

LA ELASTICIDAD DE LA DEMANDA POR ELECTRICIDAD Y LA POLÍTICA ENERGÉTICA*

*Alexander Galetovic y Cristián M. Muñoz***

RESUMEN

En el análisis y la práctica de la política energética se suele suponer que la elasticidad de la demanda por energía eléctrica es irrelevante. Este trabajo muestra que durante episodios de escasez de energía una “pequeña” elasticidad basta para generar caídas “grandes” de la probabilidad de déficit y del costo del abastecimiento eléctrico. Esto se debe a que en la vecindad de la capacidad del sistema, la oferta de energía de corto plazo es cercana a vertical. Ilustramos nuestro punto cuantitativamente simulando la operación esperada del sistema eléctrico chileno durante los años de ajuste a la crisis causada por los cortes de gas argentinos, en el periodo 2006-2010. Mostramos que el aumento de los precios causado por el retraso de las inversiones y los cortes de gas argentino, combinado con una “pequeña” elasticidad de la demanda mensual por energía (0.0548 en valor absoluto) eran suficientes para reducir mucho la probabilidad de déficit mensual y retornarla a niveles nor-

* *Palabras clave:* elasticidad, abastecimiento, déficit, precios, demanda. *Clasificación JEL:* L51, L94. Artículo recibido el 23 de octubre de 2006 y aceptado el 27 de julio de 2009. Este trabajo fue financiado por AES Gener S.A. Sin embargo, su contenido es de nuestra exclusiva responsabilidad y no compromete de manera alguna a AES Gener S.A. Galetovic también agradece la financiación parcial del instituto Milenio P05-004-F “Sistemas complejos de ingeniería” y de la Tinker Foundation y la hospitalidad del Stanford Center of International Development y del Center for Latin American Studies de la Universidad de Stanford. Estamos muy agradecidos por los comentarios y sugerencias de dos dictaminadores anónimos de EL TRIMESTRE ECONÓMICO y por la ayuda de Fernando Luco.

** A. Galetovic, Centro de Economía de la Empresa, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de los Andes y Centro de Estudios Públicos (correo electrónico: alexander@galetovic.cl). C. M. Muñoz, AES Gener S.A. y departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Católica de Chile (correo electrónico: cmunozm@aes.com).

males. Más aún, si se soslaya el efecto de los mayores precios en el consumo, el costo marginal se sobreestima en 32% y el costo de operación esperado en 41 por ciento.

ABSTRACT

Energy policy makers usually ignore the response of the demand for electricity to changing prices because they believe that the price elasticity is nil. We show that a “small” price elasticity of demand generates “large” changes in energy shortage probabilities and generation costs when the system operates near capacity for extended periods. The reason is that in the neighborhood of the system’s capacity, the short run electricity supply curve is nearly vertical.

We make our point by simulating the expected operation of Chile’s Central Interconnected System between 2006 and 2010, after the onset of the Argentine gas supply cuts. We show that price increases wrought by the postponement of investments in new plant and gas supply cuts, combined with a “small” monthly price elasticity of demand (0.0548 in absolute value), were enough to drastically reduce the probability of an energy shortage and return it to normal levels. Furthermore, if one ignores the response of demand to price, expected marginal costs are overestimated by 32% and expected total operation costs by 41%.

INTRODUCCIÓN

En el análisis y la práctica de la política energética se suele suponer que la elasticidad de la demanda por energía eléctrica es pequeña y, por tanto, irrelevante. Este trabajo muestra que tal deducción es equivocada. Por una parte, casi todos los estudios de demanda muestran que el consumo de energía eléctrica responde a las variaciones de precio. Por otra, y más importante, en la mayoría de los sistemas eléctricos la oferta de electricidad de corto plazo es tal que cuando la energía es escasa pequeñas caídas del consumo pueden tener efectos drásticos en la probabilidad de déficit y el costo del abastecimiento eléctrico. Así, aunque la elasticidad de la demanda por energía eléctrica puede parecer pequeña si se la compara con la de otros bienes, en la práctica es grande para los órdenes de magnitud relevantes en el mercado eléctrico.

