

*La dinámica de las expectativas racionales:
una crítica metodológica*

DONALD A.R. GEORGE
LES OXLEY*

INTRODUCCIÓN

Desde los setenta, inspirados por el originario artículo de Muth (Muth, 1961) los economistas han adoptado la hipótesis de las expectativas racionales (ER), como una piedra angular de la modelación macroeconómica. Dicha hipótesis afirma que es posible asumir que los agentes económicos racionales aprenden de su experiencia, y que sería irracional mantener creencias que están siendo sistemáticamente refutadas por la misma. Los agentes con expectativas racionales se comportarían como si conocieran “el verdadero” modelo de

Manuscrito recibido en febrero de 2005; aceptado en junio de 2005.

Título original: “Rational Expectations Dynamics: A Methodological Critique”.

Traducción: Felipe Blanco.

* Universidad de Edimburgo, Reino Unido <d.george@ed.ac.uk> y, Universidad de Canterbury, Nueva Zelanda y Universidad de Western Australia, respectivamente. Artículos precursores de éste, fueron presentados en la London School of Economics, Australian National University, European University Institute, y Uppsala University. Estamos agradecidos por las invitaciones a esos seminarios y por los comentarios constructivos que ahí se nos hicieron, así como por los comentarios de dos dictaminadores anónimos. Cualquiera de los errores que pudieran haber permanecido son estocásticos y sin correlación con los consejos recibidos.

la macroeconomía (tal como lo conocen los economistas), y basarían sus expectativas en ese modelo. Así, pueden cometer errores en la formación de sus expectativas, pero éstos no son sistemáticos. La hipótesis de las ER es concebida como una condición de equilibrio de un proceso de aprendizaje (tal como la condición de cero beneficio es un equilibrio del proceso de libre entrada en competencia perfecta). El aprendizaje macroeconómico es un asunto complicado, y resulta útil para propósitos de modelado tener una condición simple de equilibrio del proceso de aprendizaje, la cuál pueda ser incorporada a los modelos macroeconómicos. La hipótesis de las ER es consistente con una amplia variedad de modelos macroeconómicos, incluyendo modelos neoclásicos con microfundamentos detallados y vaciado de mercado (*market clearing*, por ejemplo, Lucas y Sargent, 1981 y Turnovsky, 1995), así como modelos nekeynesianos con salarios o precios rígidos (por ejemplo, Buiter y Miller, 1981 y Chiarella y Flaschel, 2000).

La hipótesis de las ER provee claramente una forma simple de representar el complicado proceso de la formación de expectativas, y como tal es difícil objetarla. En la práctica, sin embargo, rara vez hace mucho por sí misma. Para obtener predicciones útiles se requiere que la hipótesis de las ER esté incrustada en alguna clase de modelo macroeconómico dinámico, el cuál es típicamente un modelo lineal (o linealizado), con dinámicas de ensilladura (*saddle point*). Escogiendo aleatoriamente el año de 1991, los siguientes artículos contienen modelos lineales con ensilladura: Chadha, 1991; Froot y Obstfeld, 1991; Manase, 1991; Montiel y Haque, 1991; Nielsen y Sorensen, 1991; Turnovsky y Sen, 1991; Sussman, 1991; Van der Ploeg, 1991. Las primeras objeciones a las dinámicas de ensilladura fueron aparentemente desterradas, llegando a convertirse incluso, en una ventaja para los macroeconomistas, de acuerdo a Begg, 1982:

Esto, (una solución de ensilladura) preocupaba a los macroeconomistas: sólo por casualidad podría suceder que la economía se situara en un punto sobre la trayectoria única de convergencia. La confortante creencia en la estabilidad fundamental del sistema económico parecía haber sido desafiada. La literatura sobre expectativas racionales pone este argumento de cabeza. Ahora se arguye que, cuando el estado estable es una ensilladura, la economía tendrá éxito en encontrar la trayectoria única de convergencia (Begg, 1982).

A esta clase de modelos macroeconómicos, que involucran expectativas racionales, además de dinámicas de ensilladura lineales (o linealizadas), nos referiremos a lo largo de éste artículo como la “ortodoxia macrodinámica”. Un objetivo central de este texto es analizar dichos modelos desde una perspectiva metodológica. Comenzamos proponiendo una propiedad que llamamos “robustez”, la cuál, creemos que debería ser requerida para cualquier modelo científicamente válido. Mostramos entonces que algunos de los modelos de la ortodoxia macrodinámica no poseen esta propiedad. Otros modelos de esta clase, por el contrario, sí la presentan, pero para asegurarse de ello, sus autores han tenido que recurrir a muchos supuestos, muy detallados y poco plausibles, los cuáles llevan a sus modelos lejos de sus orígenes en cuanto a la hipótesis de expectativas racionales. Finalmente argumentamos que el modelo lineal es únicamente una aproximación local, la cuál puede fácilmente engañar al economista: por consiguiente es hora de que los macroeconomistas los abandonen y cambien hacia la modelización dinámica no lineal global.

