curvas de altura dominante e incrementos

Con la estructura de MEM estadísticamente más robusta y la metodología de curva guía, se generaron curvas de crecimiento de tipos anamórfica y polimórfica, mismas que se sobrepusieron a los datos observados para elegir la que represente con mayor precisión la tendencia y dispersión de los datos observados (Salgado, 2011; Hernández-Ramos et al., 2014). Además, se calculó el incremento corriente (ICA; ecuación 15) y medio anual (IMA; ecuación 16), así como el turno técnico (ICA = IMA) (Cieszewski y Bella, 1989), de acuerdo con el procedimiento propuesto por Kiviste et al. (2002) y aplicado por Hernández-Ramos et al. (2014).

$$ICA = \frac{Ad_2 - Ad_1}{Edad_2 - Edad_1} \quad (15)$$

$$IMA = \frac{Ad}{Edad} \quad (16)$$

RESULTADOS

Al comparar los dos ajustes estadísticos resultado de los métodos de MC-NL y MEM, se observan parámetros significativos en ambos casos ($\alpha > 0.05$). Al emplear el enfoque de MEM e incluir la covariable de Exp en el parámetro a_1 (Tabla 1: ID-9) se obtiene el mejor incremento en el ajuste estadístico con ganancia de 5.15%, 34.79% y 35.27% en los valores del R^2 , AIC y $\log Lik$, respectivamente, así como una disminución promedio en los valores de error estándar de los parámetros (Ee). Por estas mejoras en los estadísticos, el enfoque de MEM fue el elegido (Tabla 1).

Es interesante mencionar que en la inclusión de los efectos aleatorios de las covariables en el parámetro a_2 de forma individual y en combinación con otros parámetros del modelo, en ningún caso superaron un nivel de significancia mayor del 0.05, los valores del R^2 disminuyeron y el error estándar se incrementó en comparación con los demás resultados, por tal razón, estos ajustes no se presentan en este estudio.

Al verificar el cumplimiento de los supuestos de regresión en la estructura ID-9 (ecuación 4; Tabla 1) no se observaron violaciones en ningún caso, ya que se identifica una distribución normal en la frecuencia en los residuales con forma de campana de Gauss (Fig. 1a), dispersión homocedástica de los residuales con respecto a los datos estimados (Fig. 1b) y valores menores a la unidad en la gráfica de autocorrelación parcial (Fig. 1c). Por lo tanto, la inclusión de la covariable relacionada a la exposición (Exp) dentro de la estructura de modelo de crecimiento de Cieszewski y Bella (1989) es estadísticamente robusta.

Al verificar la distribución de los efectos aleatorios del modelo, se pueden asumir de manera gráfica diferencias en la respuesta de crecimiento de la Ad debido a la influencia del tipo de exposición topográfica (Fig. 1d). Esta situación se ratifica al estimar los valores específicos en el parámetro a_1 para cada condición; N: 45.20986, NE: 38.36893, E: 47.71896, SE: 33.58718, S: 40.57744, SO: 40.04297, O: 34.03286 y NO: 40.54889. El sesgo medio y el sesgo en porcentaje fueron de -0.091 m y -0.358%, respectivamente, mientras que, la $REMC$ indica una desviación general de 2.4 m respecto del promedio.

Al despejar los parámetros del modelo de Cieszewski y Bella (1989), se obtienen las ecuaciones 17 y 18.

$$a_2 = a_1 / \left[1 + \left(\frac{a_1}{Ad} - 1 \right) / \left(Eb - a_3 \right) \cdot E^{-a_3} \right] \quad (17)$$

$$a_3 = a_1 / \left[1 + a_2 \cdot E^{-\left(\ln(a_1/Ad) - 1/a_2 \right)} \right] / \ln(Eb) \quad (18)$$

donde:

Ad : altura dominante

E : edad

Eb : edad base

a_1 , a_2 y a_3 : parámetros del modelo

TABLA 1. Ajuste estadístico y valor de los parámetros del modelo de Cieszewski y Bella (1989).

