

Gráficas lineales: un proceso de significación a partir de su uso en ingeniería

Linear graphics: A process of meaning from it use in an engineering

TUYUB SÁNCHEZ Isabel
BUENDÍA ÁBALOS Gabriela

RECEPCIÓN: AGOSTO 9 DE 2017 | APROBADO PARA PUBLICACIÓN: SEPTIEMBRE 11 DE 2017.

Resumen

En este escrito se analiza el uso de gráficas lineales en una maestría en ingeniería con la intención de generar una base de significación para el desarrollo de pensamiento matemático funcional. Esta investigación de corte socioepistemológico muestra tres casos ilustrativos sobre cómo esta comunidad académico-científica usa gráficas cartesianas. Se evidencian significados propios que provienen del uso de conocimiento matemático y que se integran en una significación mayor con una riqueza en la articulación de nociones como pendiente de rectas y puntos de intersección. El objetivo es mostrar la factibilidad de un cambio didáctico de los objetos hacia las prácticas, ya que estas favorecen un desarrollo intencional de usos del conocimiento matemático, propuesta que puede permear a lo largo del contexto escolar como una herramienta para el desarrollo de pensamiento matemático.

Isabel Tuyub Sánchez. Docente de tiempo completo en la Universidad Autónoma de Yucatán. Es maestra en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Su línea de investigación se refiere a la construcción social del conocimiento matemático. Ha publicado en revistas especializadas internacionales producto de investigaciones y trabajo colegiado con cuerpos académicos universitarios. Correo electrónico: isabel.tuyub@correo.uady.mx.

Gabriela Buendía Ábalos. Afiliada a la Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa AC. Es doctora en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN) y miembro del Sistema Nacional de Investigadores Nivel 1. Su línea de investigación se refiere a la construcción social del conocimiento matemático escolar. Ha publicado en revistas especializadas nacionales e internacionales los resultados de proyectos y el trabajo continuo de profesores y alumnos de posgrado. Correo electrónico: buendiag@hotmail.com

cuestionamientos generales nos permitirían proponer un eje para el aprendizaje de las matemáticas. Coherentemente, este eje no pudiera estar enfocado en un cúmulo de objetos matemáticos aislados entre sí; más bien es un eje en el que incluso puedan converger varias nociones.

Así, en contraste con la pregunta de cuánto debe saber de matemáticas un alumno, nos cuestionamos sobre el uso de la matemática en diferentes contextos. Ello le provee a la matemática escolar una base de significación diferente (Cordero *et al.*, 2016), pues se genera no solo a partir de la matemática misma y su estructuración lógica, sino analizando su uso en un contexto de interés. En particular analizaremos el uso de las gráficas cartesianas en una comunidad científica de ingeniería, para con ello proponer una base de significación para el conocimiento matemático referido a ese tópico y que signifique a la matemática de dicha comunidad y al sistema educativo en general.

Cordero *et al.* (2016) proporcionan evidencia de cómo las gráficas son herramientas que sostienen y desarrollan argumentos cualitativos para construir conocimiento relativo a temas matemáticos, como las ecuaciones diferenciales. Al ser estas herramientas imprescindibles para los ingenieros, el uso significativo de las gráficas cartesianas proporciona una base de significación que enriquecen considerablemente los aspectos analíticos de la misma. Las gráficas se muestran no solo como mera ilustración, sino como parte de un conocimiento funcional y articulado vigente en una comunidad de ingeniería.

Estos significados de las gráficas, nuevos o diferentes a los que se suelen presentar en el discurso matemático escolar tradicional, se evocan intencionalmente por el uso que de ellas se hace en la comunidad de estudio. Dichos significados los entenderemos como una *resignificación de gráficas y sus elementos* en un contexto situado a partir de su uso.

Esta resignificación de gráficas es nuestro objeto de estudio. En este escrito presentamos evidencia a partir del uso de gráficas cartesianas lineales en una comunidad de Maestría en Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán. A partir del análisis de las gráficas en problemas asociados a las ramas de la Ingeniería en Construcción y la Ingeniería Ambiental, evidenciamos dos usos generales de las gráficas cartesianas lineales de variación y cambio: organización de la información y el mostrar procedimientos y técnicas. Ello conformará una base de significación para una matemática que pudiera ser más funcional tanto en el contexto profesional particular, como a lo largo del currículo escolar.