MÉTODO CIENTÍFICO

Lucas y Sargent, 1979 y 1981, atacaron a sus predecesores keynesianos sobre la base de que su aproximación era “no científica” y debería reemplazarse con los científicamente más demandantes métodos de la macroeconomía neoclásica. Ellos anticiparon la evolución de la macroeconomía hacia una disciplina científica cuantitativa. Ahora bien, es ampliamente aceptado que las aserciones científicas, a diferencia, digamos, de las teológicas, deberían referirse a entes que sean, en principio, observables. Si este no fuera el caso las afirmaciones teóricas serían inmunes a las pruebas empíricas. Puede ser que los supuestos subyacentes de una teoría no estén en sí mismos sujetos a la comprobación empírica, pero pueden ser extraídas de ellos implicaciones sujetas a comprobación. Sin embargo, ahí surge inmediatamente el problema de la *verosimilitud*. Es improbable que los supuestos subyacentes de cualquier teoría (particularmente en la macroeconomía), sean descripciones exactas del mundo real; pero uno espera que sean aproximaciones cercanas a él.

Bajo tales circunstancias es importante que las implicaciones de una teoría científica sean robustas con respecto a pequeñas variaciones en los supuestos subyacentes. Tales variaciones deberían producir sólo pequeños cambios en las implicaciones de la teoría, no modificaciones drásticas y salvajes. Sin esta propiedad la comprobación empírica de las teorías se vuelve imposible, debido a las perturbaciones aleatorias en las condiciones del entorno bajo las cuáles se realizan las observaciones. Considérese, por ejemplo, una teoría química que predice el producto de una reacción química en particular bajo condiciones de temperatura ambiente constante. No importando qué tanto cuidado pueda tomar el químico durante el experimento, no será capaz de mantener la temperatura ambiente *exactamente* constante; es seguro que ésta fluctúe ligeramente durante el curso de la prueba. Supóngase que el producto del experimento resulta ser sustancialmente diferente de lo que la teoría predijo. ¿Queda la teoría refutada?

Los teóricos pueden siempre replicar que la temperatura ambiente no se mantuvo exactamente constante, como su teoría lo requiere, y que el experimento, por tanto, no constituye una refutación. Este podría no ser el caso si la propiedad de robustez, planteada líneas arriba, hubiera sido un requisito de la teoría *ab initio*. Si la teoría hubiera satisfecho ésta propiedad, el experimentador podría estar seguro de que, de acuerdo a la teoría, pequeñas variaciones en la temperatura ambiente generarían sólo pequeñas fluctuaciones en el producto de la reacción. Un experimento que arroje un producto sustancialmente diferente de las predicciones de la teoría, constituirá entonces una genuina refutación de la misma. Las predicciones teóricas no robustas son, en la práctica, inobservables, y por tanto carentes de interés científico.

Este tipo de problema se da claramente en la economía así como en la química. Los economistas raramente obtienen sus datos de experimentos, así que la comprobación de las teorías es usualmente estimada con medios econométricos y estadísticos. La teoría a prueba está típicamente expresada como un modelo que comprende ciertos parámetros, los cuáles se asumen constantes. La propensión marginal al consumo, o la elasticidad interés de la demanda por dinero, pueden entrar dentro de esta categoría. Desde

luego, nadie cree en realidad que parámetros como éstos sean exactamente constantes en el tiempo: tienden a variar ligeramente, tal como la temperatura ambiente en el ejemplo químico expuesto anteriormente. Resulta claro, entonces, que la propiedad de robustez debería ser requerida como una propiedad necesaria (aunque no suficiente), de cualquier teoría, si se espera que dicha teoría sea considerada como científicamente válida. Este punto fue resaltado por Baumol (1958), en conexión con los modelos lineales de ecuaciones diferenciales del ciclo económico. En tales modelos los ciclos regulares persistentes ocurren sólo para ciertos valores exactos de los parámetros. Arbitrariamente pequeñas perturbaciones en los mismos inducen una transmutación hacia ciclos, ya sean explosivos o atenuados (*damped*). El argumento de Baumol (1958), es el siguiente:

Pero nuestras estadísticas nunca son lo suficientemente finas como para distinguir entre una raíz unitaria (de la ecuación característica de una ecuación diferencial lineal), y una que toma valores cercanos a ella[...] usualmente es posible demostrar que una ligera corrección en alguno de los supuestos simplificadores eliminará las raíces unitarias y se tendrán así profundos efectos cualitativos en el sistema. Como Solow ha apuntado, dado que nuestras premisas son necesariamente falsas, *la buena teorización*, consiste generalmente en evitar supuestos como esos, donde un pequeño cambio en lo que se ha postulado afectará seriamente las conclusiones (Baumol, 1958, cursivas añadidas).

Para hacer operacional a la propiedad de robustez, es necesario definirla más rigurosamente. Nosotros adoptamos la siguiente definición:

Definición 1. Cualquier propiedad de un modelo será llamada robusta si el conjunto de valores de los parámetros para los cuáles ocurre es estrictamente positivo en la medida de Lebesgue.