¿Por qué se suele creer que la respuesta de la demanda a las variaciones del precio de la electricidad no es relevante? Tal vez una razón sea que la mayoría de los estudios muestra que la elasticidad de la demanda por energía eléctrica es pequeña si se le compara con la de otros bienes. Por ejemplo, como

se observa en el cuadro 1, las estimaciones de la elasticidad de corto plazo rara vez arrojan números mayores de 0.5 en valor absoluto y frecuentemente son del orden de 0.1 o 0.2. De hecho, la estimación de la demanda residencial chilena que usamos en este estudio indica que la elasticidad a un mes sería apenas de 0.0548 y la de largo plazo alrededor de 0.39. A lo anterior se le suma que en casi todos los países la tarifa eléctrica se regula y, normalmente, el precio permanece fijo por varios meses y no refleja las fluctuaciones de corto plazo de la disponibilidad de energía. Por eso, aun si la demanda respondiera al precio, podría parecer que la respuesta de los consumidores no es muy relevante porque el precio no varía en periodos cortos y no puede reflejar la escasez relativa de la energía.

Sin embargo, la creencia pasa por alto dos características empíricas de la industria eléctrica. Una de ellas se observa en la gráfica 1, que muestra una curva de oferta instantánea de electricidad —el así llamado orden de mérito— y clasifica las plantas en orden creciente de costos de operación. En la mayoría de los sistemas eléctricos el costo marginal instantáneo aumenta lentamente hasta poco antes de alcanzar la capacidad instalada, pero cerca de la capacidad instalada aumenta rápidamente y muy pronto llega al costo de falla —el valor de la pérdida de bienestar que padecen los usuarios cuando se raciona la electricidad—, el que fácilmente puede ser tres o cuatro veces más alto que el costo promedio de producir energía. La segunda característica empírica es que en la industria eléctrica ocurren déficit de potencia o de energía.¹ Es cierto que, a menos que los precios varíen en tiempo real, la demanda instantánea por potencia no puede responder a las variaciones del costo de generar energía.² Pero, al mismo tiempo, también ocurren con cier-

¹ La potencia es la capacidad instantánea de desarrollar trabajo mecánico, y se mide en watts (w). La energía es el uso o generación de potencia en un periodo y se mide en watts por hora o watts/hora (wh). Así por ejemplo, una ampolla de 100 w de potencia consume 50 wh de energía si está encendida por media hora. Un kilowatt (kW) son 1 000 watts; un megawatt (MW) son 1 000 kW y un gigawatt (GW) son 1 000 MW.

² Sin embargo, algunos estudios han estimado qué ocurriría si los precios pudieran variar más frecuentemente. Por ejemplo, Kirschen *et al* (2000) suponen que los precios por hora pasan directamente a los consumidores y muestran como la elasticidad precio de la demanda se puede considerar en la programación de la generación y en la determinación de los precios. Bompard *et al* (2000) muestran que en un sistema de transmisión de acceso abierto, el operador puede manejar mejor la congestión del sistema cuando la demanda responde al precio. Lijesen (2007) estima la elasticidad precio de la demanda corriente y encuentra que es bastante baja, lo que debiese estimular la inversión en capacidad para la punta en la que las rentas provenientes de la escasez debiesen ser altas. Aires *et al* (2002) estudian el efecto de los premios en dinero que ofrecen los distribuidores en Brasil cuando el precio instantáneo es alto. Otra serie de estudios muestra que la competencia es más intensa y que los precios son más bajos cuanto más elástica es la curva de demanda: Ruibal y Mazumbdar (2008), Bompard *et al* (2007a, b), Ahn y Niemeyer (2007) y Chang (2007).