2. EL USO DEL CONOCIMIENTO: ASPECTOS TEÓRICOS

El objetivo del escrito es analizar cómo se usa el conocimiento matemático en un ambiente de corte profesional y académico del área de ingeniería con perfil investigativo y cómo se genera un saber funcional; ello permitirá indagar elementos de

nos referimos cuando afirmamos cuestionar la matemática de la escuela a partir, en primera instancia, de una descentración en el objeto matemático. Consideramos entonces una fuente social de reconstrucción de significados asociados a un conocimiento matemático (la *resignificación* continua de un objeto matemático) y ello se hace a través de analizar el uso de dicho conocimiento en un contexto específico; en su conjunto resultan una herramienta que permite la reconceptualización de saberes matemáticos (Biehler, 2005).

Bajo esta visión, entenderemos por *uso del conocimiento* aquel que se utiliza con cierto significado (no necesariamente el otorgado por el discurso matemático escolar) y con ello dar paso a reflexionar sobre la matemática funcional que permea en la comunidad de estudio, como aquella *matemática con sentido* para quien la usa (Cantoral, 2013; Cordero, 2011).

La TSME le apuesta entonces al *saber matemático* como un conocimiento en uso y considera clave problematizar dicho conocimiento. Esta problematización se logra al considerar cuatro elementos principales: una práctica de referencia como elemento central alrededor de la cual se interrelacionan tres elementos esenciales: el uso, el usuario y los contextos socioculturales de significación. En la figura 1 se aprecia un esquema sobre estos cuatro elementos para la problematización del saber.

Para nuestra investigación, dicho esquema se percibe de la siguiente manera:

- La *práctica de referencia* se refiere al quehacer de la comunidad de la Maestría en Ingeniería, cuyo objetivo es producir conocimiento que posea un impacto social para la región.
- Un *uso* que se fomenta en la práctica de referencia abordada con base en el concepto matemático asociado (gráficas lineales) a través de tareas específicas identificadas en el quehacer.
- Un *usuario* reflejado en la comunidad como dos grupos esenciales: uno de expertos (profesores-investigadores) y otro de aprendices (estudiantes), compuesta por ingenieros, arquitectos y biólogos que participan en un sistema de aprendizaje

Fig. 1. Problematización del saber.



Fuente: Cantoral, 2013.

alguna área específica de la maestría, e incluso realizar labores de investigación. Los miembros tienen un tiempo y un espacio propio para interactuar entre ellos, por lo que hay oportunidad de que los aprendices conozcan a varios expertos y estén inmersos en las problemáticas de la comunidad. Hay un interés explícito por parte del programa institucional en la transmisión de conocimientos para enriquecimiento de la comunidad. Las formas en que los integrantes se relacionan en un principio es jerárquico con respecto a los expertos, y de iguales entre los principiantes; también hay cierto respeto de estos últimos con los estudiantes avanzados. Luego, de acuerdo con sus intereses, se incorporan en grupos de trabajo más pequeños, ya sea un estudiante con un doctor investigador responsable o formando un grupo pequeño con otros estudiantes a cargo de uno o varios doctores; el rol jerárquico evoluciona a un rol de iguales, regido por los intereses compartidos, en el que el aprendizaje se produce en la práctica compartida.

Se denominan *cosificaciones* a los productos generados por la comunidad y son la explicitación de los procesos de esta comunidad manifestados en algo físico que permite el continuo de su conocimiento (Lave y Wenger, 1991). Las cosificaciones analizadas fueron proyectos finales, tesis de maestría y artículos de investigación publicados por los aprendices y expertos; de ahí que fueron pieza clave para analizar su quehacer.

Se eligieron gráficas cartesianas lineales de variación y cambio, porque son las que se presentan en la mayoría de los quehaceres de la CoP. De esta manera permitieron ser un medio transversal de análisis, porque sin importar qué especialidad ingenieril se está abordando, aparecen para resolver problemáticas de interés de la comunidad.

