

Propuesta de una situación didáctica con el uso de material didáctico para la comprensión de la noción de semejanza en estudiantes de segundo de secundaria

Proposal of a didactic situation with the use of teaching material for the understanding of the notion of similarity in secondary school students

BRICEÑO SOLÍS Eduardo Carlos
ALAMILLO SÁNCHEZ Lizbet

RECIBIDO: AGOSTO 21 DE 2017 | ACEPTADO PARA PUBLICACIÓN: SEPTIEMBRE 27 DE 2017

Resumen

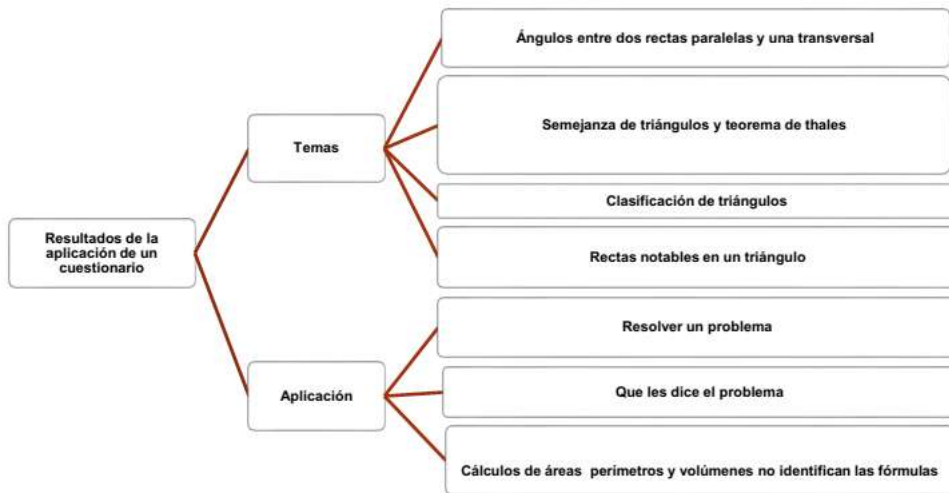
Se reporta el resultado de la aplicación de una situación didáctica con estudiantes de secundaria para analizar cómo comprenden la noción de semejanza con el uso de material didáctico. La situación se fundamentó en la teoría de situaciones didácticas con actividades de construcción de figuras geométricas con el uso del tangram como material de uso didáctico. El objetivo es que los estudiantes generen una representación geométrica de semejanza y conjeturen la idea de razón. Los resultados muestran estrategias con el uso del material para generar explicaciones sobre la noción de semejanza.

Palabras clave: SITUACIÓN DIDÁCTICA, MATERIAL DIDÁCTICO, SEMEJANZA.

Eduardo Carlos Briceño Solís. Docente-investigador de la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. Obtuvo el grado de doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Ha impartido cursos, ponencias, talleres y conferencias en congresos nacionales e internacionales con la temática de construcción social del conocimiento matemático y el uso de recursos didácticos en los procesos de enseñanza de las matemáticas. Actualmente es miembro del Sistema Nacional de Investigadores. Correo electrónico: ecbs74@gmail.com.

Lizbet Alamillo Sánchez. Estudiante de Licenciatura en Matemáticas con orientación en Matemática Educativa y Estadística de la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. Ha participado en eventos de divulgación de las matemáticas en el estado de Zacatecas, escuelas de verano, taller de matemáticas para niños en la Unidad Académica de Matemáticas. Coautora del cartel *Optimización de flujos en semáforos*, presentado en el Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana 2016. Correo electrónico: lizalsan88@hotmail.com.

Fig. 1. Resultados de temas que se dificultan a los estudiantes de secundaria.



Fuente: Gamboa y Ballester, 2010.