CUADRO 1. *La elasticidad de la demanda por energía*

	(1) <i>Estudio</i>	(2) <i>Elasticidad de corto plazo</i>	(3) <i>Elasticidad de largo plazo</i>
Australia	Woodland (1993)	1.113	—
Canadá	Elkafif (1992)	0.147	0.697
CCEAG	Al Faris (2002)	0.04/0.18	—
Chipre	Zachariadis y Pashourtidou (2007)	—	0.3/0.4
Costa Rica	Westley (1989)	—	0.45
Dinamarca	Bjørner y Jensen (2002)	0.479	—
Estados Unidos	Fisher y Kaysen (1962)	0.15	—
Estados Unidos	Houthakker y Taylor (1970)	0.13	1.89
Estados Unidos	Anderson (1973)	—	1.12
Estados Unidos	Mount <i>et al</i> (1973)	0.14	1.2
Estados Unidos	Houthakker (1962)	0.89	—
Estados Unidos	Houthakker <i>et al</i> (1973)	0.9	1.02
Estados Unidos	Dubin y McFadden (1984)	0.197/.310	
Estados Unidos	Westley (1988)	—	0.99
Estados Unidos	Chang y Hsing (1991)	0.13/0.36	1.39
Estados Unidos	Jones (1995): log-lineal	0.05	0.207
Estados Unidos	Jones (1995): trans-log	0.276	0.201
Estados Unidos	Maddala <i>et al</i> (1997)	0.15/0.21	0.22/1.03
Estados Unidos	García-Cerrutti (2000)	0.13	0.17
Estados Unidos	Reiss y White (2005)	0.39	—
Finlandia	Ilmakunnas y Törmä (1989)	0.73	—
Grecia	Donatos y Mergos (1991)	0.21	0.58
Grecia	Caloghirou <i>et al</i> (1997)	0.51 (ind)	0.77 (ind)
Holanda	Boonekamp (2007)	—	0.09/0.13 (hog)
Holanda	Lijesen (2007): lineal	0.009	—
Holanda	Lijesen (2007): log-lineal	0.03	—
India	Filippini y Pachuari (2002)	0.16/0.39 (hog)	—
Israel	Beenstock <i>et al</i> (1999)	0.124 (hog)	—
Israel	Beenstock <i>et al</i> (1999)	0.123 (ind)	—
México	Bernd y Samaniego (1984)	—	0.47
Nueve países europeos	Hesse y Tarkka (1986)	0.14/0.49	—
Paraguay	Westley (1984)	—	0.56
Suiza	Brännlund <i>et al</i> (2007)	0.24 (hog)	—
Taiwán	Holtedahl y Loutz (2004)	0.15 (hog)	0.16 (hog)
Tres países en desarrollo y Estados Unidos	Roy <i>et al</i> (2006)	—	0.8/1.76 (ind)

ta frecuencia episodios de escasez de energía, durante los cuales el sistema opera cerca de su capacidad máxima por varios meses o, incluso, años.

Estas dos características empíricas se combinan para crear una aparente paradoja: una pequeña elasticidad de la demanda puede ser suficiente para obtener grandes caídas de la probabilidad de déficit y del costo de operación del sistema durante episodios de escasez de energía. En efecto, durante estos episodios el precio de la energía puede aumentar considerablemente y generar una pequeña caída del consumo durante varios meses, la que, habida consideración de las características de la oferta eléctrica, puede disminuir de manera drástica la probabilidad de déficit y el costo de operación del sistema. Cuando ocurrió la crisis del gas argentino, el ajuste del sistema eléctrico chileno fue apropiado para ilustrar nuestro punto cuantitativamente. Hasta 2004 una buena parte de la generación y el sistema se expandía casi de modo exclusivo con ciclos combinados que quemaban gas natural importado desde Argentina mediante gasoductos. A partir de mayo de 2004 el gobierno argentino comenzó a cortar unilateralmente el suministro de gas, congeló los permisos de exportación y desechó el protocolo que había firmado en 1995.³ La incertidumbre inicial sobre la duración de los cortes (los que al final devinieron en permanentes), un defecto del sistema de precios regulados chileno y las demoras del regulador en aplicar los cambios legales introducidos en enero de 2005, retrasaron las inversiones. Al mismo tiempo, y como consecuencia del retraso, el precio regulado de la energía que pagan los usuarios comenzó a aumentar. En esas condiciones no es sorprendente que muchos estimaran que la probabilidad de déficit aumentaría a montos sin precedentes.

Sin embargo, las estimaciones de la probabilidad de déficit se basaban en proyecciones de crecimiento del consumo que soslayaban que la cantidad demandada respondía al precio. Nuestro estudio, vuelve a calcular las probabilidades de déficit pronosticadas en 2006, ajustando las proyecciones de crecimiento del consumo. Mostramos que el aumento de los precios, combinado con una pequeña elasticidad de la demanda mensual por energía (0.0548 en valor absoluto), era suficiente para reducir mucho la probabilidad de déficit mensual y retornarla a niveles normales. Más aún, si se soslaya el efecto de los mayores precios en el consumo, el costo marginal se sobrestima en 32% y el costo de operación esperado en 41 por ciento.