Esta definición asegura que pequeñas perturbaciones aleatorias de los parámetros no causarán la desaparición de la propiedad dada. Una propiedad no robusta es aquella que ocurre para un conjunto de valores de los parámetros de medida cero, y por consiguiente, puede ser concebida como un evento de probabilidad cero de ocurrencia. Desde luego, es un acertijo bien conocido en la teoría de la probabilidad, que aunque un evento que no puede ocurrir tiene una probabilidad de cero, lo opuesto no es cierto. Un evento con probabilidad de cero, puede ocurrir; aunque pensamos que

es apropiado denotar este evento como *inobservable*. Nótese que la definición ha sido enmarcada de manera tal que se asegure que la aleatoriedad de las perturbaciones sea apropiadamente observada. Supóngase que cierta propiedad P, ocurre para ciertos valores de los parámetros. Puede haber valores de los parámetros arbitrariamente cerca de los valores dados, que causen que la propiedad P desaparezca, pero ello no necesariamente significa que P sea una propiedad no robusta. Por ejemplo, la propiedad de “tener una trayectoria caótica” (a lo que regresamos en la sección cuatro), puede ser fácilmente robusta aunque, en modelos con un atractor caótico, en la mayoría de los casos existe un conjunto de puntos periódicos que son densos en ese atractor. En este caso, arbitrariamente cerca de un estado inicial de trayectoria caótica existen puntos periódicamente inestables. De hecho, conjuntos densos pueden fácilmente tener medida cero. Por ejemplo, el conjunto de números racionales es denso en el conjunto de los reales, pero es contable y, por tanto, ciertamente de medida cero.

LA ORTODOXIA MACRODINÁMICA

Como en la sección uno, usaremos el término “ortodoxia macrodinámica” para referirnos a la clase de modelos macroeconómicos con expectativas racionales incrustadas en un modelo con dinámicas lineales (o linealizadas: regresaremos a este punto en la sección cuatro) de ensilladura. Tales modelos tienen la forma reducida de:

$$\dot{y} = Ay - b \quad [1]$$

Donde y es un vector con n variables, b es vector con n constantes, y A es una matriz de n por n con un determinante estrictamente negativo y n eigenvalores distintos. Los elementos del vector y pueden ser el logaritmo natural de las variables económicas que no pueden, por su naturaleza, ser negativas. Un *equilibrio* de [1] es simplemente un vector y^* tal que:

$$Ay^* - b = 0 \quad [2]$$

Como A tiene un determinante estrictamente negativo, debe ser invertible, por tanto, la ecuación [2] se transforma en:

$$y^* = A^{-1}b \quad [3]$$

y existe un equilibrio único. Por el cambio de variables:

$$x = y - y^* \quad [4]$$

La ecuación [1] puede ser reducida, sin perder su generalidad, para un caso homogéneo:

$$\dot{x} = Ax \quad [5]$$

en el cuál se enfoca nuestra atención ahora. Claramente el único equilibrio de [5] está en el origen.

El conjunto de soluciones para la ecuación [5] depende de los eigenvalores de la matriz A . Debido a que A tiene un determinante estrictamente negativo y eigenvalores no repetidos, algunos de éstos, deben tener partes reales positivas y algunos deben tener partes reales negativas. Supóngase que hay k eigenvalores con partes reales negativas y m con partes reales positivas, de tal modo que $k + m = n$. Entonces \mathbb{R}^n puede ser dividido en dos subespacios, intersectándose sólo en el origen, de dimensiones k y m respectivamente. El primer subespacio es generado por los eigenvectores asociados con los eigenvalores con partes reales negativas ($e_1 \dots e_k$), y el segundo es generado por los restantes eigenvectores (*i.e.* aquellos asociados con eigenvalores que tienen partes reales positivas, $(e_{k+1} \dots e_n)$). El primer subespacio es llamado la región estable, y el segundo es llamado la región inestable. La ecuación [5] tiene una familia de soluciones las cuáles pueden ser representadas en un retrato de fase en \mathbb{R}^n . El caso $n=2$, $k=1$, $m=1$, se representa en la figura 1. En este caso, las regiones estable e inestable son llamadas ramas estable e inestable, respectivamente.

Para elegir la solución para [5] de la familia de soluciones representadas en este retrato de fase se requieren n condiciones límite independientes que pueden, por ejemplo, tomar la forma de condiciones iniciales, digamos

$x(0) = \bar{x}$. Una trayectoria de solución es, por tanto, una función con $n^2 + n$ parámetros:

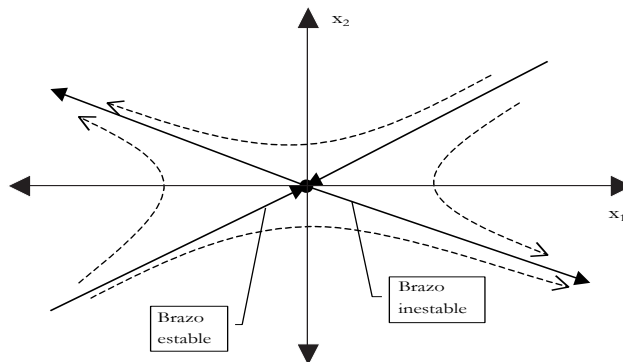
$$x = x(t; A, \bar{x}) \quad [6]$$

Nótese que sólo trayectorias de solución con condiciones iniciales situadas en la región estable convergen al equilibrio. Los valores de sus parámetros deben satisfacer:

$$\bar{x} = \sum_1^k \lambda_i \cdot e_i \quad [7]$$

para algunas escalares λ_i . El conjunto de parámetros definido por la ecuación [7] es de medida cero de Lebesgue, así que la propiedad de convergencia puede no ser robusta en esta clase de modelos: perturbaciones aleatorias arbitrariamente pequeñas en cualquiera de los parámetros, causarán una transmutación de la trayectoria convergente hacia una divergente. Siguiendo el mismo argumento, la divergencia es robusta en esta clase de modelos.

