

# Predicción de crecientes incorporando información histórica con base en la distribución log-normal de 3 parámetros

## *Flood Predictions Incorporating Historic Information Through the 3 Parameters Log-Normal Distribution*

Campos-Aranda D.F.

Facultad de Ingeniería

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

E-mail: campos\_aranda@hotmail.com

Información del artículo: recibido: enero de 2007, aceptado: agosto de 2010

### Resumen

Se destaca la importancia de la información histórica sobre crecientes, como complemento del registro sistemático, para garantizar que las estimaciones probabilísticas de las crecientes se ajusten a las experiencias de la comunidad y mejoren estadísticamente tales predicciones. Se expone con detalle el más simple de los métodos que incorporan información histórica en el estudio de crecientes, denominado de los *momentos ponderados históricamente*, incluyendo las ecuaciones que conducen a los tres parámetros de ajuste de la distribución log-normal. A continuación, se expone una fórmula de posición gráfica simple para llevar al papel de probabilidad este tipo de datos mezclados (históricos y sistemáticos). Posteriormente, se describen cuatro aplicaciones numéricas en ríos que cuentan con información histórica y reciente sobre crecientes, misma que ha sido expuesta en la literatura especializada. Por último, se formula una conclusión relativa al procedimiento descrito y a los resultados obtenidos.

### Abstract

*The importance of historic flood information is pointed out, as a complement to systematic records; oriented to guarantee the fit of probabilistic flood estimates to community experience and to improve statistically such predictions. The simplest method that incorporates historic information in flood studies is exposed in detail, named historically weighted moments, the equations to fit the three parameters in log-normal distribution are also listed. Then, a simple plotting positions formula is exposed, in order to show in probability paper this combined data (historic and systematic). Late, four numerical applications in rivers with historical and recent flood information are described, the information has previously been reported in technical papers. Finally, one conclusion is formulated relative to the process described and the numerical results obtained.*

### Descriptores

- predicción de crecientes
- crecientes históricas
- distribución Log–Normal
- método de momentos

### Keywords

- flood predictions
- historic floods
- Log–Normal distribution
- moments method

## Introducción

Cuando se realiza un estudio hidrológico para estimación de crecientes o avenidas asociadas a determinadas probabilidades de excedencia, cuyo recíproco es el período de retorno, se debe de utilizar toda la información disponible, la cual puede ser: (1) registros sistemáticos, (2) datos históricos, (3) registros hidrométricos cercanos y (4) registros pluviográficos y pluviométricos para estimación indirecta. En México, la información sobre registros sistemáticos, comúnmente gastos instantáneos máximos anuales, ha sido digitalizada, concentrada y está disponible en el sistema BANDAS (IMTA, 2003).

En algunas localidades, principalmente donde la población ha ocupado planicies de inundación por largo tiempo, existe información acerca de las grandes crecientes que han ocurrido, antes o después del registro sistemático. Esta información se puede utilizar en el estudio de crecientes y frecuentemente define un periodo mayor durante el cual los gastos máximos históricos y sistemáticos son conocidos. La información histórica de crecientes se obtiene de informes que fueron elaborados para documentar tales eventos extraordinarios, así como del registro de noticias en periódicos y otras fuentes disponibles, como es el establecimiento de marcas o niveles máximos alcanzados por las inundaciones (Benson, 1968). El uso de los datos históricos garantiza que las estimaciones de crecientes se ajusten a las experiencias de la comunidad y mejora estadísticamente las predicciones (WRC, 1977).

El estudio convencional de crecientes basado en un registro sistemático, utiliza los gastos máximos anuales y por lo tanto, el tamaño de la muestra  $n$  corresponde al número de años del registro, generalmente breve en comparación con las magnitudes de los periodos de retorno que se desean estimar. Entonces, cualquier información histórica que efectivamente aumente el valor de  $n$ , mejorará las estimaciones de crecientes. Aunque sólo se conozca el valor de una creciente histórica que alcanzó un cierto nivel, existe también el conocimiento que en el intervalo de años que no existe registro, los gastos máximos anuales fueron menores. Tal registro histórico puede ser considerado una muestra truncada o censurada, cuyos lapso y gasto umbral son conocidos (WRC, 1977; Condie *et al.*, 1982).