Ajuste	Covariable	ID	Parámetro de efecto	Parámetro	Estimación	Ee	Valor t	Pr > t	R ²	AIC	logLik
Mínimos cuadrados no lineales (MC-NL)		0	-----	a ₁	76.26678	25.412	3.001	0.0029	0.9258	1406.7	-699.4
				a ₂	78.19459	16.511	4.736	<0.0001			
				a ₃	1.14534	0.086	13.357	<0.0001			
Modelos de efectos mixtos (MIEM)	Altitud	1	a ₁	a ₁	23.77944	2.622	9.070	<0.0001	0.9600	931.4	-459.7
				a ₂	130.25611	52.699	2.472	0.0139			
				a ₃	2.19182	0.298	7.345	<0.0001			
	Altitud	2	a ₃	a ₁	53.84935	32.609	1.651	0.0995	0.9577	937.5	-462.7
				a ₂	77.43522	23.538	3.290	0.0011			
				a ₃	1.32489	0.239	5.548	<0.0001			
	Altitud	3	a ₁ y a ₃	a ₁	23.78470	2.624	9.063	<0.0001	0.9600	935.4	-459.7
				a ₂	130.13552	52.632	2.473	0.0138			
				a ₃	2.19112	0.298	7.343	<0.0001			
	Región Forestal	4	a ₁	a ₁	143.86114	246.841	0.583	0.5604	0.9210	964.2	-476.1
				a ₂	103.39445	155.064	0.667	0.5053			
				a ₃	0.96022	0.171	5.611	<0.0001			
Región Forestal		5	a ₃	a ₁	402.77030	1779.423	0.226	0.821	0.9373	959.9	-473.9
				a ₂	282.90940	1197.804	0.236	0.8134			
				a ₃	0.91270	0.144	6.346	<0.0001			
Región Forestal	6	a ₁ y a ₃	a ₁	143.89000	246.946	0.583	0.5604	0.9211	968.2	-476.1	
			a ₂	103.41310	155.133	0.667	0.5054				
			a ₃	0.96020	0.171	5.611	<0.0001				
Clima	7	a ₃	a ₁	170.23107	311.560	0.546	0.5851	0.9338	978.9	-483.5	
			a ₂	130.40011	211.708	0.616	0.5383				
			a ₃	0.96261	0.157	6.144	<0.0001				
	Clima	8	a ₁ y a ₃	a ₁	99.62080	110.809	0.899	0.3692	0.9221	984.7	-484.3
				a ₂	78.43403	69.504	1.128	0.2598			
				a ₃	1.01646	0.178	5.715	<0.0001			
Exposición	9	a ₁	a ₁	40.01089	6.200	6.454	<0.0001	0.9735	917.4	-452.7	
			a ₂	81.69565	9.014	9.063	<0.0001				
			a ₃	1.54408	0.126	12.264	<0.0001				
	Exposición	10	a ₃	a ₁	68.65277	26.344	2.606	0.0095	0.9724	917.8	-452.9
				a ₂	92.49107	21.789	4.245	<0.0001			
				a ₃	1.27800	0.118	10.845	<0.0001			
Exposición	11	a ₁ y a ₃	a ₁	39.99232	6.193	6.457	<0.0001	0.9735	921.4	-452.7	
			a ₂	81.69995	9.021	9.056	<0.0001				
			a ₃	1.54440	0.126	12.264	<0.0001				
Pendiente	12	a ₁	a ₁	49.71156	13.097	3.796	<0.0001	0.9419	967.8	-477.9	
			a ₂	63.89938	8.263	7.734	<0.0001				
			a ₃	1.29387	0.137	9.444	<0.0001				
	Pendiente	13	a ₃	a ₁	84.91420	49.583	1.713	0.0876	0.9400	966.9	-477.4
				a ₂	81.45933	32.686	2.492	0.0131			
				a ₃	1.11108	0.135	8.242	<0.0001			
Pendiente	14	a ₁ y a ₃	a ₁	49.71168	13.097	3.796	<0.0001	0.9419	971.8	-477.9	
			a ₂	63.89941	8.263	7.734	<0.0001				
			a ₃	1.29387	0.137	9.444	<0.0001				
Densidad	15	a ₁	a ₁	33.57645	4.546	7.386	<0.0001	0.9345	1096.2	-542.1	
			a ₂	54.23457	8.565	6.332	<0.0001				
			a ₃	1.48478	0.144	10.289	<0.0001				
	Densidad	16	a ₃	a ₁	52.61415	14.712	3.576	<0.0001	0.9355	1096.1	-542.1
				a ₂	53.72478	7.506	7.158	<0.0001			
				a ₃	1.19494	0.126	9.488	<0.0001			

Ee: error estándar. Pr>|t|: nivel de significancia > 0.05. R²: coeficiente de determinación. AIC: Criterios de información de Akaike. logLik: logaritmo de máxima verosimilitud.

