

Modelización de una actividad de la física para mejorar la enseñanza del concepto de función

Modeling an activity of physics to improve the teaching of the concept of function

CAMACHO RÍOS Alberto
VALENZUELA GONZÁLEZ Verónica
CALDERA FRANCO Marisela Ivette

RECEPCIÓN: JULIO 1 DE 2017 | APROBADO PARA PUBLICACIÓN: SEPTIEMBRE 20 DE 2017

Resumen

En este documento, el concepto de función es examinado desde un contexto no-matemático, la física. En el escrito se desarrolla una modelización del fenómeno de capacitancia, en el cual el comportamiento del uso de condensadores permite identificar las variables que afectan los procesos de carga y descarga del mismo. En esa práctica resultan magnitudes de tiempo t contra voltaje V y corriente I , cuyas gráficas representan funciones exponenciales o logarítmicas. El objetivo de estudio es que los estudiantes del segundo semestre de ingeniería sean capaces de identificarlas. Por las características de la modelización, la experimentación es sujeta del modelo praxeológico extendido de Castela y Romo-Vázquez (2011). Según los resultados, los estudiantes reafirmaron el conocimiento que tenían del concepto de función expo-

Alberto Camacho Ríos. Profesor-investigador del Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México. Líder del Cuerpo Académico Educación Matemática ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática. Es doctor en matemática educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Correo electrónico: camachoriosalberto@gmail.com.

Verónica Valenzuela González. Docente del Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Chihuahua II. Miembro del Cuerpo Académico Educación Matemática ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática. Maestra en educación por la Universidad Pedagógica Nacional. Correo electrónico: uvalenzuelamx@yahoo.com.mx.

Marisela Ivette Caldera Franco. Docente del Programa de Maestría en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico de Chihuahua II. Miembro del Cuerpo Académico Educación Matemática ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática. Estudiante en el Programa de Doctorado en Educación de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Autónoma de Chihuahua. Correo electrónico: marisela_caldera_franco@yahoo.com.mx.

El problema de investigación parte de una expresión de la física-matemática; es decir: $I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$, que se determina mediante un proceso de análisis de mallas que involucran magnitudes de capacitancia C , resistencia R , voltaje ε . El análisis lleva a su vez a la determinación de las leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm (Serway, 1997, p. 154). Para determinar una expresión analítica que involucre la dependencia del tiempo de carga y corriente se debe resolver la ecuación del circuito de la malla a partir de las reglas de Kirchhoff; es decir:

$$\frac{d}{dt} \left(\varepsilon - \frac{q}{C} - IR \right) = 0,$$

donde q es la carga en el capacitor; ello lleva a establecer dos ecuaciones, como las siguientes:

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0$$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt$$

Como R y C son constantes, esto puede ser integrado utilizando condiciones iniciales, como para $t = 0$, $I = I_0$, cuya sustitución lleva a la expresión buscada: $I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$.

El procedimiento anterior es poco comprensible para un estudiante de segundo semestre de ingeniería y anula la parte experimental de la que surge. De ahí que sea necesaria una actividad de experimentación física que la valide, adecuada para los estudiantes de ese semestre.

Debido a los tipos de técnicas algorítmicas que surgen en la actividad, nos inclinamos por utilizar el marco teórico reconocido como modelo praxeológico extendido, de Castela y Romo-Vázquez (2011). El modelo extendido parte de incorporar a la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) una componente conocida como tecnología práctica, simbolizada como θ^p (figura 1), que permite sumar a la modelización *técnicas prácticas*, ausentes en las tecnologías teóricas θ^{th} (teoremas, definiciones, etcétera) de las que se desprenden las técnicas matemáticas que ayudan en la resolución de tareas adheridas al discurso matemático de la clase (Castela, El Idrissi y Malonga, 2015, p. 424).

Las técnicas prácticas suelen ser proposiciones empíricas que se corresponden con la fenomenología física (Camacho y Sánchez, 2015), o bien con disciplinas ajenas a la matemática que no se justifican con los elementos tecnológicos supuestos en el modelo de organización matemática (OM), reconocido en la TAD como praxeologías canónicas (Chevallard, 2007) que no incorporan en su definición estructural al empirismo.

mente ha sido validada a lo largo de varios semestres de su experimentación. La descripción que se muestra enseguida es fruto de esa experiencia.