## Momentos ponderados históricamente

Quizás, el más simple de los métodos que incorporan información histórica en el estudio de crecientes sea el de los momentos ponderados históricamente (**mph**). En

este método (WRC, 1977; Tasker *et al.*, 1978; Condie *et al.*, 1982) se comienza por definir el lapso total en años ( $Yt$ ) que abarcan los datos históricos y el registro sistemático, enseguida se calcula el factor de ponderación  $W$ , el cual es función de  $Yt$  y del número de crecientes mayores ( $na$ ) y menores ( $nb$ ) que el gasto umbral ( $Xc$ ).

$$W = (Yt - na) / nb \quad (1)$$

Ahora, siendo  $xa$  y  $xb$  las magnitudes de las crecientes superiores y menores que el gasto umbral, y  $da$  y  $db$  las desviaciones de éstas con respecto de la media aritmética ajustada  $\hat{x}$  (ecuación 2), entonces los **mph** son:

$$\hat{x} = \left( W \sum_1^{nb} xb + \sum_1^{na} xa \right) / Yt \quad (2)$$

$$\hat{s} = \left[ \left( W \sum_1^{nb} db^2 + \sum_1^{na} da^2 \right) / (Yt - 1) \right]^{1/2} \quad (3)$$

$$\hat{g} = Yt \left[ \left( W \sum_1^{nb} db^3 + \sum_1^{na} da^3 \right) / \hat{s}^3 \right] / [(Yt - 1)(Yt - 2)] \quad (4)$$

## Ajuste de la distribución log-normal de 3 parámetros

Con base en los **mph** los parámetros de ubicación ( $\alpha$ ), forma ( $\mu$ ) y escala ( $\sigma$ ) de la distribución Log-normal son (Condie *et al.*, 1982):

$$\alpha = \hat{x} - \hat{s} / c \quad (5)$$

$$\mu = \ln(\hat{s} / c) - 0.50 \ln(c^2 + 1) \quad (6)$$

$$\sigma = [\ln(c^2 + 1)]^{1/2} \quad (7)$$

siendo  $c$  la raíz de la ecuación cúbica siguiente:

$$c^3 + 3c - \hat{g} = 0 \quad (8)$$

cuya solución (Abramowitz *et al.*, 1972) se obtiene haciendo:

$$r = \hat{g} / 2 \quad rcr = \sqrt{1 + r^2}$$

$$s_1 = [r + rcr]^{1/3} \quad s_2 = [r - rcr]^{1/3}$$

con

$$c = s_1 + s_2$$

Las predicciones ( $X_p$ ) buscadas, asociadas a una determinada probabilidad ( $p$ ) se obtienen mediante la expresión siguiente:

$$X_p = \alpha + \exp(\mu + K_p \cdot \sigma) \quad (9)$$

donde  $K_p$  es la desviación normal estándar que se estima con la aproximación siguiente (Abramowitz *et al.*, 1972):

$$f = \sqrt{\ln(1/p^2)} \quad (10)$$

$$K_p = f - \frac{c_0 + c_1 f + c_2 f^2}{1 + d_1 f + d_2 f^2 + d_3 f^3} \quad (11)$$

con

$$c_0 = 2.515517 \quad c_1 = 0.802853 \quad c_2 = 0.010328$$

$$d_1 = 1.432788 \quad d_2 = 0.189269 \quad d_3 = 0.001308$$

cuando  $0 < p < 0.50$ , hacer  $K_p = -K_p$ ; en caso de que  $0.50 < p < 1.0$  emplear:  $p = 1 - p$ , sin cambiar  $K_p$ .

### Posiciones gráficas

Las fórmulas de posiciones gráficas que permiten dibujar los datos en un papel de probabilidad, tienen dos funciones: primera, permitir realizar el contraste gráfico de la distribución ajustada y segunda, detectar valores dispersos o *outliers*. Cuando se desea incorporar la información histórica en la distribución empírica se deben realizar ajustes a las fórmulas tradicionales, uno de ellos, nuevamente el más simple, es el propuesto por el WRC (1977), otro más preciso es el sugerido por Hirsh *et al.* (1987). El primero consiste en ordenar en forma decreciente todos los gastos disponibles, históricos y sistemáticos y utilizar la expresión siguiente para estimar su probabilidad de excedencia:

$$P(X > x) = \frac{m'}{Yt + 1} \quad (12)$$

$m'$  es el número de orden, igual a  $m = 1, 2, 3, \dots, NAH$  o número de avenidas históricas. Cuando  $m$  es mayor se corrige con base en las ecuaciones siguientes:

$$m' = Wp \cdot m - (Wp - 1) \cdot (NAH + 0.50) \quad (13)$$

donde:

$$Wp = \frac{(Yt - NAH)}{n} \quad (14)$$

siendo  $n$  el número de datos del registro sistemático.