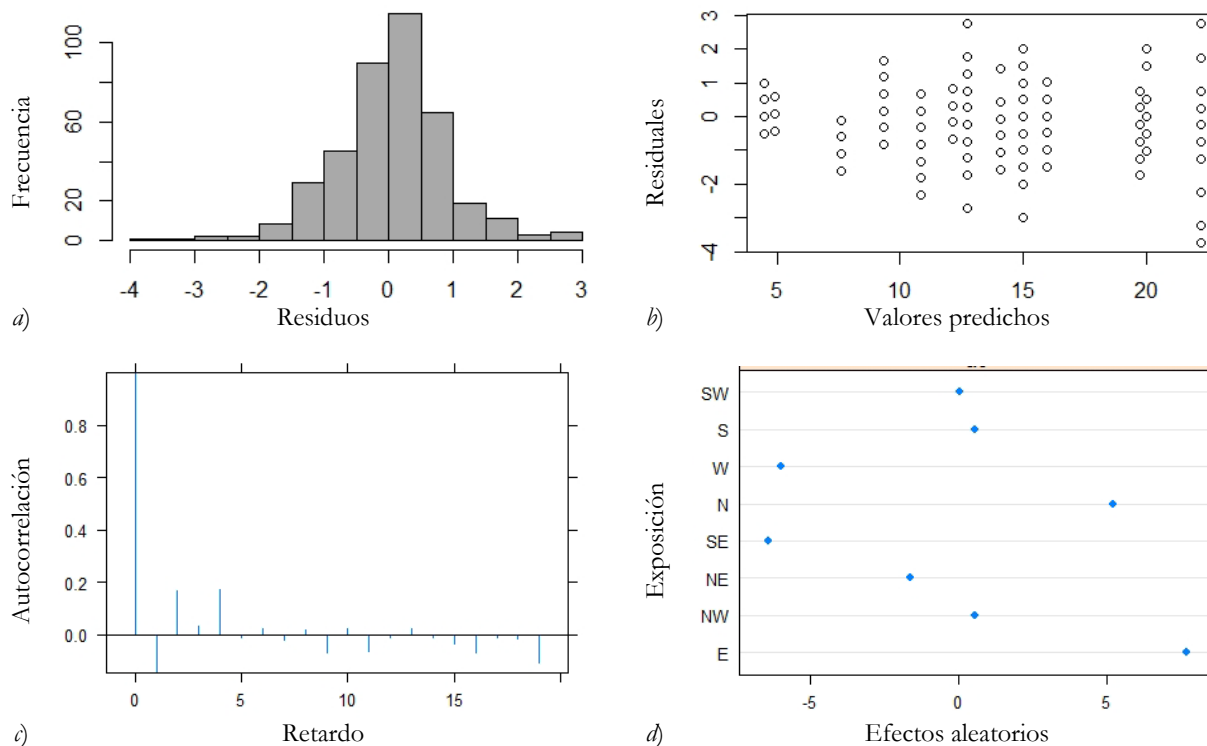


FIGURA 1. Pruebas gráficas de normalidad (a), homocedasticidad (b), autocorrelación (c) y distribución del valor del parámetro a_1 del modelo ajustado con efectos mixtos asociados a la covariable Exp (d).

Al sustituir en el modelo original, la expresión obtenida donde corresponde a cada parámetro para construir las curvas de crecimiento en Ad de acuerdo con la metodología de curva guía, se tiene una tendencia de tipo polimórfico al emplear la ecuación 19 para a_2

$$Ad = \frac{a_1}{1 + \left(\frac{a_1}{Ad} - 1 / E_b^{-a_3} \right) \cdot E^{-a_3}} \quad (19)$$

$$Ad = \frac{a_1}{1 + a_2 \cdot Edad \left(\frac{-a_1}{1 + a_2 \cdot E} \right)^{\frac{-\ln(a_1/Ad) - 1/a_2}{\ln(E_b)}}} \quad (20)$$

Con este tipo de curvas y a una edad base de 20 años se determinaron las clases de IS en 19 m 22 m y 25 m (Fig. 2 a y b). El despeje de a_1 no mostró tendencias acordes a la distribución de los datos y las curvas de crecimiento resultantes, al ser sustituido dentro del modelo original, no

se asimilar a la tendencia de la información analizada, razón por las que no fueron incluidas en el documento.

El análisis gráfico de la información indica que la tendencia de crecimiento de tipo polimórfico es la más adecuada para representar la distribución de la información en las PFC de *P. patula* en el Estado de México (Fig. 2a). De manera complementaria se observa que, al representar la tendencia de crecimiento de la Ad por condición de exposición de acuerdo con los parámetros específicos, se registra una asíntota distinta para cada una de ellas (Fig. 3). El incremento corriente anual máximo y el turno técnico (ICA = IMA) para la Ad de *P. patula* se alcanza a los seis y once años, respectivamente, con distinta dinámica o velocidad de incremento (Fig. 4).

DISCUSIÓN

La mejora en los resultados entre los dos métodos de ajuste analizados (*MC-NL* y *MEM*), mostró una reducción de los valores del error estándar en los parámetros, el incremento

de la explicación de la muestra (R^2) y la corrección de la autocorrelación de los errores al utilizar el enfoque de MEM dentro de la estructura del modelo de Cieszewski y Bella (1989). Esto concuerda con lo observado por García-Espinoza et al. (2018) y Castillo-López et al. (2018) al realizar este tipo de análisis para describir la Ad mediante los modelos de crecimiento de Chapman-Richards y

Bertalanffy-Richards, respectivamente, ambos al analizar distintas estructuras del error para corregir la autocorrelación. Sin embargo, el valor de la REMC fue superior (< 2.4 m) al obtenido por estos autores (< 1.4 m y < 1.9 m), lo cual se atribuye a que usaron datos basados en un análisis troncal, por lo cual tuvieron un mayor número de información disponible.