Por otra parte, Gualdrón y Gutiérrez (2006, p. 4) expresan como problemática “que los estudiantes tienen dificultad para reconocer la semejanza cuando las medidas de los lados de las figuras no son enteras, y que recurren a la estrategia aditiva de forma errónea”. Es por ello que su objetivo de investigación fue conocer y estudiar las ideas previas acerca del conocimiento y razonamiento que tienen los estudiantes para contrastarlas con las ideas generadas después de impartir una unidad de enseñanza del concepto de semejanza. El diseño de los autores consistió en un pretest que da a conocer conocimientos previos del estudiante a la enseñanza de la semejanza, así como su nivel de razonamiento en actividades de manipulación de figuras no regulares justificándolo de manera numérica, gráfica o verbal. El siguiente texto muestra la intencionalidad del pretest:

Sus conocimientos en cuanto a contenidos relacionados con el tema, sus estrategias de resolución (ejercicios y problemas), las dificultades más frecuentes sobre diferentes aspectos de la semejanza de figuras planas y los tipos de errores más frecuentes. [Gualdrón y Gutiérrez, 2006, p. 9].


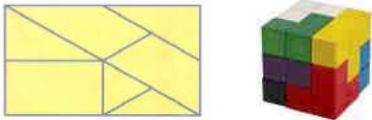
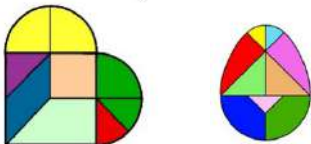
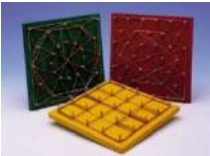



Estos investigadores afirman que la comprensión de la semejanza se verá reflejada en la concepción que tengan al respecto y que el aspecto visual de la razón, en la representación geométrica, es de gran ayuda. Como resultados describe que los estudiantes logran ver que la estrategia aditiva es incorrecta, pues en el pretest se evidencia que la mayor parte de las respuestas son incorrectas al utilizarla. Conviene ejemplificar el término estrategia aditiva en el siguiente ejemplo. Se plantea el ejercicio a los estudiantes de ampliar un rectángulo a una base de 12 como se muestra en la figura 2.

Se reporta que los estudiantes dan como respuesta que la altura es de 10 cm, ya que realizan la diferencia de $12-5=7$, y este valor se le suma a la altura 3, para

indagar sobre el uso de algún recurso que permita la observación visual, misma que describimos a continuación.

Villarroel y Sgreccia (2011) consideran que los materiales didácticos utilizados para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, desde un aspecto visual del tema, propicia una serie de habilidades en el estudiante. Estos autores distinguen siete grupos que se describen en la tabla 1.

Tabla 1. Grupos de materiales didácticos y habilidades a desarrollar.

Material didáctico	Habilidades que desarrolla	Imagen
Modelos fijos 2D y 3D	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Comunicación. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Rompecabezas geométrico	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Dibujo o construcción. • Comunicación. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Tangram	<ul style="list-style-type: none"> • Dibujo y construcción. • Ingenio. • Comunicación. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Geoplano	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Dibujo y construcción. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Transformaciones dinámicas	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Comunicación. • Construcción. • Razonamiento. 	
Origami o papiroflexia	<ul style="list-style-type: none"> • Comunicación. • Dibujo y construcción. • Razonamiento. • Aplicación. 	
Objetos del entorno real	<ul style="list-style-type: none"> • Visuales. • Comunicación. • Dibujo y construcción. • Razonamiento. • Aplicación. 	

Fuente: Villarroel y Sgreccia, 2011.

rolla la construcción de un conocimiento nuevo cuando el profesor provee el medio didáctico y el estudiante se enfrenta a él para la construcción del saber” (citado en Chavarría, 2006). La teoría es importante para los fines de esta investigación, ya que permite conocer cómo el estudiante construye y comprende la noción de semejanza mediante una validación de estrategias con el uso de un recurso didáctico tangible, con la intención de tener un enfoque distinto de enseñanza donde el elemento principal bajo esta teoría es la interacción del alumno con su medio didáctico para el desarrollo de estrategias.