### Aplicaciones numéricas

#### Río Júcar en la costa mediterránea de España

Con una superficie de cuenca de  $22,000 \text{ km}^2$ , la parte media y baja de ésta son las que contribuyen a sus crecientes, las cuales han sido registradas sistemáticamente desde 1946 hasta 1988 por la estación 89 en el Huerto de Mulet (Francés, 1995), cuyos datos se tienen en la tabla 1. Respecto a las crecientes históricas se han documentado y verificado las cuatro siguientes en el periodo de 1792 a 1945, con gasto umbral de  $6,200 \text{ m}^3/\text{s}$ : 1) año 1805 con  $8,400 \text{ m}^3/\text{s}$ , 2) año 1814 con  $6,400 \text{ m}^3/\text{s}$ , 3) año 1864 con  $13,000 \text{ m}^3/\text{s}$  y 4) año 1923 con  $4,800 \text{ m}^3/\text{s}$ .

En la tabla 5 se presentan los valores característicos ( $Yt, na, nb, \hat{x}, \dots, c$ ) asociados al procesamiento de esta información, así como las predicciones obtenidas con la ecuación 9 y con la distribución Log-Pearson tipo III (LP3), modelo prescrito para datos sistemáticos.

#### Río Big Sandy en Bruceton, TN., U.S.A.

Con un área de cuenca de  $530.7 \text{ km}^2$ , la información histórica abarca de 1897 a 1929, con tres crecientes en los años inicial, 1919 y 1927, sus valores son  $707.9, 594.7$  y  $523.9 \text{ m}^3/\text{s}$  (WRC, 1977). Los datos sistemáticos comprenden de 1930 a 1973 y se presentan en la tabla 2. Dado que en esta información no se especifica el valor de gasto umbral, se adoptó de  $300 \text{ m}^3/\text{s}$ . En la tabla 5 se han concentrado los resultados de este procesamiento y en la figura 1 se presenta su contraste gráfico.

#### Río Irwell en Adelphi Weir, Inglaterra

Se tiene un registro histórico de 10 crecientes superiores a  $240 \text{ m}^3/\text{s}$  disponible en el periodo de 1896 a 1935. Las mediciones sistemáticas comenzaron en 1936, sus datos anuales hasta 1968, con dos valores faltantes en 1940 y 1960, se tienen en la tabla 3 (NERC, 1975). Entonces, el registro histórico total es de 73 años, con 41 gastos de crecientes, más 32 crecientes truncadas (Condie *et al.*, 1982). En la tabla 5 se presentan los resultados de su procesamiento y en la figura 2 se presenta su contraste gráfico.

#### Río Avon en Bath, Inglaterra

Durante el periodo histórico de 1865 a 1939 ocurrieron 10 crecientes superiores a  $200 \text{ m}^3/\text{s}$ . El registro sistemático disponible abarca de 1940 a 1968; ambas secuencias de datos se tienen en la tabla 4 (Leese, 1974). En la tabla 5 se citan los resultados asociados a su procesamiento y contraste.

## Contraste contra predicciones del registro sistemático

Con objeto de tener una comparación cuantitativa de las predicciones con el método de los **mph**, se realizó el ajuste a los datos sistemáticos de una distribución Log-Pearson tipo III, a través de los métodos de momentos en el dominio logarítmico (WRC, 1977) y en el dominio real (Bobée, 1975), adoptando el que condujo al menor error estándar de ajuste (Kite, 1977 y Campos, 2006). Los resultados se han concentrado en la tabla 5.

Se observa que en las tres primeras aplicaciones, la incorporación de la información histórica conduce a predicciones superiores a las obtenidas con el procesamiento probabilístico del registro sistemático; sin embargo, en la cuarta aplicación (Río Avon) sucede lo contrario, esto es debido a que en el registro reciente de sólo 29 años ocurren crecientes del mismo orden de magnitud que las históricas e incluso mayores, tal es el caso de los años 1960, 1967, 1954, 1946, 1963 y 1950 (tabla 4).

