



Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el ejido Corona del Rosal, Nuevo León, México

Compatible taper-volume system for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in the Corona del Rosal ejido, Nuevo León, Mexico

Edgar Alan Flores Morales¹, Analí Celene Rodríguez Alemán¹, Oscar Alberto Aguirre Calderón^{1*}, Eduardo Alanís Rodríguez¹ y Gerónimo Quiñonez Barraza²

¹ Universidad Autónoma de Nuevo León. Facultad de Ciencias Forestales. Linares, Nuevo León, México.

² Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Valle del Guadiana. Durango, Durango, México.

* Autor de correspondencia
oscar.aguirrecl@uanl.edu.mx

RESUMEN

Una de las actividades más importantes en el manejo de los recursos forestales es la extracción de volumen maderable, siendo la variable de mayor importancia debido al valor económico que tiene. El objetivo del trabajo fue ajustar modelos de ahusamiento-volumen para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el ejido Corona del Rosal, municipio de Galeana, Nuevo León, México. Se emplearon 968 pares de datos de 82 árboles, provenientes de una medición no destructiva utilizando el dendrómetro Criterion RD1000[®]. El modelo segmentado de Fang resultó ser el más preciso para la especie, se obtuvo un coeficiente de determinación ajustado de 0.98 para el diámetro a diferentes secciones sobre el fuste y 0.97 para el volumen comercial; en los estadísticos raíz de error medio cuadrático y coeficiente de variación, el sistema superó a los modelos de Max y Burkhart y Parresol. La forma dendrométrica de neiloide a paraboloid presentó puntos de inflexión entre 6% y 9%, mientras que el cambio de paraboloid a cono ocurre entre 88% y 91% de la altura total. Los modelos fueron corregidos por autocorrelación y heterocedasticidad para disminuir el error estándar de los parámetros. Los resultados continuaron siendo favorables para el sistema Fang para predecir diámetros a cualquier altura y volumen a cualquier diámetro, lo que constituye un apoyo para la toma de decisiones en el desarrollo de las actividades forestales.

PALABRAS CLAVE: autocorrelación, coeficiente de determinación ajustado, coeficiente de variación, Criterion RD1000[®], heterocedasticidad, sesgo promedio.

ABSTRACT

One of the most important activities in the management of forest resources is the extraction of wood, this being the most important variable due to its economic value. The objective of the work was to adjust taper-volume models for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in the Corona del Rosal ejido in southern Nuevo León, Mexico. 968 pairs of data from 82 trees, coming from non-destructive measurement methods, were employed using the Criterion RD1000[®] dendrometer. Fang's segmented model turned out to be the most accurate for the species studied, obtaining an adjusted coefficient of determination of 0.98 for the diameter at different sections on the stem and 0.97 for the commercial volume; in the root mean square error and coefficient of variation statistics, the system surpassed the Max and Burkhart and Parresol models. The dendrometric shape from neiloid to paraboloid presented similar inflection points between 6% and 9%, while the change from paraboloid to cone occurs between 88% and 91% of the total height. The models were corrected for autocorrelation and heteroscedasticity to decrease the standard error of the parameters. The results continued to be favorable for the Fang system to predict diameters at any height and volume at any diameter, which constitutes a support for decision-making in the development of forestry activities.

KEYWORDS: autocorrelation, adjusted coefficient of determination, coefficient of variation, Criterion RD1000[®], heterocedasticity, average bias.

INTRODUCCIÓN

A escala mundial, uno de los elementos más importantes en la evaluación de recursos forestales es la determinación del volumen existente dentro de un rodal (Cailliez y Alder, 1980). Debido a la dificultad que existe en su medición directa, el volumen se estima en forma indirecta tomando solo una muestra representativa de árboles medidos por métodos destructivos y no destructivos (Alder, 1980). En la actualidad se está optando más por utilizar métodos no destructivos debido a la facilidad y ventajas que se tienen sin tener un impacto que afecte a los bosques, esto sirve tanto para la evaluación de las propiedades de los productos como para su cuantificación (García *et al.*, 2019).

A través de expresiones matemáticas como las funciones de ahusamiento y volumen comercial, esta variable se puede estimar de forma confiable (Prodan, Peters, Cox y Real, 1997). El ahusamiento de un árbol es el coeficiente de estrechamiento del diámetro a lo largo del fuste, por lo que es posible estimar el diámetro a cualquier altura y la altura a cualquier diámetro a través de una ecuación (Clutter, Fortson, Pienaar, Brister y Bailey, 1983; Corral, Chaidez y Sánchez, 1999). Una vez definida la ecuación de ahusamiento, es posible, mediante integración matemática, obtener estimaciones del volumen total o parcial del fuste a cualquier límite de longitud o diámetro mínimo deseado (Lynch, Chang y Chandler, 1992).

Las ecuaciones de ahusamiento van desde funciones simples (Demaerschalk, 1972; McTague y Bailey, 1987; Zakrzewski y MacFarlane, 2006) hasta complejas, como las funciones segmentadas (Max y Burkhart, 1976; Fang *et al.*, 2000; Jiang, Brooks y Wang, 2005; Hernández-Ramos, Hernández-Ramos, García-Cuevas, Martínez-Ángel, Tamarit Urias y García Espinoza, 2018). Las funciones de ahusamiento simples describen con menor precisión el perfil del fuste, mientras que las funciones segmentadas proporcionan estimaciones de diámetros con sesgos menores en la mayor parte del fuste y son más precisas para estimar el volumen total y comercial, por lo que se hace indispensable ajustar el modelo para distribuir de forma porcentual el volumen comercial. Por otra parte, permiten

describir los tipos dendrométricos del árbol: neiloide en la sección inferior, cilindro o paraboloides en la sección media y cónica en la sección superior (Martínez-Ángel, De los Santos Posadas, González, Cruz-Cobos y Quiñones-Barraza, 2019). Si bien, ya se han desarrollado modelos de ahusamiento para algunas especies y regiones de México, aún falta generar modelos para especies de interés comercial como *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el sur de Nuevo León.