El medio didáctico comienza desde el momento en que el profesor diseña la actividad, teniendo en cuenta las necesidades y condiciones que se requieren para el desarrollo del tema. Durante el proceso de una situación didáctica se puede analizar cómo el estudiante aborda el tema, cómo piensa y enfrenta decisiones acerca de la resolución de problemas relacionados. En el escrito de Brousseau (1986), que lo describe como un medio sin intenciones didácticas, es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiera. Al ser el medio didáctico el espacio donde se desenvuelve el estudiante para la construcción del nuevo conocimiento, este requiere metodológicamente un proceso de etapas el cual se dividen como tipológicos de situaciones.

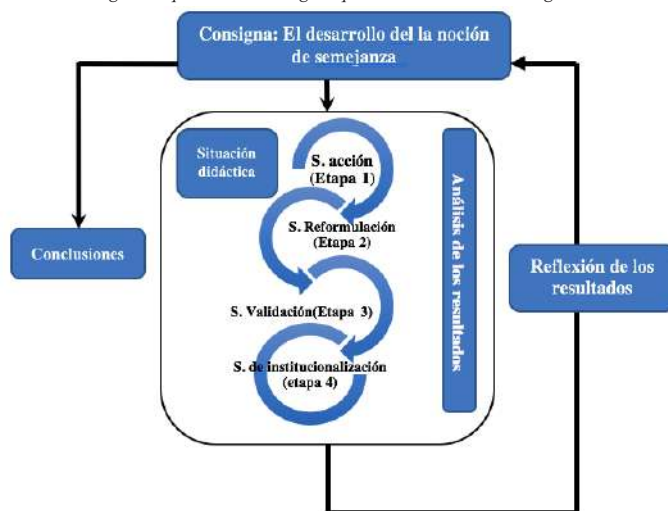
3.1. TIPOLOGÍA DE SITUACIONES EN LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

A continuación se presenta una tipología de situaciones incluidos en la teoría de Brousseau (1986) en una situación didáctica que conforman el medio didáctico que son: la acción, formulación, validación:

1. La situación acción consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber mediante la implementación de estrategias.
2. La situación de formulación consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes; esto es, compartir experiencias en la construcción del conocimiento.
3. La situación de validación, donde, una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal en el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esa interacción.
4. La institucionalización del saber representa una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica. En esta los estudiantes ya han construido su conocimiento y simplemente el docente retoma y formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales la situación tuvo problemas.

Así, la teoría de situaciones didácticas, como herramienta teórica, nos permitirá conocer cómo el estudiante construye la noción de semejanza, su razonamiento al respecto desde una representación geométrica con la interacción física del tangram. En específico se trata de que se reconozcan patrones de aumento de los lados de figuras geométricas mediante una estrategia multiplicativa. A continuación se pre-

Fig. 4. Esquema metodológico que se utilizó en la investigación.



Fuente: Elaboración personal.

lados de figuras geométricas. Se presenta el diagrama metodológico del proceso de la obtención de resultados en la figura 4.

En el siguiente apartado se presentan las intencionalidades de la situación didáctica en cada una de las etapas, siendo este el instrumento para la obtención de resultados.

4.1. SITUACIÓN DIDÁCTICA DE LA NOCIÓN DE SEMEJANZA

4.1.1. Situación de acción (etapa 1)

Actividad:

1. Con el apoyo de regla y transportador realicen las medidas de los lados y ángulos de cada figura del tangram; registrarán los datos en un cuadro como el de la siguiente imagen.

Medidas de los lados en cm					Medidas de sus ángulos grados			
Nombre y Número de pieza	a	b	c	d	$\sphericalangle a$	$\sphericalangle b$	$\sphericalangle c$	$\sphericalangle d$
Triángulo 1								
Triángulo 2								
Triángulo 3								
Cuadrado 4								
Triángulo 5								
Paralelogramo 6								
Triángulo 7								

Propósito:

- Los estudiantes interactúen con el concepto de forma física, teniendo un primer acercamiento con los elementos de una figura geométrica, como son los ángulos y las medidas de los lados. El investigador intervendrá solo de ser necesario sobre dudas en algún planteamiento de la actividad. Como parte de la situación

Propósito:

- Se derivan dos preguntas de la actividad anterior, las cuales tienen el objetivo de que al comparar estratégicamente los triángulos construidos en la actividad 1, observen que las medidas son distintas, pero su forma se mantiene.
3. ¿Podría decir que el triángulo formado con dos piezas y el de cuatro piezas son del mismo tamaño y de la misma forma?