Tabla 1. Gastos sistemáticos en  $m^3/s$  del Río Júcar en la estación 89, España. (Francés, 1995)

Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto
1946	464	1957	440	1968	161	1979	226
1947	447	1958	800	1969	461	1980	87
1948	880	1959	302	1970	133	1981	46
1949	181	1960	114	1971	556	1982	12,000
1950	860	1961	143	1972	377	1983	31
1951	315	1962	207	1973	163	1984	347
1952	93	1963	128	1974	70	1985	511
1953	375	1964	—	1975	347	1986	413
1954	134	1965	362	1976	319	1987	5,200
1955	177	1966	161	1977	524	1988	207
1956	954	1967	155	1978	87	—	—

Tabla 2. Gastos sistemáticos en  $m^3/s$  del Río Big Sandy en la estación Bruceton, U.S.A. (WRC, 1977)

Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto
1930	257.7	1941	34.0	1952	120.6	1963	77.6
1931	58.3	1942	286.0	1953	141.6	1964	87.8
1932	221.4	1943	107.0	1954	94.0	1965	203.3
1933	91.2	1944	151.2	1955	155.2	1966	54.4
1934	158.0	1945	159.4	1956	334.1	1967	256.6
1935	481.4	1946	339.8	1957	145.8	1968	87.2
1936	190.9	1947	112.7	1958	94.9	1969	76.5
1937	370.4	1948	173.6	1959	68.0	1970	122.6
1938	120.9	1949	134.2	1960	41.3	1971	143.8
1939	168.2	1950	279.8	1961	106.8	1972	339.8
1940	47.6	1951	148.1	1962	211.8	1973	216.3

Tabla 3. Gastos históricos y sistemáticos en  $m^3/s$  del Río Irwell en Adelphi Weir, Inglaterra. (NERC, 1975)

Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto
1896	311	1936	377	1947	272	1958	114
1901	396	1937	100	1948	102	1959	176
1908	255	1938	230	1949	292	1960	—
1911	287	1939	186	1950	111	1961	252
1919	348	1940	—	1951	230	1962	257
1921	311	1941	205	1952	186	1963	288
1923	289	1942	186	1953	378	1964	137
1924	289	1943	246	1954	216	1965	320
1927	340	1944	249	1955	295	1966	238
1931	328	1945	496	1956	152	1967	287
—	—	1946	101	1957	278	1968	272

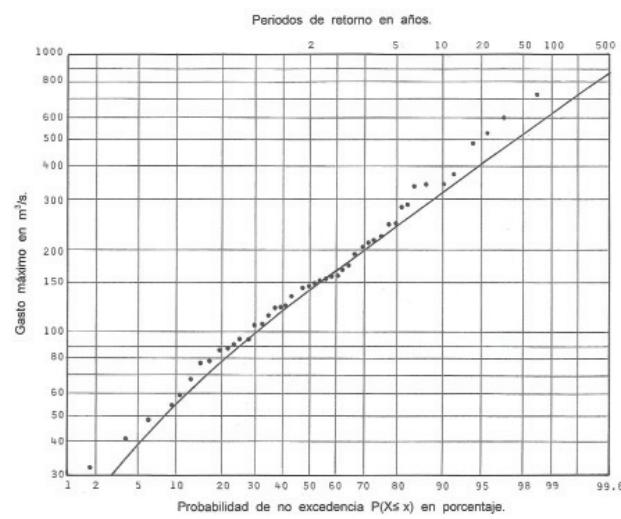


Figura 1. Contraste gráfico de la distribución log-normal de tres parámetros ajustada por momentos ponderados históricamente a los datos del Río Big Sandy en Bruceton, USA (WRC, 1977).