³ Véase la crisis del gas natural argentino en Galetovic *et al* (2004) y en la colección de estudios compilada por Domper y Cortés (2008).

El trabajo se organiza como sigue. La sección I describe el sistema de precios en Chile. La sección II presenta la metodología empleada en este estudio. En la sección III se ofrece los resultados. En sendos apéndices describimos las reglas que se usan para determinar los precios regulados de la electricidad y el modelo de despacho Omsic, que ocupamos para simular la operación del sistema chileno.

I. EL MERCADO ELÉCTRICO CHILENO

En el sistema eléctrico chileno interactúan tres mercados a los que concurren generadores, distribuidores y usuarios para intercambiar energía y potencia: *i*) el mercado de intercambios instantáneo o *spot*; *ii*) el mercado regulado, en el que las distribuidoras compran por medio de contratos de mediano y largo plazos al precio de nudo, fijado cada seis meses por la Comisión Nacional de Energía (CNE), y *iii*) el mercado libre, en el que los grandes usuarios pueden contratar con generadores o distribuidores en condiciones no reguladas de precios y calidad de suministro y los precios son libres. A continuación describimos cada uno.

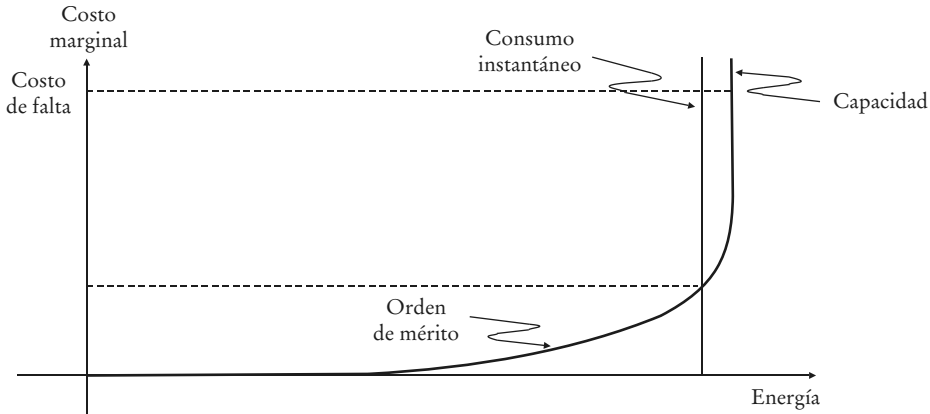
1 *El mercado spot*

Para asegurar que el sistema eléctrico opere al mínimo costo, el Centro de Despacho Económico de Carga (CDEC) dispone de las centrales en estricto orden de mérito. Primero entran en funcionamiento las centrales hidráulicas de pasada. Su costo de operación es prácticamente 0 porque no pueden embalsar agua. Por tanto, si el agua no se usa en el momento en que pasa por la central, se pierde. Si la cantidad producida por centrales de pasada no es suficiente, entran en operación las centrales térmicas en orden creciente de costos de operación. El costo de operación de cada central térmica depende del precio del combustible que quema y de la eficiencia con que transforma calor en energía.⁴ Como se observa en la gráfica 1, el orden de mérito dibuja una curva de oferta.

Las órdenes del CDEC son obligatorias e independientes de los contratos de comercialización de cada empresa. Por ello, es frecuente que existan trans-

⁴ Las centrales hidráulicas con embalses pueden almacenar agua y sustituir generación térmica. Por tanto, el costo de oportunidad de generar con agua embalsada hoy es no sustituir generación térmica mañana. Por ello, este costo de oportunidad dependerá de la escasez o abundancia del agua.