Justificación: _____

Propósito:

- La actividad tiene la finalidad de que los estudiantes vean que la semejanza ocurre también cuando las figuras mantienen su forma y tienen las mismas medidas.
4. Construye una figura de la misma forma, pero distinto tamaño a la pieza número 4, de tal forma que su tamaño sea el doble. ¿Qué puedes decir de sus ángulos?

Justificación: _____

Propósitos:

- La finalidad es que construyan una figura del doble de tamaño que el cuadrado del tangram, conservando la medida de sus ángulos.
- Los estudiantes trabajarán en sus equipos en la construcción de figuras requeridas y mediante comunicación grupal para realizar conjeturas y afirmaciones acerca de la idea implícita de la noción de semejanza.

La primera actividad consta de dos preguntas, con la idea de desarrollar estrategias de construcción de triángulos con distintas cantidades determinadas de piezas del tangram. Los triángulos que se les pide construir son los que se ven en las figuras 5, 6, 7 y 8, aunque de acuerdo con su estrategia de construcción las piezas serán distintas.

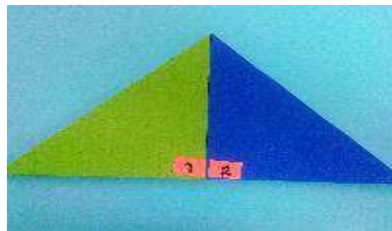


Fig. 5. Triángulo formado por dos piezas.

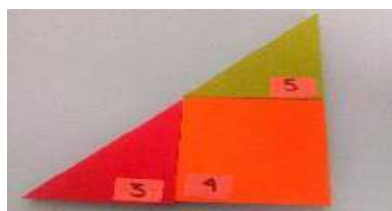


Fig. 6. Triángulo formado por tres piezas.

6.1. Observa las diferencias entre las medidas de los paralelogramos anteriores y responde: ¿cuáles serían las medidas de los lados de un paralelogramo 5? Escribe la estrategia que utilizaste para responder la pregunta anterior.

Propósitos:

- La idea principal será que observen un patrón entre cada paralelogramo. Al comparar las medidas del original con el paralelogramo 2, observen que uno es el doble de tamaño que el anterior, por lo cual se les pedirá deduzcan las medidas del paralelogramo 3 y 5, teniendo presente la observación anterior.
- La finalidad es que los estudiantes observen que la diferencia entre cada paralelogramo será el doble, como idea a la construcción de la razón de semejanza.

5. DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS

Los datos utilizados en esta investigación se obtuvieron por medio de fotografías y grabación de videos, así como imágenes de las respuestas escritas por los estudiantes en cada etapa analizada. Por lo extenso del documento se muestra el análisis que consideramos representativo de cada etapa de la situación didáctica.

5.1. PRIMERA ETAPA: SITUACIÓN DE ACCIÓN

El objetivo fue que los estudiantes interactuaran en un primer acercamiento con los elementos principales para la noción de semejanza; es decir, ángulos y las medidas de los lados de figuras geométricas. Se muestran imágenes de la interacción de los equipos E_1 y E_3 cuando realizaron mediciones a los lados (19 cm) y ángulos de las figuras que integran el tangram de siete piezas de forma tangible.

Fig. 9. Interacción de los equipos E_1 y E_3 con los elementos de semejanza.



Se les pidió registrar dichas medidas en la tabla adjunta en su hoja de trabajo donde mostramos la respuesta del equipo E_3 , que coincide con E_1 , E_2 y E_4 , de donde podemos considerar el primer acercamiento con los elementos del concepto (figura 10).

hoja de trabajo buscando las piezas que reúnan las medidas requeridas e interactúa con sus compañeras A_2 y A_3 .