Tabla 4. Gastos históricos y sistemáticos en  $m^3/s$  del Río Avon en Bath, Inglaterra. (Leese, 1974)

Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto	Año	Gasto
1865	206	1940	148	1950	229	1960	352
1866	228	1941	84	1951	136	1961	121
1875	218	1942	149	1952	116	1962	103
1879	264	1943	73	1953	96	1963	277
1882	362	1944	118	1954	296	1964	110
1888	204	1945	128	1955	128	1965	178
1894	375	1946	282	1956	107	1966	172
1899	239	1947	98	1957	138	1967	311
1900	302	1948	104	1958	169	1968	125
1924	255	1949	113	1959	169	—	—

Tabla 5. Valores característicos y predicciones ( $m^3/s$ ) en los cuatro ríos indicados

Variable Hidrológica*	Río Júcar, España	Río Big Sandy, U.S.A.	Río Irwell, Inglaterra.	Río Avon, Inglaterra.
ANIH	1792	1897	1896	1865
ANIS	1946	1930	1936	1940
ANFS	1988	1973	1968	1968
$Y_t$ (años)	197	77	73	104
NAH	4	3	10	10
$n$ ( $ncf$ )	42 (1)	44 (0)	31 (2)	29 (0)
$X_c$ ( $m^3/s$ )	6,200	300	240	200
$na$	4	8	25	16
$nb$	42	39	16	23
$\hat{x}$ ( $m^3/s$ )	732.886	172.167	215.384	148.371
$\hat{s}$ ( $m^3/s$ )	1,716.725	124.701	85.140	63.655
$\hat{g}$	4.6913	2.1007	0.6074	1.7445
$c$	1.1091	0.6206	0.1998	0.5315
$\alpha$ ( $m^3/s$ )	-815.026	-28.776	-210.749	28.599
$\mu$ ( $m^3/s$ )	6.944	5.140	6.035	4.661
$\sigma$ ( $m^3/s$ )	0.896	0.571	0.198	0.499
Distribución**	LN3	LP3	LN3	LP3
Tr = 2 años	222	110	142	207
Tr = 5 años	1387	765	247	234
Tr = 10 años	2452	1712	326	307
Tr = 25 años	4158	3501	435	328
Tr = 50 años	5709	5168	523	410
Tr = 100 años	7513	7013	616	480
Tr = 500 años	12835	11553	854	548
Tr = 1,000 años	15689	13469	968	574
Tr = 5,000 años	23875	17524	1259	629
Tr = 10,000 años	28162	19046	1398	661

\* ANIH año Inicial de las crecientes Históricas.

ANIS año Inicial de las crecientes Sistemáticas.

ANFS año Final de las crecientes Sistemáticas.

 $ncf$  número de crecientes faltantes en el registro sistemático.

\*\* LN3 log-normal de 3 parámetros.

LP3 log-Pearson tipo III.

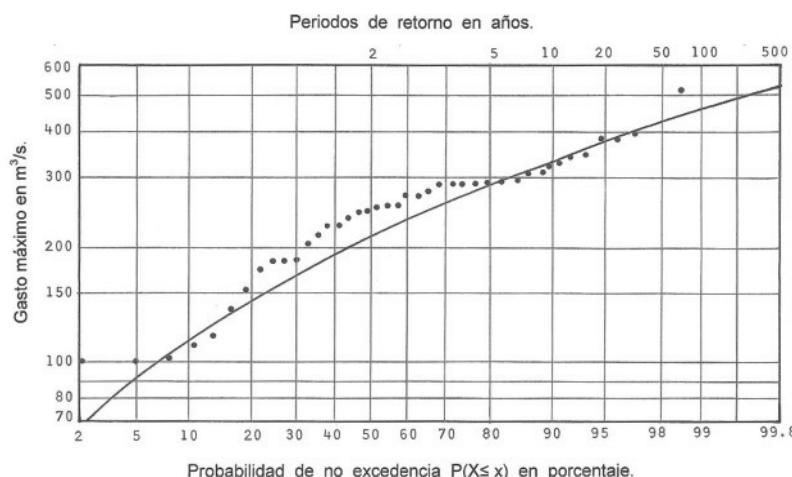


Figura 2. Contraste gráfico de la distribución log-normal de tres parámetros ajustada por momentos ponderados históricamente a los datos del Río Irwell en Adelphi Weir, Inglaterra (NERC, 1975).

## Conclusión

El método de los momentos ponderados históricamente (**mph**), es quizás el enfoque más simple que permite incorporar la información sobre crecientes históricas disponible en algunas localidades. El uso de los **mph** para ajustar la distribución Log-normal de 3 parámetros que representa tales datos, es también un procedimiento sencillo y eficaz, al juzgar por los resultados numéricos obtenidos en las aplicaciones descritas y en los contrastes gráficos expuestos. Por lo anterior, se recomienda su aplicación como procedimiento *inicial*, cuando se deban procesar probabilísticamente registros sistemáticos que disponen de información histórica sobre crecientes.