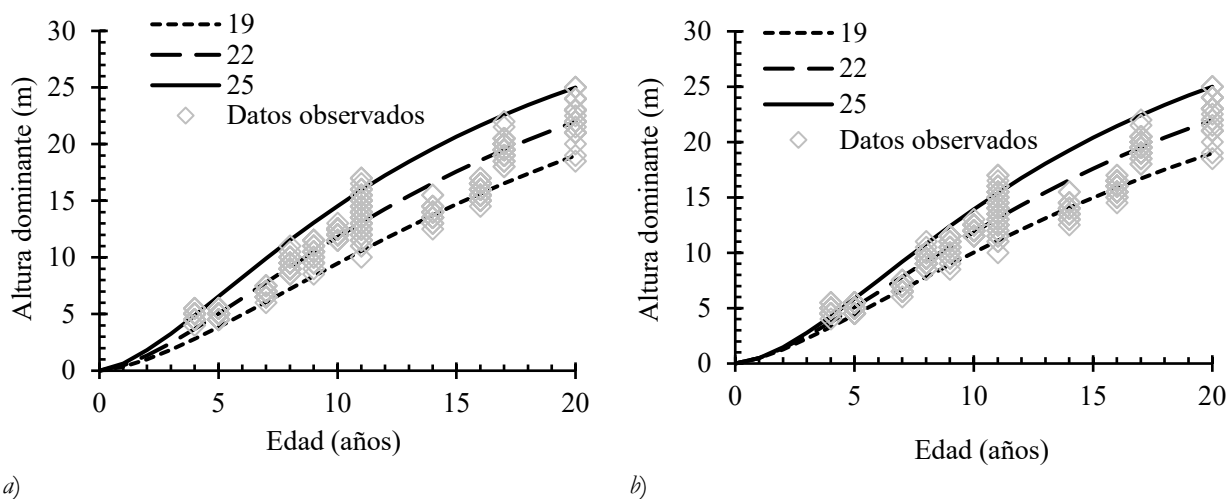


FIGURA 2. Curvas de crecimiento para tres clases de índice de sitio al despejarlos parámetros a_2 (a: polimórfico) y a_3 (b: anamórfico) para plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* en el Estado de México.