Por medio de los constructos teóricos socioepistemológicos del *funcionamiento* y la *forma* se pudieron categorizar dos tipos generales de usos:

- *La organización de la información*, cuyo objetivo es la comprobación de hipótesis comparando, por ejemplo, normas con propuestas alternativas producto de la investigación.
- *El uso de procedimientos y técnicas* que se manifiesta cuando la lectura de la gráfica permite predecir y tomar decisiones mediante la manipulación de ciertos elementos de la gráfica.

Las gráficas cartesianas se emplean en la mayoría de los casos para comprobar resultados y propuestas provenientes de la investigación en el área. Dado el carácter situacional de los usos de las gráficas para analizar su relación con la construcción de conocimiento científico, las *tareas* que emanan del quehacer de la misma comunidad de estudio enmarcan dicho y se pueden organizar por el cómo implementan los usos descritos.

La unidad mínima de análisis para poder estudiar los usos de las gráficas lineales en esta CoP fue tomada de los trabajos realizados por Montiel y Buendía (2012); se basa en la interrelación entre tres componentes: el *saber matemático*, que recae en las gráficas de variación y cambio; la *actividad humana*, referida al quehacer pro-

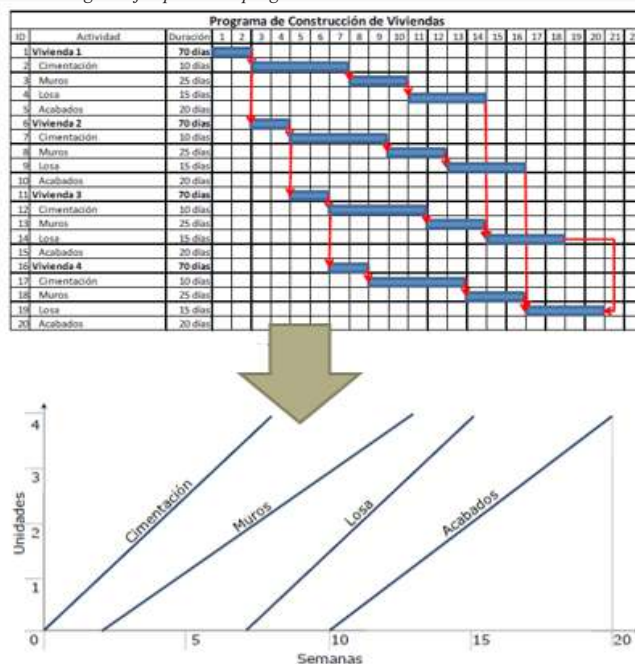
Loría (2013), doctor en Construcción, propone la gráfica de líneas de balance (LDB) para organizar la misma información de manera simplificada; permitiría además medir avances de programación (rendimientos) de actividades repetitivas con un enfoque de sistemas. La propuesta del experto consiste en una gráfica cartesiana en la que cada línea recta corresponde a cada actividad del programa de obra, que será llamada línea de balance, como se aprecia en la parte inferior de la figura 3. En el eje horizontal está el tiempo en semanas y en el eje vertical las cuatro viviendas consideradas en el caso ilustrado.

Podemos ver en la gráfica de las LDB que se muestra el “ritmo” de trabajo al cual deben ser realizadas todas las actividades que conforman un proyecto para concluirlo de acuerdo con lo programado; expresa tiempos planeados para la entrega de viviendas y cómo deben ser cumplidos esos tiempos (en términos de ritmos):

[...] una gráfica de LDB no muestra relaciones directas entre actividades individuales; muestra una relación de resultados entre las diferentes operaciones y cómo cada operación debe ser completada a un ritmo particular para que la subsecuente proceda al ritmo requerido [Loría, 2013, p. 7].

El rendimiento es representado por la pendiente de los elementos lineales que representa el ritmo de ejecución de la actividad en cada uno de los elementos a construir. También se puede leer como conjunto: cómo debería ser una actividad con respecto a la otra. El “debería ser” se refiere a la relación entre las semanas transcurridas y las viviendas trabajadas.