La alumna A_1 se dirige a A_2 .

A_2 [La alumna busca las piezas que le dice A_1 , piezas 6, 5, 4 y 3]: —Con estas vamos a formarlo. A ver, hay que hacer el triángulo — A_2 dibuja imaginariamente en su butaca el triángulo para tratar de visualizarlo.

A_1 : —O deja buscar más formas.

A_2 : —Aquí puede ir la punta —haciendo referencia a la pieza 3—. Mira, mira, después puede ir este —coloca la pieza 6 mostrándoles a A_1 y A_3 —; luego puede ir este —ahora coloca las piezas 4 y 5, pero se da cuenta que embonan y las retira—; así iba bien, así estaba bien [...] —la alumna logra formar el de tres y deciden seguir la estrategia de buscar lo que les falta en medida para completar el triángulo de cuatro piezas.

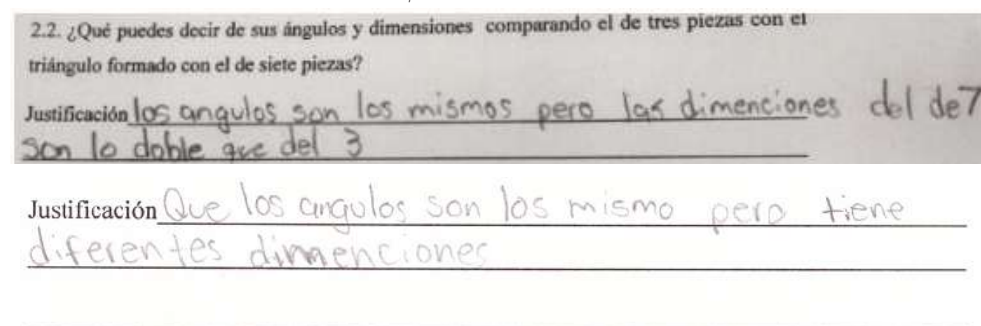
A_2 [se dirige a A_3]: —Préstame esa pieza [...]

Las alumnas logran formar el triángulo de cuatro piezas siguiendo la estrategia de completar el de tres piezas con una pieza más. En una segunda parte de esta etapa se les pidió comparar el triángulo formado de tres piezas con el de siete, y el de dos piezas con el de cuatro. Resultado de esta comparación, respecto a sus dimensiones y ángulos, el equipo E_4 deduce que el triángulo formado por siete piezas es el doble de tamaño que el triángulo formado por tres piezas y que conservan su forma (figura 12). Dicha deducción también la obtuvieron los equipos E_1 , E_2 y E_3 , a excepción del equipo E_5 .

Las deducciones de los equipos E_1 , E_2 , E_3 y E_4 , en una primera instancia, se expresaron de forma verbal al comunicarse entre sus compañeros y llegar a una conclusión, ayudados por el material de los triángulos que construyeron con anterioridad. Dichas deducciones consistían al observar que los triángulos conservaban su forma, pero las medidas de sus lados eran distintas.

La estrategia consistió en comparar dos triángulos entre sí, apoyándose de la información obtenida de la pregunta 2, donde registraron las medidas de los trián-

Fig. 12. Respuesta del equipo E_4 a las preguntas 2.2 y 4 de la situación de formulación.



E₃

Utilizaron la estrategia denominada división de figuras 1.



Construcción del paralelogramo de mayor dimensión.

* Consiste en dividir la figura original, similar a las piezas de un rompecabezas, en un número determinado de figuras planas, para la búsqueda de figuras de mayor tamaño.

La experimentación con el tangram hizo posible que los estudiantes encontrarán, en esta etapa, distintas estrategias para construir un paralelogramo semejante al original (pieza número 6). Cuatro de los equipos lograron el objetivo.

5.4. CUARTA ETAPA: SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN

La idea principal de la situación de institucionalización, que es formalizar las ideas, las conclusiones y observaciones realizadas por los equipos durante el proceso de las situaciones didáctica anteriores. Por lo tanto, tiene el objetivo de que los alumnos expresen la idea de razón de semejanza.