Pinus pseudostrobus Lindl. destaca por el valor comercial de su madera en el mercado, la cual es considerada de buena calidad y se utiliza, principalmente, para el aserrío (Estrada *et al.*, 2014). Al igual que otras especies, su distribución es muy amplia dentro del territorio nacional (Flores-Morales, Aguirre-Calderón, Quiñónez-Barraza, González-Tagle y Jiménez-Pérez, 2019).

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción del área de estudio

El ejido Corona del Rosal se ubica en el municipio de Galeana, al sur del estado de Nuevo León. Administrativamente se encuentra dentro del área de influencia del Distrito de Desarrollo Rural Galeana y pertenece a la Unidad de Manejo Forestal (UMAFOR) 1901 (Fig. 1).

La altitud promedio del ejido Corona del Rosal es de 1620 m s.n.m.; los puntos con mayor altitud se encuentran en parajes conocidos como "El Infiernillo", "Las Bancas" y "La Zacatosa", que alcanzan hasta 3160 m s.n.m. (Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 1 [UCDF], 1996).

El área presenta un clima templado con verano cálido, la temperatura media anual varía entre 12 °C y 18 °C, mientras que la temperatura del mes más frío oscila entre -3 °C y 12 °C. El régimen de lluvias es escaso la mayor parte del año, con un porcentaje de lluvias invernales menor a 18% con respecto al total anual (UCDF, 1996).

Predominan los suelos someros, mismos que se encuentran en diversos grados de asociación, entre los que se distinguen los grupos Litosol, Rendzina y Regosol con una clase de textura media (UCDF, 1996).

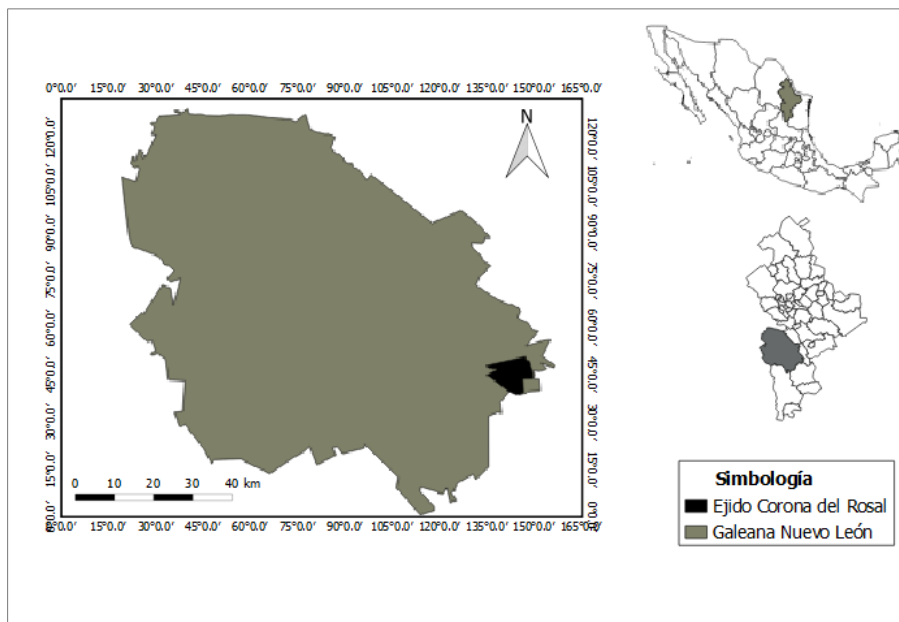


FIGURA 1. Ubicación del área de estudio.

Variables utilizadas para el ajuste en los modelos

Las variables utilizadas se presentan a continuación:

d = diámetro a una altura determinada (cm)

D = diámetro normal (cm)

h = altura (m), desde la base del árbol hasta el punto donde se alcanza un diámetro dado

H = altura total del árbol (m)

Vt = volumen total del fuste (m³)

Vc = volumen comercial (m³), a un diámetro dado

Caracterización de la base de datos

La base de datos utilizada fue de 968 mediciones de diámetro a diferentes alturas obtenida de 82 árboles para *P. pseudostrabus*. Estos datos provienen de mediciones hechas con el dendrómetro RD1000®, los árboles fueron seleccionados de acuerdo con las características diamétricas del área de estudio, se consideró cubrir todas las categorías existentes.

Para la toma de datos se midió cada ejemplar con el dendrómetro para obtener sus diámetros a diferentes alturas. La primera a la altura mínima posible de corte del tocón; se tomaron tres secciones hasta llegar al diámetro normal (1.30 m), las dos primeras de 30 cm de altura y la

tercera de 70 cm. Posteriormente, se obtuvieron secciones de 2 m de longitud de manera subsecuente hasta la punta del árbol. Por individuo, se midió el diámetro normal, la longitud total y de cada sección los diámetros y las longitudes. Los volúmenes de las trozas se calcularon con la fórmula de Smalian (1) y la parte final con la del cono (2)

$$V = \frac{S1 + S2}{2} * h \quad (1)$$

$$V = \frac{Sb * h}{3} \quad (2)$$

Donde:

S1 = superficie menor (m²)

S2 = superficie mayor (m²)

Sb = superficie de la base (m²)

h = longitud (m)

V = volumen (m³)

En la tabla 1 se presenta el resumen general de las variables de la base de datos usada en el ajuste de los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial, el cual presenta los estadísticos descriptivos.