FIGURA 1



Considérense tres ejemplos de ortodoxia macrodinámica: Buitier y Miller, 1981; Eastwood y Venables, 1982; y Neary y Purvis, 1982. Los tres son modelos de ER que poseen la forma reducida de la ecuación [5] (en coordenadas convenientemente transformadas). En los primeros dos modelos $n=2$, $k=1$,

$m=1$; mientras que en el tercero, $n=3$, $k=2$, y $m=1$. En el modelo Eastwood-Venables las dos variables endógenas son el nivel de precios doméstico p , y el tipo de cambio e . El retrato de fase del modelo es una ensilladura lineal bi-dimensional (similar a la figura 1) en el cuál cada trayectoria de solución es consistente con las expectativas racionales en lo que se refiere al tipo de cambio. Nótese las siguientes observaciones de Eastwood y Venables:

El brazo estable juega un importante rol en el análisis siguiente, desde que descartamos *por suposición* todas las trayectorias que no convergen a un estado estable[...]. La unicidad de la trayectoria (efectivamente seguida por la economía), depende evidentemente *del supuesto de que* los agentes racionales anticipan la convergencia hacia un estado estable. (Eastwood y Venables, 1982, cursivas añadidas).

Resulta claro que en el modelo Eastwood-Venables es requerido, en adición a la hipótesis de las expectativas racionales, un supuesto extra, *ad hoc*, para forzar el resultado deseado, es decir, que la economía converge hacia su estado estable. Por razones bien fundamentadas, los supuestos *ad hoc* violan los estándares de la buena metodología científica. El mismo problema se encuentra en el modelo Neary-Purvis:

Esto [el modelo, N. del T.] da origen a una estructura de ensilladura típica: La raíz positiva única contribuye a una dirección de inestabilidad, pero *se asume* que los especuladores cambiarios elegirán un valor de e (tipo de cambio), y en consecuencia de π (tipo de cambio real), el cuál asegure que el modelo converja hacia un equilibrio de largo plazo (Neary y Purvis, cursivas añadidas).

Blanchard, 1981, no está convencido del enfoque convencional:

Siguiendo la práctica estándar, aunque ésta no es totalmente convincente, asumiré que q se ajusta siempre de tal modo que sitúa a la economía sobre la trayectoria estable de equilibrio (Blanchard, 1981).

Buiter y Miller (Buiter y Miller, 1981), intentaron evadir este problema mediante una condición de transversalidad. Su modelo también presenta la estructura de ensilladura lineal normal con el problema típico: la convergencia no es robusta. En el modelo Buiter-Miller, el incendio de una fábrica podría llevar inesperadamente a una expansión de la liquidez y a una caída de la competitividad. Ello es, sin duda, completamente indeseable, pero perfectamente consistente con las expectativas racionales. Buiter y Miller descartan tales resultados por lo siguiente:

El supuesto de[...] la condición de transversalidad, esto es que los agentes racionales no elegirán una solución inestable, significa que la variable de salto (jump variable), (e o c), asumirá siempre el valor requerido para ubicar al sistema sobre la única trayectoria de solución convergente (Buiter y Miller, 1981, cursivas añadidas).

Las variables de salto también aparecen en Christiano y Harrison, 1999; King y Watson, 1999, y Weder, 2005.

Dos nuevos elementos entran en escena aquí: *a)* la condición de transversalidad y *b)* las variables de salto. La condición de transversalidad surge de un problema de maximización. Supóngase que existe algún agente que maximiza:

$$\int_0^{\infty} U(c, m)e^{-\delta t} dt \quad [8]$$

Donde c representa el consumo, m representa los saldos reales de dinero, y la tasa de descuento δ es estrictamente positiva.

Definición 2. La condición de transversalidad de [8] es la condición que $\mu(t) \cdot m(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, donde μ es la variable de co-estado asociada a la variable de estado m . (μ puede ser interpretada como el precio de sombra descontado del stock de dinero).