2.1. PRÁCTICA

Objetivo: familiarizarse con el comportamiento del condensador identificando las variables que afectan los procesos de carga y descarga del mismo y la manera en que los afectan.

En sí mismo, el objetivo así descrito establece una tecnología práctica θ^p adherida al discurso tradicional de la física en el aula.

Cada equipo trabajará con lo siguiente:

- Dos condensadores electrolíticos de 2200 μF (a 16 V o más) y otro más de una capacitancia diferente.
- Un resistor de 6800 Ω (o mayor, hasta 10 k Ω).
- Un resistor de 1000 Ω u otro valor marcadamente diferente al anterior.
- Un condensador electrolítico de un valor diferente a 2200.
- Un foco de extensión navideña con socket (porta foco).
- Una fuente de voltaje variable o cuatro pilas de 1.5 V tamaño D y un porta pilas.
- Conectores, cronómetro y multímetro (eventualmente se puede utilizar el móvil).

Enseguida, la autora enumera las actividades a desarrollar para lograr el objetivo. Estas últimas, en el contexto del modelo extendido de Castela y Romo-Vázquez (2011), se deben considerar como *técnicas prácticas*, que hemos simbolizado como τ^p .

2.2 ACTIVIDAD

τ_1^p : Armen un circuito en serie con la resistencia de 6800 Ω , el condensador de 2200 μF y la fuente de 6 V. Antes de cerrar el circuito asegúrense de que el condensador esté descargado juntando sus terminales y que han conectado la pata del condensador etiquetada como negativa con la terminal de más bajo potencial de la fuente (o la etiquetada como positiva con la terminal de más alto potencial). Dispongan el multímetro para medir uno de los parámetros del circuito y justo en el momento de cerrar el circuito comiencen a tomar lecturas cada dos segundos de un parámetro eléctrico del circuito; continúen así hasta que en varias lecturas consecutivas no haya cambio. ¿Qué pueden decir sobre el condensador después de esto?, ¿qué saben de él?

τ_2^p : para conocer más sobre la forma en que trabaja un condensador, registren en la misma forma en que lo hicieron en el punto anterior (cada dos segundos) todos los parámetros eléctricos durante el proceso de carga. Puesto que solo disponen de un medidor, tendrán que repetir el proceso de carga para hacer todos los registros. En cada caso dibujen un diagrama del circuito, etiquétenlo con los valores usados y representen en él también la forma en que están conectando el medidor.

ciones de la física. En este mismo sentido, se aclaró la polaridad de las terminales del condensador, buscando que la terminal negativa se conectara con aquella de más bajo potencial de la fuente de voltaje. De ahí se siguió con la medición y toma de datos. El profesor tuvo cuidado de revisar que cada equipo conectara adecuadamente el multímetro para evitar desperfectos en este último, de modo que las lecturas que se tomaran se acercaran lo más posible a la realidad del fenómeno.

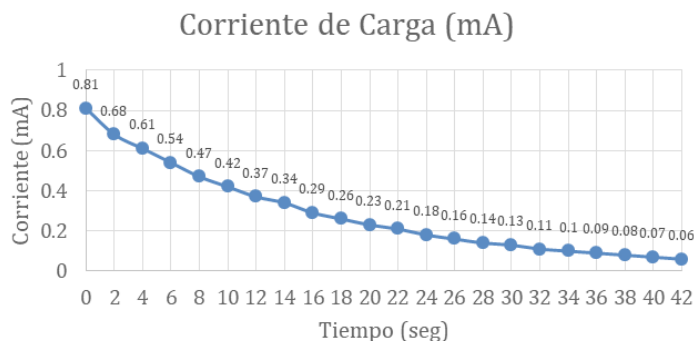
La toma de lecturas fue videograbada utilizando para ello el móvil de los estudiantes, lo cual permitió posteriormente la transcripción de los datos. El móvil se permitió en la experimentación debido a que la toma de lecturas se exigió por cada dos segundos, lo cual representaba cierta dificultad con el uso de cronómetros tradicionales. A partir de la videograbación fue posible rescatar las lecturas y transcribirlas en una tabla en Excel.