TABLA 1. Valores de los estadísticos descriptivos de la base de datos utilizada de *Pinus pseudostrobus*.

	<i>H</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>D</i>	<i>V_c</i>	<i>V_t</i>
N	82	968	968	82	968	82
MIN	8.40	0	0.30	14.90	0.0068	0.0945
MAX	30.70	78.80	28.20	66.60	6.1693	6.1693
MED	20.02	30.28	8.99	41.56	1.1065	1.6691
DESV	4.63	17.62	7.07	15.27	1.1639	1.3828
EST						

N= número de datos a utilizar por cada variable, MIN= mínimos, MAX=Máximos, MED=media, DESV EST= desviación estándar, H= altura total, d= diámetro a una altura dada, h= altura a un diámetro dado, D= diámetro normal, *V_c*= volumen comercial y *V_t*= volumen total.

Se examinaron los gráficos de dispersión entre diámetro relativo y altura relativa que son, respectivamente, el cociente entre el diámetro *d* a la altura *h* y el diámetro normal *D*, y el cociente entre *h* y la altura total *H* del árbol, así como el de volumen acumulado para la detección de datos atípicos, ya que puede haber errores en la toma de información (Martínez-Ángel *et al.*, 2019; Gómez-García *et al.*, 2016). A continuación, se muestra el comportamiento entre diámetro relativo (*d/D_n*) y altura relativa (*h/H*) y del volumen acumulado respecto a la altura del fuste sin información errónea y tendencia lógica (Fig. 2).

Modelos utilizados

Se usaron los modelos segmentados de ahusamiento (*d*) y volumen comercial (*v_c*) ajustados como sistema compatible, desarrollados por Fang *et al.* (2000), Max y Burkhart (1976) y Parresol, Hotvedt y Cao (1987), estos se han utilizado en gran medida en diferentes investigaciones como la de Tamarit-Urias, Rojas-Díaz, Quiñonez-Barraza, Ordoñez-Prado y Monárrez- González (2017), ya que son los que presentan los mejores resultados (Tabla 2).

Método de ajuste

El ajuste estadístico se realizó con la técnica de regresión aparentemente no relacionada (SUR) con el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® (Statistical Analysis System Institute Inc., 2013), ya que proporciona una mejor estimación y reduce el error estándar de los parámetros para un sistema de ecuaciones; además permite

la compatibilidad total dentro del sistema (Tamarit-Urias *et al.*, 2017; García *et al.*, 2019; Martínez-Ángel *et al.*, 2019).

Estadísticos para medir el ajuste de los modelos

Los estadísticos y criterios que se emplearon para la selección y comparación de los modelos son los siguientes: raíz del error medio cuadrático (REMC), coeficiente de variación (CV, %), coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), sesgo promedio absoluto (\bar{E}), criterio de información Akaike (AIC) y análisis gráfico de residuales (Hernández-Ramos *et al.*, 2017a; López, Molina, Barrios y Aguirre (2018) (Tabla 3).

Autocorrelación y heterocedasticidad

Para corregir la autocorrelación se aplicó un modelo autorregresivo de tiempo continuo (CAR (*X*)) en el componente de ahusamiento, que considera la distancia entre mediciones de la altura comercial en cada árbol (Quiñonez-Barraza, García-Espinoza y Aguirre-Calderón, 2018; Bautista, 2016), la expresión es:

$$e_{ij} = d_1 y_1^{h_{ij}-h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 y_2^{h_{ij}-h_{ij-2}} e_{ij-2} + E_{ij}$$

Donde:

e_{ij} = *j*-ésimo residual ordinario en el árbol *i*

d_i = 1 para *j* > 1; d_1 = 0 para *j* = 1

y_1 = parámetro autorregresivo de orden *i*

$h_{ij} - h_{ij-1}$ = distancia de separación entre la *j*-ésima observación y la observación previa dentro de cada árbol

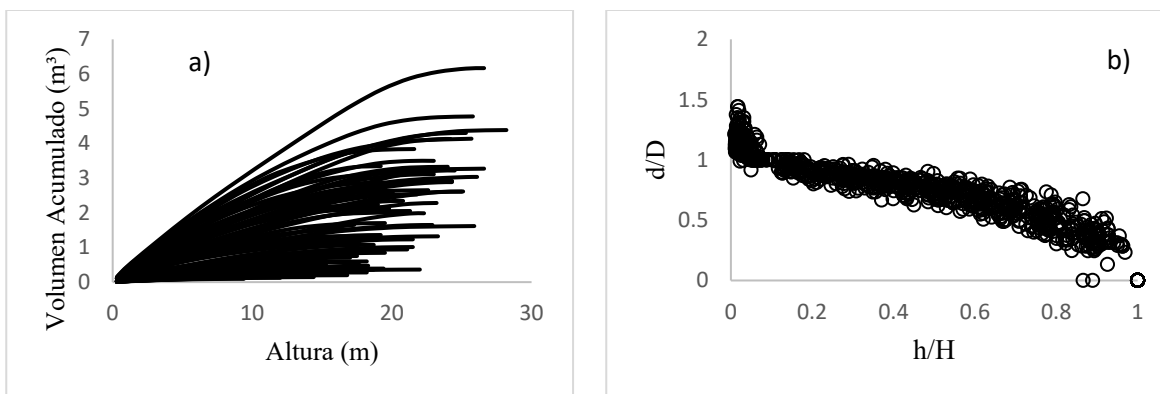


FIGURA 2. Volumen acumulado respecto a la altura del fuste de la especie en estudio (a) y diámetro relativo (d/Dn) contra altura relativa (h/H) (b).