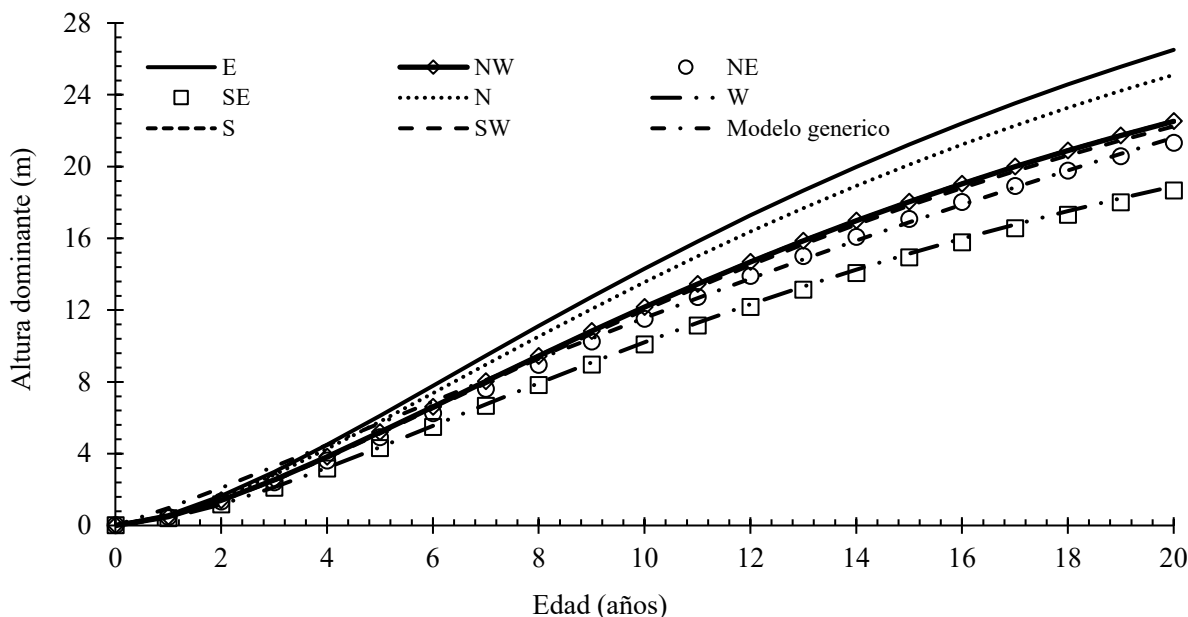
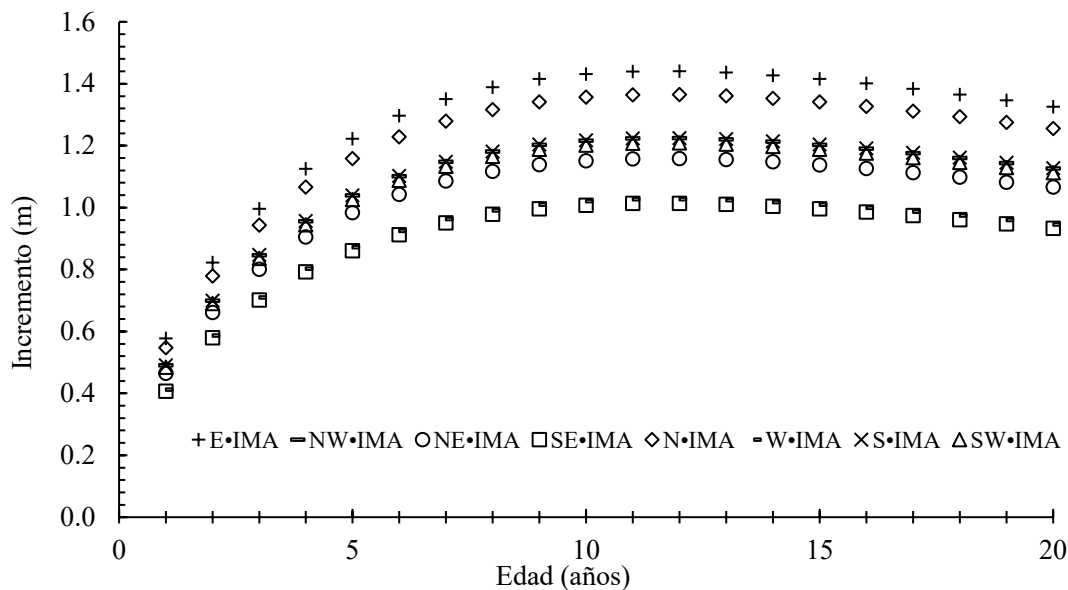
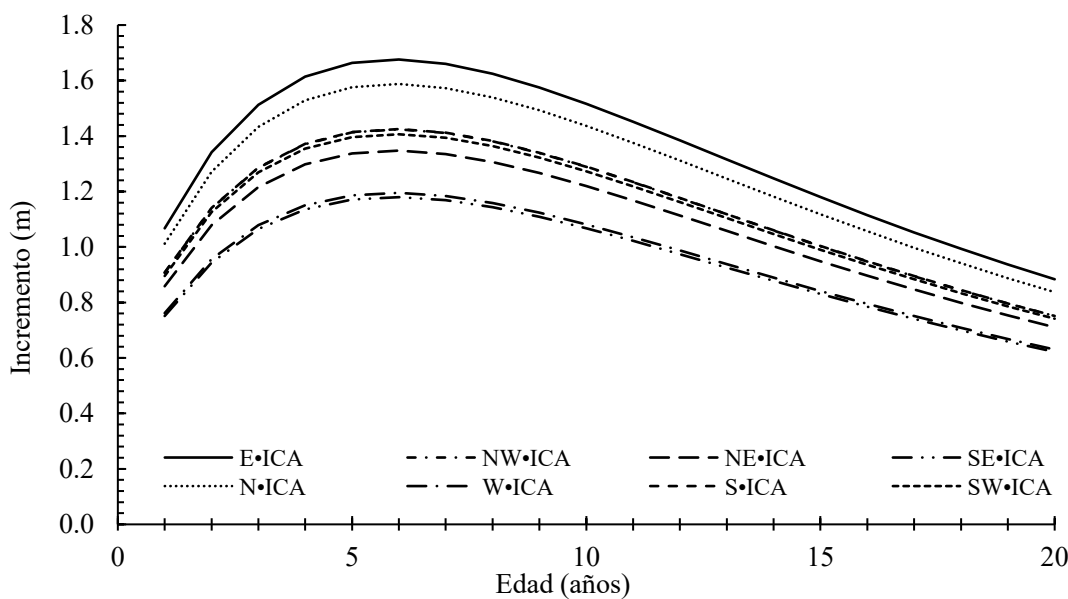


FIGURA 3. Tendencias del crecimiento en altura dominante de cada exposición para plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* en el Edo. de México.



a)



b)

FIGURA 4. Tendencias de incremento en IMA (a) e ICA (b) de cada exposición para plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* en el Edo. de México.

La tendencia polimórfica de crecimiento en las curvas de *Ad*, para cada clase de *IS* en PFC de *P. patula* en el estado de México (Fig. 2a), es semejante a la observada por Romo, Navarro, De los Santos, Hernández y Upton (2014) para plantaciones jóvenes de esta especie en Zacualpan, Veracruz; y por Santiago-García et al. (2015) y Palacios-

Cruz et al. (2020) para rodales naturales en Zacualtipán de Ángeles, Hidalgo.

Al contrastar las clases de *IS* obtenidos por Romo et al. (2014) y Santiago-García et al. (2015), el crecimiento en *Ad* registrado en este trabajo es superior a la edad de 20 años (*Eb*), posiblemente debido a la mayor productividad

de los sitios en donde se establecieron las PF, mientras que, para los rodales bajo manejo forestal la dimensión de la altura es inferior, situación que puede ser atribuible a los 30 años de gestión forestal que tiene el bosque analizado (Palacios-Cruz et al., 2020).