## Referencias

- Abramowitz M., Stegun I.A. *Handbook of Mathematical Functions*. Chapter 3: Elementary Analytical Methods, pp. 9–63 and chapter 26. Probability functions, pp. 925–995. Ninth Printing. New York, U.S.A. Dover Publications, Inc. 1972. 1046 p.
- Benson M.A. *Measurement of Peak Discharge by Indirect Methods*. Technical Note. 90 (WMO-No. 225). World Meteorological Organization. Geneva, Switzerland. 1968. 161 p.
- Bobée B. The Log Pearson Type 3 Distribution and its Application in Hydrology. *Water Resources Research*, 11(5):681–689. 1975.
- Campos-Aranda D.F. *Análisis probabilístico univariado de datos hidrológicos*. Capítulo 1: Conceptos teóricos del análisis probabilístico, pp. 11–31. Avances en Hidráulica 13. AMH-IMTA. México DF. 2006. 172 p.
- Condie R., Lee K.A. Flood Frequency Analysis with Historic Information. *Journal of Hydrology*, 58:47–61. 1982.
- Francés G.F. *Utilización de la información histórica en el análisis regional de las avenidas*. Capítulo 6: Aplicación a los Ríos Júcar, Turia y Segura, pp. 166–213. Monografía No. 27 del Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Barcelona, España. 1995. 242 p.
- Hirsh R.M., Stedinger J.R. Plotting Positions for Historical Floods and their Precision. *Water Resources Research*, 23(4):715–727. 1987.
- Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS). *Hidrometría y sedimentos hasta 2002 en 8 CD's*. SEMARNAT-CNA-IMTA. Jiutepec, Morelos. 2003.
- Kite G.W. *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. Chapter 12: Comparison of Frequency Distributions, pp. 156–168. Water Resources Publications. Fort Collins, Colorado, USA. 1977. 224 p.
- Leese M.N. The Use of Censored Data in Estimating T-Year Floods. *Design of Water Resources Projects with Inadequate Data*, pp. 563–575. Proceedings of the Madrid Symposium, June 1973. Studies and Reports in Hydrology 16. UNESCO-WMO-IAHS. Paris, France. 1974.
- Natural Environment Research Council. *Flood Studies Report*. Volume I (Hydrological Studies), chapter 2, theme 2.8: The Treatment of Missing Peaks or Historic Floods as Censored Samples, pp. 213–219. NERC. London, England. 1975.
- Tasker G.D., Thomas W.O. Flood-Frequency Analyses with Prerecord Information. *Journal of the Hydraulics Division*, 104(HY2): 249–259. 1978.
- Water Resources Council. *Guidelines for Determining Flood Flow Frequency*. Appendix 6: Historic data, pp. 6.1–6.7. Bulletin 17 A of the Hydrology Committee. WRC. Washington, D. C., U.S.A. 1977. Revised edition. 1977.

## Semblanza del autor

*Daniel Francisco Campos-Aranda*. Obtuvo el título de ingeniero civil en diciembre de 1972 en la entonces Escuela de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Durante el primer semestre de 1977, realizó en Madrid, España un diplomado en hidrología general y aplicada. Posteriormente, durante 1980–1981, llevó a cabo estudios de maestría en ingeniería en la especialidad de hidráulica en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. En esta misma institución, inició (1984) y concluyó (1987) el doctorado en ingeniería con especialidad en aprovechamientos hidráulicos. Ha publicado artículos principalmente en revistas mexicanas de excelencia: 35 en Ingeniería Hidráulica en México, 11 en Agrociencia y 6 en Ingeniería. Investigación y Tecnología. En congresos internacionales y nacionales ha presentado 24 y 73 ponencias, respectivamente. Fue investigador nacional (nivel I: expediente 7273) desde el 1º de julio de 1991 hasta el 31 de diciembre del 2007. Actualmente es profesor jubilado de la UASLP, desde el 1º de febrero del 2003. En 2008, la AMH le otorgó el premio nacional “Francisco Torres H.”, a la práctica profesional de la hidráulica.