TABLA 2. Sistemas de ahusamiento y volumen ajustados para *Pinus pseudostrobus* Lindl.

Ecuación de ahusamiento	Ecuación de volumen comercial
<p>Fang <i>et al.</i> (2000)</p> $d = c_1 \left[H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]^{1/2}$ <p>donde $\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$</p> $R_0 = (1 - H_B/H)^{K/\beta_1} R_1 = (1 - P_1)^{K/\beta_1}$ $R_2 = (1 - P_2)^{K/\beta_2} \beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$	$C_1 = \left(\frac{\alpha^0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(R_0 - R_1) + \beta_2(R_1 - \alpha_1 R_2) + \beta_3 \alpha_1 R_2} \right)^{1/2}$ $\alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{K(\beta_2 - \beta_1)}{\beta_1 \beta_2}} \quad \alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{K(\beta_3 - \beta_2)}{\beta_2 \beta_3}}$ $V_c = C_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[\beta_1 R_0 + (I_1 + I_2) + (\beta_2 - \beta_1) R_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2) \alpha_1 R_2 - \beta (1 - q)^{\frac{k}{\beta}} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2} \right]$
<p>Max y Burkhart (1976)</p> $d = D \left[\frac{\beta_1(q-1) + \beta_2(q^2-1) + \beta_3(P_1-q)^2 I_1}{\beta_4(P_2-q)^2 I_2} + 1 \right]^{1/2}$ <p>donde $\begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } q \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$</p> $q = HM/H$	$V_c = kD^2 H \left\{ \frac{\beta_2}{3} (q^3 - z_1^3) + \frac{\beta_1}{2} (q^2 - z_1^2) - (\beta_1 + \beta_2)(q - z_1) - \frac{\beta_3}{3} [(p_1 - q)^3 J_1 - (p_1 - z_1)^3 K_1] - \frac{\beta_4}{3} [(p_2 - q)^3 J_2 - (p_2 - z_1)^3 K_2] \right\}$ <p>donde $\begin{cases} J_1 = 1 \text{ si } q \leq p_1; J_2 = 0 \text{ si } q > p_2 \\ K_1 = 1 \text{ si } z_1 \leq p_1; K_2 = 0 \text{ si } z_1 > p_1 \end{cases}$</p>
<p>Parresol <i>et al.</i> (1987)</p> $d = D \sqrt{X^2(\beta_1 + \beta_2 X) + (X - p_1)^2 [\beta_3 + \beta_4(X + 2p_1)I_1]}$ <p>donde $I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$</p>	$V_c = kD^2 H \left\{ \left[\frac{\beta_2 + \beta_4 I_1}{4(X^4 - z_b^4)} \right] + \left[\frac{\beta_1 + \beta_3 I_1}{3(X^3 - z_b^3)} \right] + \left[\frac{2\beta_1(p_1 I_1) + (2p_1 \beta_4)}{2(X^2 - z_b^2)} \right] + \left[(p_1^2 I_1 \beta_3) + (2p_1 - \beta_4)(X - z_b) \right] \right\}$

D = diámetro normal (m); d = diámetro (cm) a la altura HM (m) desde el nivel del tocón; H = altura total de los árboles (m); H_B = altura del tocón (m); V_c = Volumen comercial (m³) k = π/40000; z_b = (H-h_b)/H; z₁ = h_b/H; α₀, α₁, α₂, β₁, β₂, β₃, β₄, P₁, P₂ son parámetros que serán estimados por el sistema; I variable indicadora.

TABLA 3. Estadísticos evaluados para la selección de la ecuación de mejor ajuste.

<i>Estadístico</i>	<i>Expresión matemática</i>
Raíz del error cuadrado medio (REMC)	$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$
Coefficiente de variación (CV)	$CV = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{\bar{Y}}\right)^2}{n - 1}} \times 100$
Coefficiente de determinación Ajustado (R²_{Adj})	$R^2_{adj} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \left(\frac{n - 1}{n - p}\right)$
Sesgo promedio absoluto (\bar{E})	$\bar{E} = \left \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \right $
Criterio de información de Akaike (AIC)	$AIC = n \ln \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n \right] + 2p$

Y_i, \hat{Y}_i, \bar{Y} son los valores observados, estimados y promedio del ahusamiento (d) y volumen comercial (Vc) respectivamente, n es el número total de observaciones para el ajuste de los sistemas Y_i , p es el número de parámetros del sistema.

Para corroborar la corrección de autocorrelación, se examinaron los resultados de la prueba de Durbin-Watson (DW); valores pequeños indican alta correlación positiva (cerca de cero); con próximos a 4, los residuos son correlacionados negativamente; lo deseable es que los valores sean cercanos a 2, es decir que los residuos son independientes (Quiñones- Barraza *et al.*, 2014; Pérez, 2003; Linnell, 1996; Draper y Smith, 1998).

El problema de heterocedasticidad del ahusamiento y volumen comercial fue corregido con una función de potencia de la varianza del residual $\sigma_i^2 (D^2 H)^\emptyset$ con el D y la H como variables independientes (Crecente-Campo, Rojo y Diéguez-Aranda, 2009). El valor \emptyset se obtuvo por el método sugerido por Harvey (1975), que consiste en el uso del error estimado de modelo sin pesos $\hat{\epsilon}_i$ como la variable dependiente en la varianza del error del modelo $\hat{\epsilon}_i^2 = \emptyset_0 (D^2 H)^{\emptyset_1}$.

RESULTADOS

Los estadísticos y los resultados de la prueba de Durbin-Watson (DW) obtenidos del ajuste simultáneo para las

ecuaciones ahusamiento y volumen comercial se presentan en la tabla 4.