La condición de transversalidad puede ser interpretada como una *condición terminal* del modelo, y resulta fácil mostrar que dicha condición sólo se satisface a lo largo de trayectorias convergentes. El imponer la condición de transversalidad reduce, por lo tanto, el retrato de fase del modelo sólo a la región estable, resolviéndose así el problema de la no-robustez. ¿Pero qué podría justificar la imposición de tal condición? A menudo se afirma que es una condición necesaria para la maximización de [8], (véase, por ejemplo, Obstfeld y Rogoff, 1983, pero este no es el caso general, (véase Halkin, 1971 para ejemplos opuestos). Incluso suponiendo la clase de modelos que pueden ser posteriormente reducidos a aquellos en los cuáles la transversalidad es una condición necesaria, surgen dos problemas ulteriores. En primer lugar, ¿quién es el agente que está supuestamente maximizando? Presumiblemente no lo es el Comité Central de Planificación de una economía socialista, así que quizás lo sea un hogar promedio. Aceptando la segunda interpretación,

es claro que el supuesto de una particular conducta maximizadora por parte de dicho hogar (en un horizonte infinito), está haciendo mucho más trabajo que la hipótesis de expectativas racionales: el supuesto de maximización selecciona, del conjunto de todas las trayectorias de solución de ER, un subconjunto de medida cero.

El segundo problema se refiere al comportamiento de la economía cuando ésta se encuentra lejos de la variedad (*manifold*) estable, quizás debido a que algunos parámetros de política han cambiado, causando el movimiento de la variedad. En este escenario, hacen su aparición las variables de salto. Estas son variables, las cuales se asume que varían discontinuamente: son usualmente interpretadas como las variables más flexibles en el modelo (en el modelo Buiter-Miller, el tipo de cambio es una variable de salto, mientras que el nivel de precios doméstico, dependiente de los contratos salariales en el largo plazo, es una variable de no-salto, o de retrospectiva (*backward looking*), y se asume que salta de tal forma que asegura que la economía está en la variedad estable y, en consecuencia, convergiendo hacia su estado estable. Mientras este útil salto ocurre, la dinámica subyacente del modelo queda instantáneamente suspendida, y sólo se verá restaurada cuando la economía esté de nuevo en su región estable. Blanchard y Khan (1980) han mostrado que, en un modelo de ensilladura lineal, es genéricamente necesario y suficiente para un único salto, que el número de variables de salto sea igual a la co-dimensión de la variedad inestable. Más variables de salto podrían significar muchos posibles saltos, mientras que menos de ellas significarían saltos no del todo convenientes. En el modelo Buiter-Miller hay una variable de salto (el tipo de cambio), y una región inestable de co-dimensión 1. Por una agradable coincidencia, todos los modelos de la ortodoxia macrodinámica presentan esta feliz igualdad entre el número de variables de salto, y la co-dimensión de la región inestable. Sin embargo, esto nada hace a la reputación metodológica de la ortodoxia macrodinámica. El hogar representativo debe ahora, de algún modo, maquinarse el salto apropiado si por alguna razón (tal como un cambio en los parámetros de política), la economía debiera desplazarse de su variedad estable: otro supuesto es todavía agregado al modelo para evadir el problema de la no robustez. Buiter, 1984 señala:

El problema radica en la motivación económica de las condiciones límite. En los macromodelos *ad hoc*, dicha motivación nunca puede ser completamente satisfactoria. (Buitter, 1984).

Turnovsky y Nguyen, 1980 anotan lo siguiente:

Analizando cómo responde el sistema a una perturbación exógena de política, impondremos el supuesto de que este permanece estable[...]. En esta literatura (sobre el crecimiento monetario óptimo), las condiciones de transversalidad juegan un papel importante. En la mayoría de los casos el efecto de imponer esas condiciones es asegurar que la trayectoria óptima (en el sentido de un problema de maximización de utilidad individual con horizonte infinito) permanezca estable. (*i.e.* convergente). Y si bien, *puede no ser necesariamente factible derivar relaciones conductuales en los modelos macroeconómicos a partir de una optimización dinámica plena*, es generalmente deseable para modelos descriptivos (tal como este) que sean en general consistentes con modelos de optimización correspondientes, en la medida en que sus propiedades de estabilidad se encuentren implicadas[...]. Sin embargo, los modelos basados en previsiones miopes perfectas son en general inherentemente inestables... En esta situación la introducción de la condición de transversalidad impone un salto inicial en el sistema que le permite moverse instantáneamente a alguna trayectoria de ajuste estable, eliminando, por lo tanto, todas las raíces inestables[...]. Además, la naturaleza del salto depende de la naturaleza de las raíces. Por ejemplo, si todas las raíces son inestable, entonces el sistema debe saltar instantáneamente al estado estable. En otros casos el salto puede darse por encima del brazo estable de la ensilladura. (Turnovsky y Nguyen, 1980, cursivas añadidas)

Para una mayor discusión de las variables de salto véanse Chiarella y Flaschel, 2000; Chiarella, 1986; Flaschel y Setti, 1999.

Claramente, la ortodoxia macrodinámica involucra mucho más que la inocua hipótesis de las ER. El problema Duhem-Quine nos recuerda que cualquier prueba de un modelo de ortodoxia macrodinámica involucrará *conjuntamente* la comprobación de todos sus supuestos, y el hogar maximizador, con un horizonte infinito, repleto de variables de salto, hace una parte mucho mayor del trabajo en esos modelos, que lo que hace la parte de las expectativas racionales. De hecho, los modelos de la ortodoxia macrodinámica ilustran bien un común e indeseable aspecto de los modelos económicos en general, llamado ingeniería en reversa (*reverse-engineering*). En efecto, habiendo decidido de antemano preservar la propiedad de convergencia en un sentido robusto, se agregan supuestos para generar este resultado, sin tener en cuenta su plausibilidad sobre bases teóricas o empíricas. Irónicamente, la *divergencia* es una propiedad robusta de los modelos de la ortodoxia macrodinámica, así que el observar *convergencia* en la macroeconomía, refutaría satisfactoriamente este tipo de modelos. No obstante, los profesionales de

la ortodoxia macrodinámica se muestran renuentes a seguir esa estrategia de investigación.