Se pidió que observaran las medidas de los lados del paralelogramo original y las compararan con las del número 2 y posteriormente dedujeran las medidas de los paralelogramos 3 y 5. Esto con la finalidad de que logren observar que existe un patrón; es decir, que el paralelogramo 2 es de doble tamaño que el 1 y que el 3 es de doble tamaño que el 2, llevándolos a crear la idea de una representación geométrica de la razón de semejanza.

Para deducir las medidas de los lados del paralelogramo 3 y 5, los alumnos, aunque no logran la observación de que el 2 es el doble del 1, desarrollan una estrategia para encontrar las medidas del siguiente paralelogramo. Los equipos E₁, E₂, E₃ y E₄ sumaron al paralelogramo 3 la diferencia de medidas entre el 1 y el 2. Se puede concluir que los estudiantes no logran parcialmente el reconocimiento del patrón

Fig. 16. Respuesta del equipo E_r

Tabla 2

Medidas de los lados en cm				
Nº Paralelogramo	a	b	c	d
#1	8.5	6	8.5	6
#2	17	12	17	12
#3	25.5	18	25.5	18

6.1. Observa las diferencias entre las medidas de los paralelogramos anteriores y responde ¿Cuáles serían las medidas de los lados de un paralelogramo # 5?

42.5, 30, 42.5, 30

Escribe tu estrategia que utilizaste para responder la pregunta anterior.

Sumando los lados del #2 y #3

semejanza, pues para deducir las medidas del paralelogramo 3, suman la diferencia de valores entre las medidas de un paralelogramo y otro; por ejemplo, en la figura 17, uno de los lados del paralelogramo 2 es 17 cm y la medida del paralelogramo 3 es de 25.5 cm, por lo que para el equipo E_4 la idea de razón de semejanza la manifiestan en pensar que la razón entre dichos paralelogramos en forma multiplicativa representada por 1.5 cm, tomando en cuenta que, aunque aún no abordan el tema, logran tener una idea representativa de la razón de proporción.

5.6. REDISEÑO DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Consideramos esta sección como parte de la reflexión de los resultados y para que el lector considere estas sugerencias que, a nuestro parecer, facilita la obtención de mejores resultados de los reportados en este documento. Así se plantea un refinamiento a la situación didáctica agregando dos ítems en la etapa de institucionalización para orientar a la observación de un patrón multiplicativo, esto con la finalidad de que los estudiantes tengan una idea más clara del significado de la razón de semejanza.

En el primer ítem que se agregaría en la situación de institucionalización es el de construir un paralelogramo 4 del doble tamaño que el 3, de la misma manera se les pediría construir un paralelogramo 5 del doble de tamaño que el paralelogramo 4. Para ello se requeriría incluir dos tangram adicionales de siete piezas o algún otro que reuniera las características de la actividad, con mayor medida al utilizado.

En el segundo ítem se pediría realizar comparaciones de los paralelogramos 1 y 2, luego el 2 y 3, de tal forma que se pueda observar con mayor facilidad la razón de semejanza, para posteriormente solicitarles las medidas del paralelogramo 7 y 9, de tal manera que se pueda reconocer el patrón multiplicativo para deducir las medidas del paralelogramo 20 por ejemplo.

Hacemos hincapié de que la situación didáctica se plantea para grupos de segundo año de secundaria donde aún no se aborda el concepto sin embargo logran desarrollar una representación geométrica de la semejanza y de la razón. Será interesante si se toma esta situación, pero enfocado a magnitudes fraccionarias, para analizar las dificultades; y si es así, cómo mejorar su ausencia.