Los modelos de Fang, Borders y Bailey (2000) y Max y Burkhardt (1976) presentaron resultados similares con una R^2_{adj} de 0.97 para el volumen, mientras que para el modelo de ahusamiento tuvo mejor ajuste el modelo de Fang *et al.* (2000) con una R^2_{adj} de 0.98. Después de la corrección por auto correlación, los resultados de la prueba Durbin-Watson fueron similares, por lo que se asume que los modelos no presentan autocorrelación, la RCME y el sesgo se mantuvieron pequeños de manera similar para los tres modelos.

La tabla 5 muestra los valores de los parámetros y de los puntos de inflexión ($p1$ y $p2$). Para el primer sistema (Fang *et al.*, 2000) $p1$ ocurre a 6.1% de la altura mínima del tocón y $p2$ ocurre a 91% de la altura relativa sobre el fuste. Para el modelo de Max y Burkhardt (1976), los segmentos se presentan a 9% para $p1$ y $p2$ se fijó a 88% para lograr una convergencia en el sistema. El modelo de Parresol *et al.* (1987) solo cuenta con un punto de inflexión lo cual lo explica 65% de la altura relativa.

TABLA 4. Valores de los estadísticos de las ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen ajustadas para *Pinus pseudostrobus*.

Sistema	Variable	REMC	CV	R ² adj	Sesgo	AIC	DW
1	Vc	0.17	15.33	0.97	0.02	-3392.47	1.80
	d	2.12	6.93	0.98	0.24	1465.26	
2	Vc	0.17	15.49	0.97	0.03	-3355.72	1.85
	d	2.22	7.27	0.96	0.17	1547.66	
3	Vc	0.49	43.50	0.81	0.11	-1355.31	1.83
	d	3.18	10.51	0.96	0.07	2251.25	

Sistema = 1) Fang et al. (2000), 2) Max y Burkhart (1976), 3) Parresol (1987); Vc= Volumen comercial; d= Diámetro a una altura dada; RCME= Raíz cuadrado medio del error; CV= Coeficiente de variación; R²adj= Coeficiente de determinación ajustado; AIC= Criterio de Akaike; DW= Prueba durbin-Watson.

TABLA 5. Valores de los parámetros de las ecuaciones compatibles de ahusamiento-volumen ajustadas para *Pinus pseudostrobus*.

Parámetro	1			2			3		
	Estimador	EE	Pr > t	Estimador	EE	Pr > t	Estimador	EE	Pr > t
α_0	0.000067	0.0000048	< 0.0001						
α_1	1.904765	0.0217	< 0.0001						
α_2	0.97890	0.0287	< 0.0001						
β_1	0.00001	0.0000005	< 0.0001	-3.9175	0.0201	< 0.0001	3.4436	0.1052	< 0.0001
β_2	0.00004	0.0000003	< 0.0001	50.8718	6.6743	< 0.0001	-2.4112	0.1418	< 0.0001
β_3	0.00006	0.0000068	< 0.0001	-1.8041	0.0424	< 0.0001	-0.6372	0.1741	0.0003
β_4							1.3299	0.1755	< 0.0001
p_1	0.061396	0.00299	< 0.0001	0.0960	0.0062	< 0.0001			
p_2	0.913774	0.0102	< 0.0001	0.8840			0.6557	0.0887	< 0.0001
y_1	0.912786	0.0208	< 0.0001	0.8968	0.0227	< 0.0001	0.9497	0.0218	< 0.0001
y_2	0.760348	0.0211	< 0.0001	0.7344	0.0243	< 0.0001	0.8164	0.0197	< 0.0001

EE es el error estándar y Pr >|t| nivel de significancia de los parámetros.

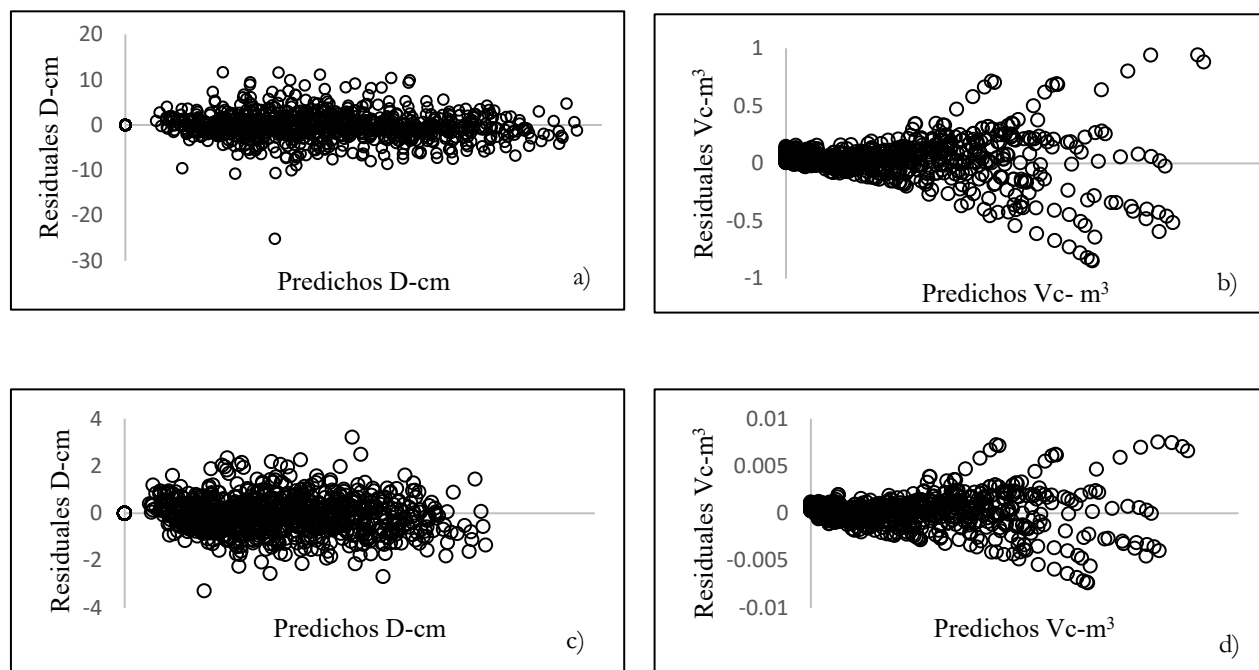


FIGURA 3. Gráfica de residuales de ahusamiento contra los valores predichos de diámetro (a y b) y volumen comercial (c y d) del sistema Fang *et al.* (2000) sin corrección y con corrección por heterocedasticidad en *Pinus pseudostrobus*.