El enfoque de ajuste de MEM con el cual se pueden establecer parámetros específicos para cada condición, puede ser una opción eficiente para explicar las diferencias en la respuesta de la *Ad* con respecto a las características específicas del lugar de establecimiento y elegir el área con mayor productividad o rendimiento forestal maderable. Por ejemplo, Scolforo et al. (2017), a través de combinar información climática de precipitación, determinan el tipo de clon de eucalipto más apropiado para establecerlo en plantaciones; y Scolforo et al. (2016), a través de un modelo polimórfico modificado de tipo Von Bertalanffy-Richards con una sola asíntota, explican la respuesta de la *Ad* a las variaciones interanuales de precipitación, ambos en el sureste de Brasil.

Por su parte, Sabatia et al. (2014) resaltan la ganancia estadística de la aplicación de los MEM con respecto a los ajustes por MCO en este tipo de investigaciones. Además, estos mismos autores manifiestan que el empleo de covariables biofísicas dentro de los modelos de *Ad* mejora significativamente las predicciones, reduce el error y da cumplimiento a los supuestos de regresión, así como se puede contribuir a explicar la dinámica de crecimiento de esta variable. Sin embargo, se deja en evidencia que el uso fuera de los intervalos con los que fue construido el modelo puede arrojar resultados ilógicos al tratar de extrapolar la información, debido a las múltiples y dinámicas interacciones entre las variables biofísicas con el *IS*.

Las diferencias por exposición encontradas en la dinámica de crecimiento de la *Ad* para esta especie pueden ser explicadas debido a que *P. patula* prefiere lugares de mayor humedad para desarrollarse (Velázquez-Martínez, Ángeles-Pérez, Llanderal-Ocampo, Román-Jiménez y Reyes-Hernández, 2004). Además, concuerda con el hábitat ideal sugerido por Farjon et al. (1997), los cuales señalan que la especie se desarrolla de mejor forma en laderas con

exposición hacia el Atlántico, y en donde las exposiciones con orientación norte y este por lo general son las de mayor porcentaje de humedad y productividad en los bosques de pino distribuidos en el Eje Neovolcánico Transversal (Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático [Inecc], 2007; Sistema Nacional de Información Estadística y Geográfica [Snieg], 2016).

Las distintas tendencias de crecimiento en *Ad*, las clases de *IS* y los incrementos obtenidos pueden ser empleados como pauta para la gestión forestal de las plantaciones de *P. patula*, en un sistema de crecimiento y rendimiento maderable o como herramienta para clasificar áreas forestales de acuerdo con su productividad maderable en la región para obtener estimaciones más precisas y apegadas a las condiciones particulares de cada condición de crecimiento (Tamarit-Urias et al., 2014; Castillo-López et al., 2018). De igual manera, esta información podría ser de apoyo para definir turnos de corta en este tipo de cultivos forestales (Santiago-García et al., 2013; García-Espinoza et al., 2018).

La elección del lugar o condición para establecer una PF de cualquier especie es determinante para definir su posterior rendimiento maderable o tipo de manejo, ya que las condiciones particulares que propicia el sitio son fundamentales para el crecimiento y la velocidad de incremento medio y corriente de las especies (Pompa-García y Domínguez-Calleros, 2015; García-Aguilar et al., 2017).

En este sentido, y si se contrastan los resultados aquí obtenidos con los de García-Aguilar et al. (2017), quienes evaluaron el crecimiento en madera temprana y tardía, así como el turno técnico para *P. patula* en Ixtlán de Juárez, Oaxaca (ocho y diez años para alta y baja productividad); o con los valores de ICA (2.43 m) e IMA (3.16 m) estimados para estos cultivos en Perote, Veracruz por Martínez (2003) a la edad de 19 años, las plantaciones aquí evaluadas se encuentran en un sitio de baja productividad. Esta situación puede atribuirse a que fueron establecidas en condiciones distintas de crecimiento y a que en ellas las actividades de manejo forestal han sido pocas y no acordes con las necesidades de estos cultivos.



CONCLUSIONES

La inclusión de covariables para modelar el índice de sitio mejora estadísticamente los resultados, donde la exposición es un factor determinante para la altura dominante de cada plantación. Con tres clases de *IS* se representan adecuadamente las diversas tendencias de crecimiento de *Pinus patula* a la edad base de 20 años, donde se tiene un mismo turno (once años) pero un incremento en altura distinto en cada exposición.