6. CONCLUSIONES

6.1. IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

La enseñanza del concepto de semejanza es uno de los temas que presentan dificultad en los estudiantes de nivel básico. Una razón se debe al enfoque algorítmico de ser implementada. Conviene, por lo tanto, dar sentido a conceptos de geometría logrando que el estudiante asuma como responsabilidad de resolver un problema geométrico. La investigación en la teoría de situaciones didáctica asume esta postura conside-

rando que la intencionalidad didáctica de su situación consiste en recrear un medio didáctico favorable que, con el incentivo del reto, haga que el estudiante mejore y reformule sus estrategias.

En las tres primeras etapas de la situación didáctica consideramos que los estudiantes, mediante prácticas de medir y comparar magnitudes, desarrollan una relación multiplicativa entre ellas (ver figura 12); sin embargo, al momento de formalizar esta idea en la última etapa se observó que recurren de nuevo a la estrategia aditiva. Nuestra conclusión considera que la estrategia aditiva representa un obstáculo al momento de trabajar con el tema de semejanza, pero que en actividades donde se usa material tangible, no lo favorece tanto. En la sección 5.6 hacemos algunas recomendaciones para su implicación en la enseñanza para institucionalizar la estrategia de relación multiplicativa de magnitudes. En ese sentido, los datos obtenidos nos muestran que el objetivo principal de cómo el estudiante comprende la noción de semejanza presentó resultados positivos en el desarrollo para su construcción como saber. Mediados por la visualización del material brinda otra representación (geométrica) del concepto e idea sobre la razón de proporcionalidad.

6.2. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Siendo el tema de la noción de semejanza en estudiantes de segundo grado, consideramos que el trabajo queda limitado en cuanto el seguimiento de estos estudiantes cuando vean el tema en tercero. Nos parece que el análisis de seguimiento de estos estudiantes de alguna manera nos permitiría evaluar nuestra situación didáctica.

6.3. SUGERENCIAS DE INVESTIGACIÓN

Se sugiere considerar otros materiales didácticos aparte del que se presenta en este documento, empleando magnitudes fraccionarias o decimales; por ejemplo, el empleo de popotes para construir figuras semejantes. Por otra parte, se debe hacer un estudio sobre el obstáculo de la estrategia aditiva, ya que forma parte de los estudiantes reportada en este trabajo y en otras investigaciones. Por lo tanto, estudios de corte histórico, cognitivo, social y epistemológico son pertinentes para profundizar sobre su uso en el tema de semejanza. Otra sugerencia es experimentar, mediante el uso de tecnología, con actividades como, por ejemplo, construir figuras geométricas donde se conserve su forma, mas no sus magnitudes.

Por último, se concluye que el estudiante desarrolla la noción de semejanza si se le propone actividades donde utilice prácticas de medición y comparación de figuras geométricas; consideramos que el desarrollo de estas dos permite construir ideas sobre la razón de proporcionalidad y semejanza.

7. REFERENCIAS

- BARRANTES, M.L., BALLESTERO, I.F. y FERNÁNDEZ, M.L. (2014). Enseñar geometría en secundaria. En J. Asenjo, O. Macías y J.C. Toscano (eds.), *Memoria del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación* (pp. 1-14). Buenos Aires, Argentina: OEI.
- BROUSSEAU, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-155.
- CASTRO, C.C. y CÉSPEDES, Y.G. (2009). *Concepciones de los estudiantes de grado octavo sobre el concepto de semejanza*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia.
- CHAVARRÍA, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. En D.A. y D. Soto (eds.), *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (2), 1-10.
- FONTES, M.D.M. (2011). La noción de semejanza: una aproximación al estado del arte. En *XIII Memoria de la Conferencia interamericana de educação matemática* (pp. 1-5). Recife, Brasil: CIAEM.
- GAMBOA, R.A. y BALLESTERO, E.A. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), 125-142.
- GUALDRÓN, E.P. y GUTIÉRREZ, A.R. (2006). Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza. *Memoria del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 63-82). Zaragoza, España: SEIEM.
- MOCHÓN, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación matemática*, 24(1), 133-157.
- SEP. (2011). Plan de estudios 2011. Educación básica. México: SEP.
- VILLARROEL, S. y SGRECCIA, N. (2011). Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de secundaria. *Números*, (78), 73-94.