NO LINEALIDAD

Antes de 1980 los macroeconomistas estaban convencidos de la importancia de los modelos no-lineales (Goodwin, 1951; Hicks, 1950; y Desai, 1973, pero el centro de su atención había sido el ciclo económico. Los teóricos de la ortodoxia macrodinámica fueron, sin embargo, más escépticos; para Lucas y Sargent, 1981, “es admisible preguntarse si, para la explicación de los aspectos centrales del ciclo económico, se obtendrá una gran recompensa ajustando modelos no lineales que sean apropiados”. Empero, para la mayoría de los macroeconomistas, los modelos lineales de la ortodoxia macrodinámica fueron exclusivamente formulados como aproximaciones locales. Esos modeladores estaban dependiendo (algunas veces sin darse cuenta de ello) de un teorema debido a Hartman, el cuál describe cómo construir una aproximación local lineal para la mayoría de los sistemas dinámicos no lineales. La técnica involucrada es una familiar, que consiste en calcular las primeras derivadas parciales en un equilibrio. El teorema de Hartman garantiza entonces que el diagrama de fase del sistema linealizado es una aproximación del diagrama de fase del sistema original (no lineal). El teorema requiere, sin embargo, algunas importantes consideraciones:

1. No aplica si el sistema linealizado es un centro (*vg.* tiene eigenvalores puramente imaginarios y el diagrama de fase consiste en órbitas concéntricas cerradas).
2. La aproximación es sólo topológica (homeomorfismo).
3. Sólo se sostiene localmente.

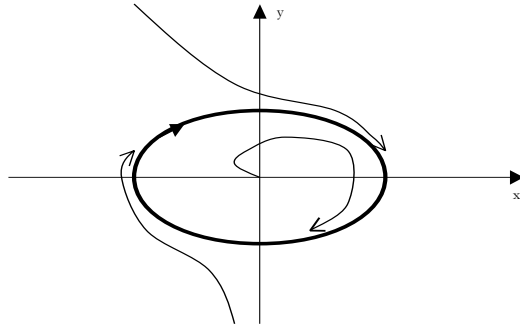
El problema clave es el punto tres recién señalado. Considérese el siguiente (muy simple) sistema no lineal:

$$\dot{x} = y \quad [9]$$

$$\dot{y} = -x + y - y^3 \quad [10]$$

Su único equilibrio se halla en el origen (es un equilibrio inestable), y su diagrama de fase es un ciclo límite estable (representado en la figura 2).

FIGURA 2



Las trayectorias de solución en la figura 2 tienden hacia la curva cerrada resaltada en negritas (el ciclo límite): un modelo macroeconómico con la dinámica de las ecuaciones [9] y [10] muestra una conducta cíclica regular. Su linealización local, sin embargo, es muy diferente. Puede ser fácilmente descrita mediante el cálculo de las primeras derivadas parciales de las ecuaciones [9] y [10], obteniendo:

$$\dot{x} = y \quad [11]$$

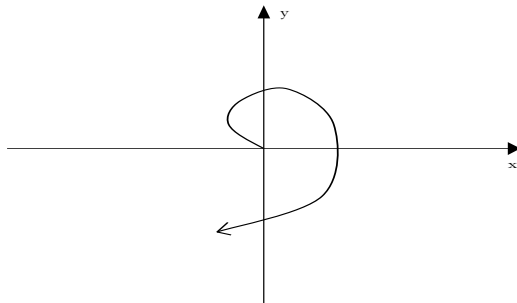
$$\dot{y} = -x + y \quad [12]$$

El sistema dinámico de las ecuaciones [11] y [12] es una espiral inestable; como se muestra en la figura 3. Un modelo macroeconómico con esa dinámica diverge hacia el infinito y parece ser de poco interés económico. Nótese que *cerca al equilibrio* (el origen), la linealización resulta una buena aproximación al sistema original no lineal. No obstante, globalmente la linealización es extremadamente engañosa: lejos de explotar al infinito, el modelo original genera ciclos persistentes y estables.