REFERENCIAS

- Akaike, H. (1987). Factor analysis and AIC. *Psychometrika*, 52, 317-332. <https://doi.org/10.1007/BF02294359>
- Carrero, O., Jerez, M., Macchiavelli, R., Orlandoni, G., & Stock, J. (2008). Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. *Interciencia*, 33(4), 265-272.
- Castillo-López, A., Santiago-García, W., Vargas-Larreta, B., Quiñonez-Barraza, G., Solís-Moreno, R., & Corral Rivas, J. (2018). Modelos dinámicos de índice de sitio para cuatro especies de pino en Oaxaca. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(49), 1-25. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i49.185>
- Cieszewski, C. J., & Bella, I. E. (1989). Polymorphic height and site index curves for lodgepole pine in Alberta. *Canadian Journal of Forest Research*, 19, 1151-1160.
- Cosenza, D. N., Vieira S., A. A., Mazon A., A. E., Lopes S., A. A., Rode, R., Paulo S., V., & García L., E. (2017). Site classification for eucalypt stands using artificial neural network based on environmental and management features. *CERNE*, 23(3), 310-320. <https://doi.org/10.1590/01047760201723032352>
- Fang, Z., & Bailey, R. L. (2001). Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. *Forest Science*, 47, 287-300. <https://doi.org/10.1093/forestscience/47.3.287>
- Farjon, J. A., Pérez de la Rosa, J. A., & Styles, B. T. (1997). *Guía de campo de los pinos de México y América Central*. Royal Botanic Gardens, Kew.
- Galindo-Soto, J. E., Vargas-Larreta, B., Hernández, F. J., & Cruz-Cobos, F. (2015). Compatible dominant height - site index model for mesquite (*Prosopis laevigata* Humb. et Bonpl. ex Willd) in the semi-desert region of Durango. *Revista Chapingo Serie Zonas Áridas*, 16(1), 31-42. <https://doi.org/10.5154/r.rchsz.2015.10.16>
- García-Aguilar, J. A., Velasco-Velasco, V. A., Rodríguez-Ortiz, G., & Enríquez-del Valle, J. R. (2017). Influencia de la calidad de sitio sobre el crecimiento de una plantación de *Pinus patula* Schlttdl. et Cham. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(44), 2-23. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v8i44.108>
- García-Espinoza, G. G., Aguirre-Calderón, O. A., Quiñonez-Barraza, G., Alanís-Rodríguez, E., González-Tagle, M. A., & García-Magaña, J. J. (2018). Global-local and fixed-random parameters to model dominant height growth of *Pinus pseudostrubus* Lindley. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 25(1), 141-156. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2018.06.047>
- Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., García-Cuevas, X., Hernández-Ramos, A., Muñoz-Flores, H. J., & Samperio-Jiménez, M. (2015). Índice de sitio para bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el oriente del estado de Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 6(27), 24-37. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v6i27.278>
- Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., Olvera-Delgadillo, E. H., Velarde-Ramírez, J. C., García-Cuevas, X., & Muñoz-Flores, H. J. (2014). Índice de sitio para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Metztitlán, Hidalgo, México. *Revista Chapingo: Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 20(2), 167-176. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2013.04.016>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía [Inegi] (2016). *Conjunto de datos vectoriales de uso de suelo y vegetación, Escala 1:250 000, Serie VI (Capa Union). Catálogo de metadatos geográficos*. <http://www.conabio.gob.mx/informacion/gis/>
- Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático [Inecc] (2007). *Caracterización ambiental de México*. <http://www2.inecc.gob.mx/publicaciones2/libros/443/cap2.html> (1 enero de 2021)
- Kiviste, A., Álvarez G., J. G., Rojo, A. A., & Ruiz G., A. D. (2002). *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimenticia. Ministerio de Ciencia y Tecnología.
- Littell, R. C., Milliken, G. A., Stroup, W. W., Wolfinger, D. D., & Schabenberger, O. (2006). *SAS for mixed models*. SAS Institute Inc.
- Martínez B., A. (2003). Evaluación dasométrica de una plantación de *Pinus* spp. en Perote, Veracruz, México. *Foresta Veracruzana*, 5(1), 27-32.
- Martínez-Zurimendi, P., Domínguez-Domínguez, M., Juárez-García, A., López-López, L. M., De-la-Cruz-Arias, V., & Álvarez-Martínez, J. (2015). Índice de sitio y producción maderable en plantaciones forestales de *Gmelina arborea* en Tabasco, México. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 38(4), 415-425. <https://doi.org/10.35196/rfm.2015.4.415>