2.3. DESCRIPCIÓN DE LAS LECTURAS Y GRÁFICAS

Por el tipo de experimento, se estimaron al menos cinco tablas con sus respectivas gráficas. La primera de ellas enlista elementos numéricos de voltaje V contra tiempo t en el proceso de carga en el condensador. La segunda refiere voltaje V contra tiempo t en el proceso de carga en el resistor. En la tercera, se estima corriente I contra tiempo t en el proceso de carga. En la cuarta se considera voltaje V contra tiempo t en el proceso de descarga en el condensador. Finalmente, en la quinta se contempla corriente I contra tiempo t en el circuito dentro del proceso de descarga.

En la imagen de la figura 2 se encuentran enumerados los valores de corriente I contra tiempo t determinados durante el proceso de carga del condensador; la gráfica de valores fue elaborada por uno de los equipos. Se puede observar que la cantidad de valores puntuales tienden a la gráfica de una función exponencial, cuya expresión es semejante a: $f(x) = a^{-x}$.

Fig. 2. Gráfica de la corriente I contra tiempo t en el proceso de carga del condensador.



Después de que los equipos terminaron de llenar las tablas de valores y elaborar las gráficas correspondientes, el profesor les hizo entrega de una lista de gráficas

4. CONCLUSIONES

En la práctica que precede se parte de un cuestionamiento que surge de actividades de la física, en este caso el circuito de carga de un condensador. Tal actividad supone un trabajo de modelización de la práctica misma, trabajo que involucra la recolección de datos que a su vez lleva a la graficación de funciones de la matemática. En la experimentación se introdujeron funciones exponenciales y logarítmicas, herramientas valiosas que dejan claro el concepto de capacitancia y confirman el comportamiento de las variables de las funciones mencionadas a través de su crecimiento y decrecimiento, considerando también los intervalos de los dominios y contradominios respectivos.

En este sentido, consideramos que los estudiantes reafirmaron el conocimiento que tenían del concepto de función exponencial, toda vez que esa ratificación se dio a través de las actividades desarrolladas con la práctica.

En sentido inverso, es decir desde la enseñanza del concepto de función (exponencial y logarítmica) en la asignatura de cálculo diferencial, esta situación pudiera luego constituir una base para mejorar y reafirmar el aprendizaje del mismo concepto, toda vez que la actividad es susceptible de conducir a la introducción de la gráfica de las funciones desde un contexto no-matemático, lo cual entra en conflicto con la presentación de estos temas en los cursos habituales de esa asignatura (Castela, El Idrissi y Malonga, 2015). No obstante, la introducción de conceptos en el curso de cálculo desde la física es cotidiana y la justificación a tales conflictos y restricciones que se provocan con su inmersión se encuentra en el marco teórico propuesto, toda vez que es poco conocido en los países latinoamericanos. En esos conflictos se encuentran dos modos de razonamiento opuestos, de los que destaca el nivel de rigor que debe emplearse en la enseñanza de las matemáticas para los futuros ingenieros y el empirismo dominante en el aula.

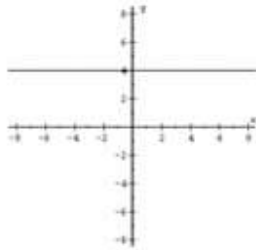
REFERENCIAS

- ARMENDÁRIZ, G. (2017). *Manual de prácticas de física general*. México: Departamento de Ciencias Básicas / Instituto Tecnológico de Chihuahua II / Tecnológico Nacional de México.
- CASTELA, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 28(2), 135-179.
- CASTELA, C. y ROMO-VÁZQUEZ, A. (2011). Des mathématiques à l'Automatique: Étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(1), 79-130.
- CASTELA, C., EL IDRISSE, A. y MALONGA MOUNGABIO F. (2015). Les interactions entre les mathématiques et les autres disciplines dans les formations générale et professionnelle –Compte-rendu du groupe de travail n°5. En Theis L. (ed.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques: enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*– Actes du colloque EMF2015-GT5, pp. 424-430.
- Camacho, Alberto & Romo-Vázquez Avenilde. (2015) Déconstruction-construction d'un concept mathématique. In Theis L (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques*:

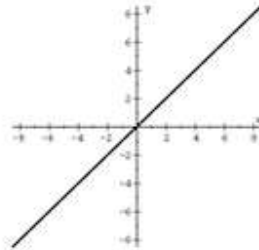
ANEXO

Listado de funciones sugeridas a los estudiantes durante el desarrollo de la experimentación.