Este simple ejemplo ilustra un punto general, a saber, que los modelos no lineales, analizados globalmente, (*vg.* sin usar la linealización local) ofrecen

un menú de comportamientos dinámicos mucho más rico, y de un interés potencial para el economista mayor, del que tienen los modelos lineales (o linealizados). En adición a los equilibrios estable e inestable, centros y ciclos límites, existe también la posibilidad de atractores extraños (caóticos). Las aplicaciones económicas de la teoría del caos son discutidos por Barnett y Chen (1986); Baumol y Benhabib (1989); Boldrin y Woodford (1990); Frank y Stengos (1988); Goodwin (1990); Oxley y George (2005); Strogatz (1994). El uso de la modelación no lineal también admite la teoría de las bifurcaciones y las catástrofes (véanse, por ejemplo, Benhabib y Nishimura, 1985; Perko, 1993). La teoría de la catástrofe provee de una forma de analizar las variables de salto como una parte integral del modelo, en vez de ser agregadas a éste como un apéndice poco convincente, tal como ocurre en la ortodoxia macrodinámica (véase por ejemplo, George, 1981, 1988). Finalmente, nótese la interesante contribución de Chiarella (1990, 1991), al debate de las variables de salto en los modelos macroeconómicos, y las muchas aplicaciones económicas de las dinámicas no lineales en George, Oxley y Potter (eds., 2000) y Puu (1997).

FIGURA 3



CONCLUSIONES

Para lograr validez científica los modelos macroeconómicos deben hacer predicciones las cuales, al menos en principio, estén abiertas a la refutación empírica. Una condición necesaria para ello es la propiedad de robustez

descrita en este artículo. La mayoría de los modelos de la ortodoxia macrodinámica hacen predicciones basadas en la convergencia de la macroeconomía hacia un equilibrio, pero en esta clase de modelos la convergencia es no robusta mientras la divergencia es robusta. Un argumento metodológicamente fuerte en esta situación, sería que la macroeconomía en realidad no es divergente y, en consecuencia, la ortodoxia macrodinámica debería ser rechazada. Empero, esta línea de argumentación es raramente seguida: los macroeconomistas generalmente prefieren emplear la ingeniería en reversa (*reverse-engineering*) en sus modelos para recuperar la robustez de la propiedad de convergencia. Ello implica supuestos extra, los cuáles son, ya sea, inaceptablemente *ad hoc*, o extremadamente inverosímiles.

Concluimos que la hipótesis de las expectativas racionales es un útil supuesto simplificador, el cuál debe ser conservado en la macroeconomía, pero que los simples modelos lineales (o linealizados), en los cuáles dicha hipótesis se encuentra típicamente incrustada, deberían ser arrojados al basurero de la historia, junto con su asociada historia de hadas de la ensilladura/variable de salto. Los macroeconomistas podrían entonces girar su atención hacia los modelos dinámicos no lineales, analizados globalmente, lo que les permitiría colocar a la macrodinámica sobre una base genuinamente científica.

BIBLIOGRAFÍA

- Barnett, W.A. y P. Chen, "The Aggregation-theoretical Monetary Aggregates are Chaotic and have Strange Attractors: An Econometric Application of Mathematical Chaos", en W. A. Barnett *et al.* (eds.), *Dynamic Econometric Modelling: Proceedings of the Third International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, CUP, 1986.
- Baumol, W.J., "Topology of Second-order Linear Difference Equations with Constant Coefficients", *Econometrica*, núm. 26, 1958, pp. 258-287.
- Baumol, W.J. y J. Benhabib, "Chaos: Significance, Mechanism and Economic Applications", *Journal of Economic Perspectives*, núm. 3, 1989, pp. 77-106
- Begg, D., *The Rational Expectations Revolution in Macroeconomics: Theories and Evidence*, Philip Allan, 1982.

- Benhabib, J. y K. Nishimura, "Competitive Equilibrium Cycles", *Journal of Economic Theory*, núm. 45, 1985, pp. 284-306.
- Blanchard, O., "Output, the Stock Market and Interest Rates", *American Economic Review, Papers and Proceedings*, núm. 87, 1981, pp. 244-246 .
- Blanchard, O. y C. Khan, "The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations", *Econometrica*, núm. 48, 1980, pp. 1305-1311.
- Boldrin, M. y M. Woodford, "Equilibrium Models Displaying Endogenous Fluctuations and Chaos: A Survey", *Journal of Monetary Economics*, núm. 25, 1990, pp. 189-222.
- Buiter, W., "Saddlepoint Problems in Continuous Time Rational Expectations Models: A General Method and some Macroeconomic Examples", *Econometrica*, núm. 52, 1984, pp. 665-680.
- Buiter, W. y M. Miller, "Monetary Policy and International Competitiveness: The Problem of Adjustment", en W. Eltis y P. Sinclair (eds.), *The Money Supply and the Exchange Rate* OUP, 1981.
- Chadha B., "Wages, Profitability and Growth in a Small Open Economy", *IMP Staff Papers*, núm. 38, 1991, pp. 59-68.
- Chiarella, C., "Perfect Foresight Models and the Dynamic Instability Problem from a Higher Viewpoint", *Economic Modelling*, núm. 3, 1986, pp. 283-292.
- , "Excessive Exchange Rate Variability: A Possible Explanation using Non-linear Economic Dynamics", *European Journal of Political Economy*, núm. 6, 1990, pp. 315-352.
- , "The Bifurcation of Probability Distributions in a Non-linear Rational Expectations Model of a Monetary Economy", *European Journal of Political Economy*, núm. 7, 1991, pp. 65-78.
- Chiarella, C. et al., *Disequilibrium Growth and Labour Market Dynamics*, Springer-Verlag, 2000.
- Chiarella, C. y P. Flaschel, *The Dynamics of Keynesian Monetary Growth: Macrofoundations*, CUP, 2000.
- Christiano, Land S. Harrison, "Chaos, Sunspots and Automatic Stabilisers", *Journal of Monetary Economics*, núm. 44, 1999, pp. 3-31.
- Desai, M., "Growth Cycles and Inflation in a Model of the Class Struggle", *Journal of Economic Theory*, núm. 6, 1973, pp. 527-545.
- Eastwood, R. y A. Venables, "The Macroeconomic Implications of a Resource Discovery in an Open Economy", *Economic Journal*, núm. 92, 1982, pp. 285-299.