- Murillo-Brito, Y., Domínguez-Domínguez, M., Martínez-Zurimendi, P., Lagunes-Espinoza, L. C., & Aldrete, A. (2017). Índice de sitio en plantaciones de *Cedrela odorata* en el trópico húmedo de México. *Revista de la Facultad de Ciencias Agrarias- UNCUYO*, 49(1), 15-31.
- Ordaz-Ruiz, G., Hernández-Ramos, J., García-Espinoza, G. G., Hernández-Ramos, A., Delgado-Valerio, P., & García-Magaña, J. J. (2020). Relaciones alométricas para plantaciones de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en el Estado de México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 11(60), 97-119. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v11i60.705>
- Palacios-Cruz, D. J., De los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Fierros-González A. M., & Santiago-García, W. (2020). Sistema de crecimiento y rendimiento para evaluar sumideros de carbono en bosques de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. bajo aprovechamiento forestal. *Agrociencia*, 54(2), 241-257.
- Pinheiro, J. C., & Bates, D. M. (1998). *Model building for nonlinear mixed effects model*. Department of Biostatistics and Department of Statistics, University of Wisconsin.
- Pompa-García, M., & Domínguez-Calleros, P. A. (2015). Respuesta de madera temprana y tardía a la sequía en una conífera mexicana bajo dos condiciones ecológicas. *Ecosistemas*, 24(2), 37-42. <https://doi.org/10.7818/ECOS.2015.24-2.06>
- Protectora de Bosques del Estado de México [Probosque] (2019). *Sedemex: Segundo Estudio Dasonómico del Estado de México*. Gobierno del Estado de México.
- Romo G., D., Navarro G., H., De los Santos P., H. M., Hernández R. O., & Upton L., J. (2014). Crecimiento maderable y biomasa aérea en plantaciones jóvenes de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en Zacualpan, Veracruz. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(23), 78-91. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v5i23.343>
- Sabatia, C. O., & Burkhardt, H. E. (2014). Predicting site index of plantation loblolly pine from biophysical variables. *Forest Ecology and Management*, 326, 142-156. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2014.04.019>
- Salgado, J. (2011). ¿Cómo generar modelos de índice de sitio?. *Recursos Naturales y Ambiente*, 64, 28-31.
- Santiago-García, W., De los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R., Corral-Rivas, J. J., Rodríguez-Ortiz, G., & Santiago-García, E. (2015). Modelos de crecimiento y rendimiento de totalidad del rodal para *Pinus patula*. *Madera y Bosques*, 21(3), 95-110. <https://doi.org/10.21829/myb.2015.213459>
- Santiago-García, W., De los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R., Del Valle-Paniagua, D. H., & Corral-Rivas, J. J. (2013). Self-thinning and density management diagrams for *Pinus patula* fitted under the stochastic frontier regression approach. *Agrociencia*, 47, 75-89.
- Santiago-García, W., Jacinto-Salas, A. H., Rodríguez-Ortiz, G., Nava-Nava, A., Santiago-García, E., Ángeles-Pérez, G., & Enríquez-del Valle, J. R. (2020). Generalized height-diameter models for five pine species at Southern Mexico. *Forest Science and Technology*, 16(2), 49-54. <https://doi.org/10.1080/21580103.2020.1746696>
- Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales-Comisión Nacional Forestal [Semarnat-Conafor] (2015a). *Superficies de Plantaciones Forestales Comerciales Maderables establecidas (2000-2014)*. <http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/43/6022Superficies%20de%20plantaciones%20forestales%20comerciales%20maderables%20establecidas%20en%202000-2014.pdf>
- Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales-Comisión Nacional Forestal [Semarnat-Conafor] (2015b). *Principales Especies Maderables establecidas en PFC por Entidad Federativa (2000-2014)*. <http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/43/6019Principales%20especies%20maderables%20establecidas%20en%20PFC%20por%20Entidad%20Federativa%20en%202000%20-%202014.pdf>
- Scolforo, H. F., Castro N., F., Soares S., J. R., Burkhardt, H., McTague, J. P., Regis R., M., Araújo L., R., da Fonseca, S., & Cardoso S., R. (2016). Modeling dominant height growth of eucalyptus plantations with parameters conditioned to climatic variations. *Forest Ecology and Management*, 380, 182-195. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2016.09.001>
- Scolforo, H. F., Soares S., J. R., Stape, J. L., McTague, J. P., Burkhardt, H., McCarter, J., Castro N., F., Araújo L., R., & Cardoso S., R. (2017). Incorporating rainfall data to better plan eucalyptus clones deployment in eastern Brazil. *Forest Ecology and Management*, 391, 145-153. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2017.02.025>
- Senilliani, M. G., Bruno, C., & Brassiolo, M. (2019). Site index for *Prosopis alba* plantations in the semi-arid Chaco through mixed models. *CERNE*, 25(2), 195-202. <https://doi.org/10.1590/01047760201925022622>
- Sistema Nacional de Información Estadística y Geográfica [Snieg] (2016). *Catálogo de Tipos de Vegetación Natural e Inducida de México*. https://snieg.mx/DocumentacionPortal/Normatividad/vigente/cat_tem_gen_tipos_veg_oct2016.pdf
- Tamarit-Urias, J. C., De los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Ramírez-Maldonado, H., & Guerra-De la Cruz, V. (2014). Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia*, 48, 225-238.
- Torres R., J. M., & Magaña T., O. (2001). *Evaluación de plantaciones forestales*. Limusa, Noriega Editores.



Velázquez-Martínez, A., Ángeles-Pérez, G., Llanderal-Ocampo, T., Román-Jiménez, A. R., & Reyes-Hernández, V. (2004). Monografía de *Pinus patula*. Semarnat - Conafor - Colegio de Postgraduados.

Este documento se debe citar como:

Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., Ordaz-Ruiz, G., García-Espinoza, G. G., García-Magaña, J. J., & García-Cuevas, X. (2022). Índice de sitio para plantaciones forestales de *Pinus patula* en el Estado de México. *Madera y Bosques*, 28(2), e2822308. <https://doi.org/10.21829/myb.2022.2822308>

Manuscrito recibido el 13 de enero de 2021

Aceptado el 12 de junio de 2022

Publicado el 08 de diciembre de 2022



Madera y Bosques por Instituto de Ecología, A.C. se distribuye bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercialCompartirIgual 4.0 Internacional.