Es común que la mayor parte de los modelos de volumen sufran problemas de heterocedasticidad dado que, a valores más altos de diámetro y altura, la variación en los volúmenes de los árboles se hace más grande (Torres y Magaña, 2001). Los residuos antes y después de la corrección por autocorrelación y heterocedasticidad se observan en la figura 3. La corrección por heterocedasticidad fue adecuada en el modelo de Fang *et al.* (2000) y muestra una distribución adecuada de los residuales haciendo la estimación más homogénea y con menor amplitud.

Lo que destaca es la disminución del error estándar de los parámetros al considerar la variabilidad específica del árbol; sin embargo, los valores de los parámetros no difieren de manera considerable (García *et al.*, 2019), aunque corrigieron la violación a los supuestos de regresión (autocorrelación y heterocedasticidad).

El comportamiento de los diámetros observados contra las estimaciones realizadas se muestra en la figura 4

y se puede observar que tienen una tendencia semejante; lo mismo ocurre en el volumen comercial, indicador de un buen ajuste del modelo para la especie en estudio.

Las estimaciones del volumen comercial con la ecuación propuesta presentan buenos ajustes, aunque se tienen problemas al predecir valores en árboles con volúmenes comerciales mayores a 5 m³. En estos casos, hay sesgo en las predicciones; se asume que la causa es a la poca información que se tiene en esta parte de los datos.

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos del sistema Fang *et al.* (2000), ajustados con regresión aparentemente no relacionada (SUR), muestran estadísticos adecuados ya que los errores estándar se minimizaron y todos los parámetros fueron significativos, lo que concuerda con Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, Héctor, Álvarez-González y Velázquez-Martínez (2014).

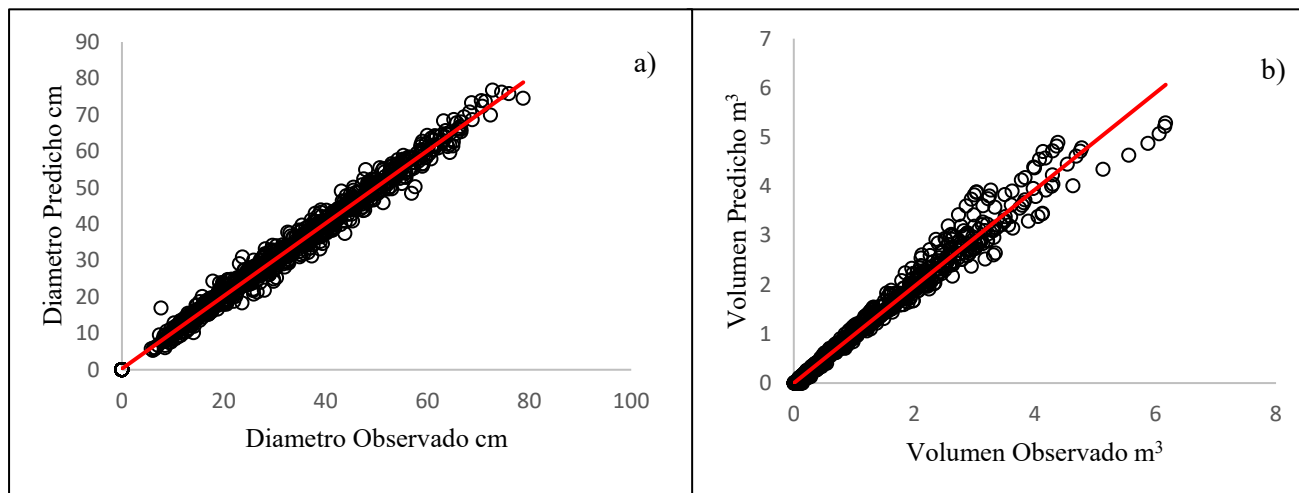


FIGURA 4. Gráficos de diámetro observado contra diámetro predicho (a) y volumen observado contra volumen predicho (b).

Los estadísticos obtenidos del sistema compatible de ahusamiento-volumen fueron similares a los presentados por García *et al.* (2019), quienes obtuvieron valores de R^2 de 0.98 para la ecuación de ahusamiento y de 0.97 para la ecuación de volumen en *Pinus pseudostrabus* Lindl. en San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Los puntos de inflexión se asemejan ya que oscilan para $p1$ entre 6% y 8% y para $p2$ entre 88% y 91%, los valores de la prueba Durbin-Watson se asemejan y son deseables.

Los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación se corrigieron, con lo cual se mejoró la distribución de los residuales en todos los sistemas analizados, lo que concuerda con varios autores como Hernández-Ramos *et al.* (2017b) y Tamarit-Urias *et al.* (2014).