- Flaschel, P. y R. SETHI, "The Stability of Models of Monetary Growth: Implications of Non-linearity", *Economic Modelling*, núm. 16, 1999, pp. 221-233.
- Frank, M. y T. Stengos, "Chaotic Dynamics in Economic Time Series", *Journal of Economic Surveys*, núm. 2, 1988, pp. 103-133.
- Froot, K. y M. Obstfeld, "Exchange Rate Dynamics under Stochastic Regime Shifts: A Unified Approach", *Journal of International Economics*, núm. 31, 1991, pp. 203-230.
- George, D.A.R., "Equilibrium and Catastrophes in Economics", *Scottish Journal of Political Economy*, núm. 28, 1981, pp. 43-61.
- , *Mathematical Modelling for Economists*, Macmillan 1988.
- George, D.A.R., L. Oxley y S. Potter (eds.), *Surveys in economic dynamics*, Blackwell, 2000.
- Goodwin, R., "The Non-linear Accelerator and the Persistence of Business Cycles", *Econometrica*, núm. 19, 1951, pp. 1-37.
- Goodwill, R., *Chaotic Economic Dynamics*, Clarendon Press, 1990.
- Halkin, H., "Necessary Conditions for Optimal Control Problems with Infinite Horizons", *Econometrica*, núm. 42, 1974, pp. 267-272.
- Hicks, J., *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*, OUP, 1950.
- King, R. y M. Watson, "The Solution of Singular Linear Difference Systems under Rational Expectations", *International Economic Review*, núm. 39, 1998, pp. 1015-1026.
- Lucas, R. y T. Sargent, "After Keynesian Macroeconomics", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, núm. 3, 1979, pp. 1-16.
- , *Rational Expectations and Econometric Practice*, Londres, Allen and Unwin, 1981.
- Manasse, P., "The Credibility Implications of Real Wage Rigidity", *Oxford Economic Papers*, núm. 43, 1991, pp. 321-339.
- Montiel, P. y N. Haque, "Dynamic Responses to Policy and Exogenous Shocks in an Empirical Developing Country Model with Rational Expectations", *Economic Modelling*, núm. 8, 1991, pp. 201-218.
- Muth, R., "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica*, núm. 29, 1961, pp. 315-335.
- Neary, P. y D. Purvis, "Sectorial Shocks in a Dependent Economy: Long-run Adjustment and Short-run Accommodation", *Scandinavian Journal of Economics*, núm. 84, 1982, pp. 229-253.
- Nielsen, S. y P. Sorensen, "Capital Income Taxation in a Growing Economy", *European Economic Review*, 35, 1991, pp. 179-197.

- Obstfeld, M. y K. Rogoff, "Speculative Hyperinflations in Maximising Models: Can we Rule them Out?", *Journal of Political Economy*, núm. 91, 1983, pp. 675-687.
- Oxley, L. y D.A.R. George, "Economics on the Edge of Chaos: Some Pitfalls of Linearizing Complex Systems", *Environmental and Modelling Software*, 2005.
- Perko, M., *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer Verlag, 1993.
- Puu, T., *Non-linear Economic Dynamics*, Springer Verlag, 1997.
- Strogatz, *Non-linear Dynamics and Chaos*, Addison Wesley, 1994.
- Sussman, O., "Macroeconomic Effects of a Tax on Bond Interest Rates", *Journal of Money, Credit and Banking*, núm. 23, 1991, pp. 352-366.
- Tumovsky, S., *Methods of Macroeconomic Dynamics*, MIT Press, 1995.
- Turnovsky, S. y D. Nguyen, "Perfect Myopic Foresight and the Effects of Monetary and Fiscal Policy in a Simple Inflationary Model: Some Analytical and Numerical Results", *European Economic Review*, núm. 14, 1980, pp. 237- 269.
- Turnovsky, S. y P. Sen, "Accumulation and Debt in an Open Economy", *Oxford Economic Papers*, núm. 43, 1991, pp. 321-339.
- Van de Klundert, T., "Reducing External Debt in a World with Imperfect Asset and Imperfect Commodity Substitution", *European Journal Political Economy*, núm. 7, 1991, pp.17-40.
- Van der Ploeg, F., "Money and Capital in Interdependent Economies with Overlapping Generations", *Economica*, núm. 58, 1991, pp. 233-256.
- Weder, M., *Taylor-rules and Macroeconomic Instability: Or How the Central Bank can Pre-empt Sunspot Expectations*, mimeo, Humboldt University, 2005.