Fig. 3. Ejemplo de un programa de obra en una línea de balance.



Fuente: Loría, 2013.

el levantamiento de muros. Abriendo un poco el análisis y creando un intervalo alrededor del punto $t = 2$ podemos ver que antes de la segunda semana solo se está trabajando en la vivienda uno, y después en ambas viviendas. Este tránsito entre la forma de análisis puntual-intervalo permite desarrollar estrategias de variación y cambio en el que la gráfica se comunica con el usuario a través de lo que significa un punto coordinado. Esto funciona para que el plan de obra tenga coherencia en cuanto a las actividades sugeridas.

Los elementos propios de una gráfica cartesiana, como la etiqueta del eje horizontal, la etiqueta del eje vertical y la localización de un punto cartesiano, se resignifican trascendiendo del mero hecho de reconocer los elementos semióticos de una gráfica y de su estructuración como la representación de una función. Dichos elementos tienen una forma y un funcionamiento situacionales que enriquecen su significado con base en cómo son usados, en este caso para comunicar un plan de obra en cuanto a la coherencia y correcta ilación de las actividades de construcción necesarias.

4.2. CASO ILUSTRATIVO 2: CURVAS DE CALIBRACIÓN

La tarea se refiere a evaluar si la metodología con espectroscopía de absorción atómica por el método de flama es adecuada para determinar la existencia de plomo (Pb) o níquel (Ni) en sedimentos marinos de costas yucatecas (Aragón-Briceño *et al.*, 2011). El método analítico a emplear utiliza un equipo llamado espectrofotómetro para calentar, por medio de una flama, muestras de los sedimentos hasta convertirlos en gas (niebla atómica) y medir la absorbancia (cantidad de luz absorbida por el metal atomizado). Se cuantifica la concentración de dichos metales por medio de un haz de luz con lámparas específicas para cada metal, pues cada uno tiene su longitud de onda a la cual absorbe (Garay-Tinoco *et al.*, 2003). Para la validación de esta metodología se requieren cuatro características: linealidad, precisión, exactitud y límites de detección y cuantificación. Para este escrito solo se analizan ejemplos que utilizan gráficas para su estudio: linealidad y límites de detección.

Para considerar que los resultados obtenidos sean confiables se requiere la linealidad de la curva obtenida. Para ello se emplea un recurso gráfico llamado *curvas de calibración*, como las presentadas para Pb y Ni en la figura 5; en ellas, la cantidad de puntos en cada gráfica denota el número de muestras de sedimento marino con Pb y Ni experimentalmente tomadas. Para cada una de ellas se obtuvieron siete muestras a diferentes concentraciones (0.0, 0.3, 0.5, 1.0, 5.0 y 7.0 ppm, partes por millón), señaladas en el eje de las abscisas, las cuales arrojaron una medida de absorbancia en el eje de las ordenadas.

Cuatro de las siete muestras se tomaron en el intervalo de 0 a 1 ppm; es decir, con una concentración pequeña, porque las normas institucionales de validez indican que es el intervalo de mayor sensibilidad; si en ese intervalo los datos de la muestra se ajustan linealmente, el experimento es confiable, que es lo que se requiere para la hipótesis de la investigación.

La forma de la gráfica permite la comprobación de un buen muestreo por medio de un argumento visual referido a la linealidad de los datos, y en la comparación de estados de las dos gráficas con base en la magnitud de sus pendientes. Esta comprobación de un comportamiento lineal les funcionó para asegurar que el experimento sea legal y científicamente bien realizado; la comparación entre las rectas funciona para determinar la sensibilidad de las muestras con respecto a los metales, elementos fundamentales para la evaluación de la metodología a probar: un comportamiento lineal en las muestras apoya un muestreo de calidad del muestreo resultado del método elegido por los investigadores. Ello permite continuar en el estudio por medio de sugerencias, por ejemplo, respecto a la cantidad de muestras tomadas para la experimentación en comparación con las normas establecidas.