En términos de calidad de ajuste, se obtuvieron resultados similares en un estudio de Pompa, Corral, Díaz y Martínez (2009), para árboles de *Quercus sp.* donde el modelo de Fang *et al.* (2000) describió de manera precisa el perfil fustal y predijo adecuadamente el volumen comercial en el noreste del estado de Chihuahua, México. Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) encontraron que el modelo de Fang *et al.* (2000) fue el que tuvo los mejores resultados para las principales especies de *Pinus* en Durango, estableciendo parámetros globales con variables indicadoras para todas las especies.

López (2013) y Fierros y Martínez (2013) también concluyen que el modelo de Fang *et al.* (2000) es el mejor para predecir el perfil fustal, así como el volumen comercial para especies de *Pinus* en Durango en los municipios de San Dimas y Pueblo Nuevo, Durango. Brooks, Jiang y Ozçelik (2008) seleccionaron el sistema de Max y Burkhart (1976) para calcular los diámetros relativos y los volúmenes de las especies de *Pinus brutia*, *Cedrus libani* y *Abies cilica* en Turquía; el modelo demostró ser el más preciso con base en sus estadísticos de ajuste y mostró un rendimiento constante en la estimación de diámetro y volumen. El modelo de Fang *et al.* (2000) permite estimar el diámetro a cualquier altura y el volumen a cualquier diámetro, lo cual tiene aplicación en la distribución de productos para determinar el uso más adecuado de la materia prima forestal.

CONCLUSIONES

De los sistemas compatibles de ahusamiento-volumen, el basado en el modelo de Fang *et al.* (2000) fue el que tuvo mejores estadísticos para la base de datos utilizada; estos se generaron bajo la técnica de regresión aparentemente no relacionada (SUR), después permitiendo estimar de forma directa el diámetro a cualquier altura y, de la misma manera, referir el volumen a una altura dada o a un diámetro determinado.

Los estadísticos del modelo muestran que se corrigieron adecuadamente los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, optimizando los valores de los parámetros estadísticos y disminuyendo su error estándar y sesgo.

La confiabilidad del sistema compatible de ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000), ajustado con información procedente de métodos no destructivos, se garantiza por la alta precisión en la descripción del perfil fustal para la especie en estudio sobre todo en la sección donde se concentra la mayor cantidad de volumen.

Los sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial ajustados constituyen una herramienta importante en la planeación del manejo forestal, ya que permiten a los técnicos responsables del manejo de los bosques de la región en estudio una estimación precisa del volumen y de productos maderables.

REFERENCIAS

- Alder, D. (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento, con referencia especial a los trópicos. Roma, Italia: Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación.
- Bautista, A. (2016). Funciones de ahusamiento-volumen para *Pinus patula* Schl. et cham. en la Región Chinaguapan-Zacatlán Puebla. *Tesis de Maestría*. Universidad Autónoma de Nuevo León. Linares, Nuevo León, México.
- Brooks, J., Jiang, L., & Ozçelik, R. (2008). Compatible stem volume and taper equations for Brutian pine, cedar of Lebanon, and Cilicica fir in Turkey. *Forest Ecology and Management* 25(6), 147–151. doi: 10.1016/j.foreco.2008.04.018
- Cailliez, F., & Alder, D. (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación.
- Clutter, J., Fortson, J., Pienaar, L., Brister, G., & Bailey, R., L. (1983). *Timber management a quantitative approach*. New York: Wiley.
- Corral, S., Chaidez, J., & Sánchez, F. (1999). Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco pináceas de la región de El Salto, Durango. *Madera y Bosques*, 5(2), 53-65. doi: 10.21829/myb.1999.521347
- Crecente-Campo, F., Rojo A., A., & Diéguez-Aranda, U. (2009). A merchantable volumen system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountains ranges of Spain. *Annals of Forest Science*, 66, 808. doi: 10.1051/forest/2009078
- Demaerschalk, J. (1972). Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science*, 18(3), 241-245. doi: 10.1093/forestscience/18.3.241
- Draper, N., & Smith, H. (1998). *Applied regression analysis* (3ª ed.). John Wiley & Sons.
- Estrada, A., Villareal, J., Salinas, M., Cantú, C., González, H., & Jiménez, J. (2014). *Coníferas de Nuevo León, México*. Linares, N. L., México: Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Fang, Z., Borders, E., & Bailey, R. (2000). Compatible volume-taper models for Loblolly and Slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46(1), 1-12. doi: 10.1093/forestscience/46.1.1
- Fierros, R., & Martínez, L. (2013). Modelos compatibles de ahusamiento y volumen para *Pinus cooperi* y *Pinus engelmannii* en la Región de San Dimas Durango. *Tesis de Licenciatura*. Instituto Tecnológico de El Salto. El Salto, Durango, México.
- Flores-Morales, E. A., Aguirre-Calderón, O. A., Quiñónez-Barraza, G., González-Tagle, M. A., & Jiménez-Pérez, J. (2019). Estimación del diámetro normal, altura y volumen de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en función del diámetro del tocón. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 10(55), 154-170. doi: 10.29298/rmcf.v10i55.547
- García, G., Aguirre, Ó., Vargas, B., Martínez, L., García, J., & Hernández, J. (2019). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. *Agrociencia*, 53(1), 115-131.
- Gómez-García, E., Diéguez-Aranda, U., Ózcelik, R., Sal-Cando, M., Castedo-Dorado, F., Crecente-Campo, F., Corral-Rivas, J., & Arias-Rodil, M. (2016). Desarrollo de una función de perfil mediante modelos mixtos para *Pinus sylvestris* en Turquía: selección de parámetros fijos a expandir. *Bosque* (Valdivia), 37(1), 159-167. doi: 10.4067/S0717-92002016000100015
- Harvey, W., R. (1975). Least squares analysis of data with unequal subclass numbers. Washington, DC: *US Department of Agriculture*. Agricultural Research Service.
- Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., Martínez-Ángel, L., Tamarit Urias, J., & García Espinoza, G. (2018). Sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial para *Swietenia macrophylla* King (caoba) en Quintana Roo, México. *Madera y Bosques*, 24(3). doi: 10.21829/myb.2018.2431441
- Hernández-Ramos, J., de los Santos-Posadas, Héctor., Valdez-Lazalde, J., Tamarit-Urias, J., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., Peduzzi, A., & Carrero, O. (2017a). Sistema compatible de