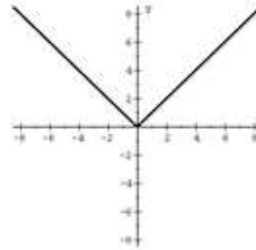
Tipos de Funciones



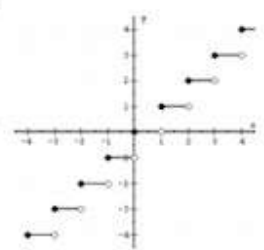
$f(x) = a$
Constante



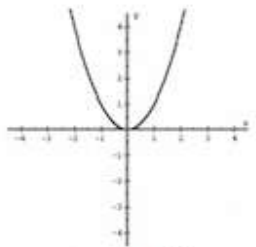
$f(x) = x$
Lineal



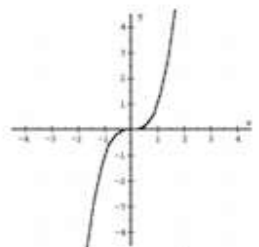
$f(x) = |x|$
Valor Absoluto



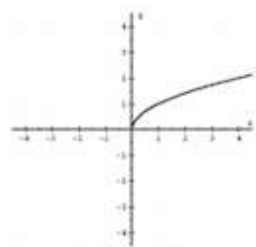
$f(x) = \text{int}(x) = [x]$
Función Piso



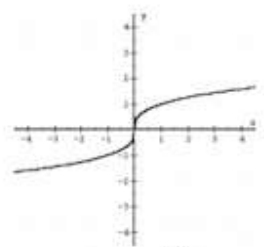
$f(x) = x^2$
Cuadrática



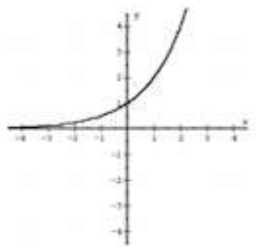
$f(x) = x^3$
Cúbica



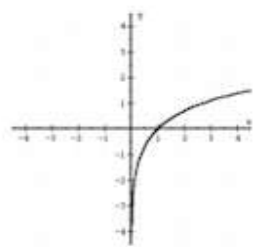
$f(x) = \sqrt{x}$
Raíz Cuadrada



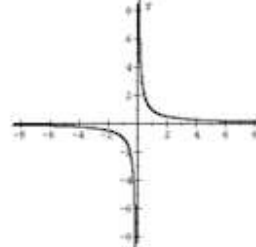
$f(x) = \sqrt[3]{x}$
Raíz Cúbica



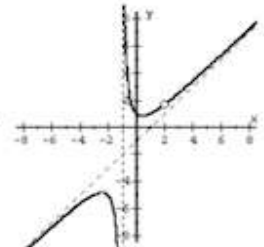
$f(x) = a^x$
Exponencial



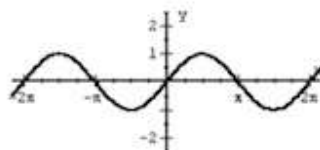
$f(x) = \log_a x$
Logarítmica



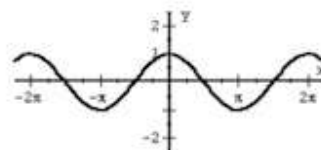
$f(x) = \frac{1}{x}$
Recíproca



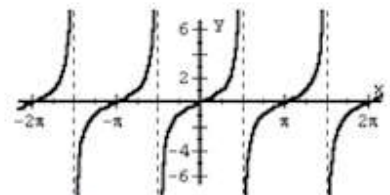
$f(x) = \frac{(x^2 + 1)(x - 2)}{(x + 1)(x - 2)}$
Racional



$f(x) = \sin x$



$f(x) = \cos x$



$f(x) = \tan x$

Funciones Trigonométricas