Al considerar el comportamiento lineal como base de la argumentación realizada se está resignificando la noción de pendiente como parte de la comprobación de hipótesis experimentales de la investigación, y con ello proponer un método de validación para los datos acorde a las normas: la linealidad en el intervalo de sensibilidad.

4.3. EJEMPLO ILUSTRATIVO 3: TÉCNICA DE LDB

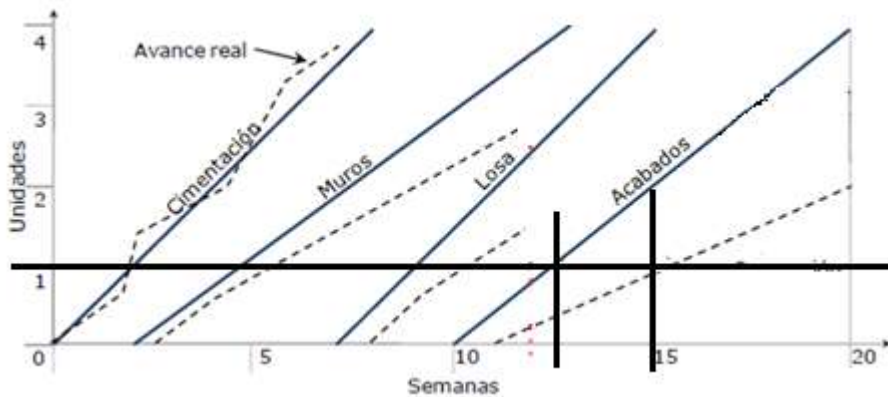
Como se presentó anteriormente, LDB es una técnica gráfica que permite organizar la información necesaria para un proyecto de construcción de viviendas y permite apreciar, en un conjunto de líneas rectas, un gran número de actividades comunes. La pendiente de la recta representa el ritmo de trabajo bajo el cual debe realizarse todas las actividades que conforman el proyecto de ingeniería para concluirlo en un tiempo programado. Ello permite una justificación visual para que diversas actividades puedan llevarse a cabo –o no– simultáneamente. La localización de la recta, considerando simultáneamente ambos ejes, desarrollada argumentos de temporalidad y cantidad (de viviendas) para las actividades comunes (ver figuras 3 y 4).

Adicionalmente a este uso para organizar y presentar información, las LDB permiten predecir comportamientos del proceso en serie de construcción de viviendas. La tarea que presentamos a continuación es relativa al uso de las gráficas como procedimientos y técnicas para corregir la demora de avance real de un proyecto de construcción de viviendas.

En la figura 6 se presenta una técnica que permite visualizar y corregir la demora en el avance real de la obra de manera global y no solo por actividad o vivienda. Se presenta el proyecto de construcción de viviendas de fraccionamientos con avances reales (líneas punteadas) junto con el avance planeado (líneas continuas). Se presenta además una fecha de corte que se señala con una recta perpendicular al eje *tiempo*. En particular, un momento de análisis para la toma de decisiones por parte de los investigadores se refiere a los puntos de intersección de las LDB con dicha línea perpendicular (semana 12).

En primera instancia, y en un primer análisis de forma global, Loria enfatiza que esta técnica permite visualizar la recta continua como un ritmo de trabajo uniforme y

Figura 7. Un retraso de tres semanas.



Fuente: Loria, 2013.

observarse que en la fecha de corte, semana 12, los muros de la vivienda 4 debieron estar prácticamente terminados y, sin embargo, recién se están terminando los de la vivienda 3.

El funcionamiento es justo para tomar decisiones que permitan apegarse lo más posible a la planeación inicial y también para predecir, de acuerdo con el avance real, fechas de terminación del proyecto. Todo ello es de forma conjunta: en el tiempo, las viviendas y las actividades de construcción a considerar simultáneamente.

Este uso de la gráfica favorece una resignificación de la noción de pendiente como ritmo de producción. Es claro cómo un aumento o disminución del ritmo implica gráficamente una pendiente con una inclinación mayor o menor, respectivamente, para intentar aproximar lo real a lo hipotético. Podemos notar que a los investigadores no les interesa tener un ritmo mayor que el planeado, sino acercar la realidad al plan. Simultáneamente, los puntos de intersección se resignifican como puntos de referencia clave para la toma de decisiones, tanto en su lectura hacia el eje horizontal como hacia el vertical.