- ahusamiento y volumen comercial para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Tabasco, México. *Acta Universitaria*, 27(6), 40-52. doi: 10.15174/au.2017.1484
- Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Magaña, J., García-Cuevas, X., García-Espinoza, G., Muñoz-Flores, H., & Olvera-Delgado, E. (2017b). Sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Hidalgo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(39), 59-70. doi: 10.29298/rmcf.v8i39.43
- Jiang, L., Brooks, J., & Wang, J. (2005). Compatible taper and volume equations for yellow-poplar in West Virginia. *Forest Ecology and Management*, 21(3), 399-409. doi: 10.1016/j.foreco.2005.04.006
- Linnell, A. (1996). Analysis of repeated measures and time series. An introduction with forestry examples. Working paper. British Columbia Ministry of Forests.
- López, G., Molina, P., Barrios, A., & Aguirre, A. (2018). Modelos compatibles de ahusamiento-volumen para árboles de *Gmelina arborea* Roxb. en el Alto Magdalena, Colombia. *Colombia Forestal*, 21(2), 174-187. doi: 10.14483/2256201X.12249
- López, M. (2013). Modelos de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus oocarpa* y *Pinus douglasiana* en la región de Pueblo Nuevo, Durango. *Tesis de Maestría*. Instituto Tecnológico de El Salto. El Salto, Durango, México.
- Lynch, T., Chang, S., & Chandler, J. (1992). Estimation of individual tree volume by importance sampling and antithetic variates from the cylindrical shells integral. *Canadian Journal of Forest Research*, 22(3), 326-335. doi: 10.1139/x92-042
- Martínez-Ángel, L., De los Santos Posadas, H., González, A. F., Cruz-Cobos, F., & Quiñones-Barraza, G. (2019). Funciones compatibles de ahusamiento y volumen en una plantación forestal comercial de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen en Tlatlaucatepec, Puebla. *Agrociencia*, 53(3), 381-401.
- Max, T., & Burkhardt, H. (1976). Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Science*, 22(3), 283-289. doi: 10.1093/forestscience/22.3.283
- McTague, J., & Bailey, R. (1987). Simultaneous total and merchantable volume equations and a compatible taper function for loblolly pine. *Canadian Journal of Forest Research*, 17(1), 87-92. doi: 10.1139/x87-015
- Parresol, B., Hotvedt, J., & Cao, Q. (1987). A volume and taper prediction system for bald cypress. *Canadian Journal of Forest Research*, 17(3), 250-259. doi: 10.1139/x87-042
- Pérez, L., & Kannien, D. (2003). Provisional equations for estimating total and merchantable volume for *Tectona grandis* trees in Costa Rica. *Forests, Trees and Livelihoods*, 13(4), 345-359.
- Pompa, M., Corral, J., Díaz, M., & Martínez, M. (2009). Función de ahusamiento y volumen compatible para *Pinus arizonica* Engelm. En el suroeste de Chihuahua. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 34(105), 119-136.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. San José, Costa Rica: IICA-GTZ0.
- Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, D., Héctor, M., Álvarez-González, J. G., & Velázquez-Martínez, A. (2014). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia*, 48(5), 553-567.
- Quiñonez-Barraza, G., García-Espinoza, G., & Aguirre-Calderón, O. (2018). ¿Cómo corregir la heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahusamiento y crecimiento en altura? *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(49), 28-59. doi: 10.29298/rmcf.v9i49.151
- Statistical Analysis System Institute Inc. (SAS). 2013. User's Guide. Version 9.4 for Windows. Cary, NC, USA.
- Tamarit-Urias, J. C., Rojas-Díaz, E., Quiñonez-Barraza, G., Ordoñez-Prado, C., & Monárrez-González, J. (2017). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus sp.* en bosques bajo manejo de Puebla, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 8(40), 69-88. doi: 10.29298/rmcf.v8i40.37
- Tamarit-Urias, J., De los Santos-Posadas, H., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J., Ramírez-Maldonado, H., & Guerra-De la Cruz, V. (2014). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(21), 58-74.
- Torres, J., & Magaña, S. (2001). *Evaluación de plantaciones forestales*. México: LIMUSA.
- Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 1 [UCDF]. (1996). *Programa de manejo forestal del ejido Pablillo municipio de Galeana, N. L.* Galeana, Nuevo León.
- Zakrzewski, W., & MacFarlane, D. (2006). Regional stem profile model for cross-border comparisons of harvested red pine (*Pinus resinosa* Ait.) in Ontario and Michigan. *Forest Science*, 52(4), 468-475. doi: 10.1093/forestscience/52.4.468

Manuscrito recibido el 20 de febrero de 2020

Aceptado el 19 de junio de 2020

Publicado el 5 de noviembre de 2021

Este documento se debe citar como:

Flores M., E. A., Rodríguez A., A. C., Aguirre C., O. A., Alanís R., E., & Quiñonez G., G. (2021). Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el ejido Corona del Rosal, Nuevo León, México. *Madera y Bosques*, 27(2), e2722130. doi: 10.21829/myb.2021.2722130



Madera y Bosques por Instituto de Ecología, A.C. se distribuye bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercialCompartirIgual 4.0 Internacional.