5. DISCUSIÓN Y COMENTARIOS FINALES

Las funciones lineales y sus gráficas son objetos matemáticos presentes en el currículo escolar desde el nivel básico. Sin embargo, el enfoque didáctico que se ha privilegiado ha sido el estudio de la función lineal enfatizando la adquisición de la noción pendiente a través de su fórmula asociada y de elementos como la intersección con el eje y ; los significados para estos elementos de la función lineal suelen quedar ligados al aprendizaje de fórmulas. Se estudia la ecuación de la recta, su representación gráfica y, con suerte, se abordan modelos matemáticos asociados a la pendiente y a sus intersecciones con los ejes. Por ser un tema propio de la matemática básica, se suele creer que al abordarlo en esos niveles permite enseñarlo *de una vez y por todas*; de ahí en adelante se tratará entonces de *aplicaciones*.

de fenómenos en la interpretación de ritmos o validación de hipótesis de las investigaciones de la CoP, sino también como ideales para planear y predecir sucesos; esto es linealizar fenómenos que por naturaleza no lo son.

Con ello se está resignificando la gráfica lineal: no es solo la representación de una función lineal que pasa por dos puntos, o su representación analítica; su uso contextual, sus elementos –como la pendiente y las intersecciones con los ejes– tienen también significados situados. Podemos entonces reconocer factible el cambio en el discurso matemático escolar de los objetos hacia las prácticas, pues son estas las que favorecen el uso del conocimiento matemático. En un contexto como la ingeniería, en el que la matemática se considera como una aplicación, favorecer usos y desarrollo intencional de prácticas plantea un cambio epistemológico. Es su uso al seno de una comunidad el que manifiesta un conocimiento matemático funcional.

En ese cambio, es factible entonces considerar al conocimiento matemático no como una acumulación de conocimientos: un conjunto de funciones cuyas gráficas podremos ir obteniendo. Más bien se trata de reconocer el uso situacional a lo largo de la escuela y proponer significaciones progresivas en los estudiantes: un objeto matemático no se aprende de una vez y para siempre; una gráfica lineal no es solo un tema para abordar en nivel básico y con ello ya se cumple el objetivo didáctico.

Si queremos proponer un desarrollo del pensamiento matemático, nuestra propuesta es hacia la resignificación continua de la matemática escolar considerando su uso en los diferentes escenarios educativos. En particular para las funciones y sus gráficas, esta resignificación reconoce las diferentes formas y funcionamientos de dicha gráfica desarrollándose a la luz de las nociones matemáticas involucradas –en una relación dialéctica– y, por lo tanto, se puede hablar de un desarrollo del pensamiento matemático en el aula.

REFERENCIAS

- ARAGÓN-BRICEÑO, C., PONCE, C., CORONADO, V. y GIACOMÁN, G. (2011). Evaluación de un método analítico para la determinación de níquel y plomo en sedimento de mar por espectroscopía de absorción atómico. *Ingeniería. Revista Académica de la Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Yucatán*, 15(1), 1-8.
- BIEHLER, R. (2005). Reconstruction of meanings as a didactical task: The concept of function as an example. En J. Kilpatrick, C. Hoyles, Ö. Skovsmose y P. Olivero, *Meaning in Mathematics Education* (pp. 61-82). Nueva York, Estados Unidos: Mathematics Education Library Springer.
- BUENDÍA, G. (2010). Una revisión socioepistemológica acerca del uso de las gráficas. En G. Buendía, *A diez años del posgrado en línea en Matemática Educativa en el Instituto Politécnico Nacional* (pp. 21-40). Ciudad de México, México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa AC.
- BUENDÍA, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática*, 24(2), 9-36.
- BUENDÍA, G. y MONTIEL, G. (2011). From History to Research in Mathematics Education: Socio-epistemological elements for trigonometric function. En V. Katz y C. Tzanakis, *Recent*