GRÁFICA 1. *Por qué una “pequeña” elasticidad de la demanda es “grande” en la industria eléctrica^a*



^a Se muestra por qué pequeñas variaciones del consumo pueden cambiar mucho la probabilidad de déficit o el costo marginal de la energía. En los sistemas eléctricos el costo marginal instantáneo aumenta lentamente, porque la mayoría de las unidades de generación se instalan para servir consumos que estarán ahí durante la mayor parte del tiempo. Por eso, son centrales de alto costo de capital pero bajo costo de operación. Sin embargo, cuando el consumo instantáneo es cercano a la capacidad del sistema, el costo marginal aumenta rápidamente, porque el costo de operación de las unidades de reserva, que se usan con poca frecuencia, es alto. Por eso, cuando el sistema opera cerca de la capacidad la mayor parte del tiempo, pequeñas variaciones del consumo afectan mucho la probabilidad de déficit y el costo marginal de la energía.

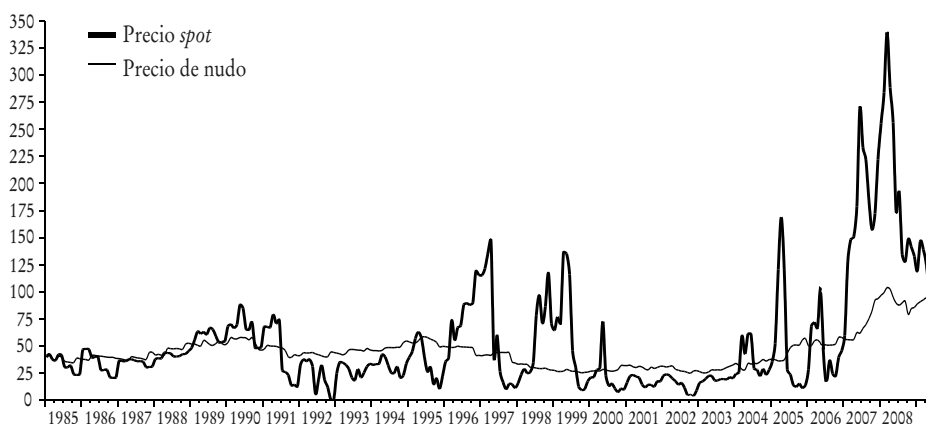
ferencias entre generadores, las que se valoran al costo marginal instantáneo del sistema. Esta separación entre despacho y contratos permite que el sistema minimice el costo total de producción en cada instante. Por ejemplo, consideremos un generador que ha contratado la venta de energía pero que por tener un costo marginal de producción alto no será despachado. Este generador está obligado a comprar a generadores de menor costo de operación para cubrir su déficit. Pese a ser obligatoria, la transacción es comercialmente atractiva para este generador, porque le permite comprar energía de productores con menor costo de operación que el propio. Mensualmente el CDEC entrega un saldo de compras y ventas entre generadores.

2. El mercado regulado

a) *El precio de nudo de la energía.* El precio *spot* está sujeto a grandes variaciones, aun durante periodos cortos (véase la gráfica 2). Cuando se hizo la ley en 1982 se pensó que las variaciones de esa magnitud eran inaceptables para usuarios residenciales y empresas pequeñas. Por eso se reguló el precio

GRÁFICA 2. *Precios de nudo y spot (1985-2009)*

(Dólares de mayo de 2009/MWh)



al cual los distribuidores la venderían a los usuarios cuya potencia instalada era menor que dos MW, límite que se disminuyó a 500 kW en enero de 2005.⁵ Poco más de dos tercios de la energía producida en el SIC se vende por distribuidoras. El resto lo venden los generadores directamente a unos 50 clientes de gran tamaño. Las ventas de generadores a distribuidores se valoran al precio de nudo, fijado cada seis meses en abril y octubre.

Para fijar el precio de nudo la CNE utiliza un modelo de programación dinámica dual estocástica, multinodal y multiembalse OSE 2000 (por operación de sistemas eléctricos 2000). Sobre la base de proyecciones de la demanda por energía y potencia de punta para los próximos diez años, este modelo encuentra el uso óptimo del agua del lago Laja, las centrales existentes, la entrada óptima de centrales en el horizonte de diez años y las líneas de transmisión troncal proyectadas.⁶ La incertidumbre hidrológica se modela con 40 hidrologías supuestas equiprobables. En el apéndice 1 se explica el procedimiento mediante el cual se calcula el precio de nudo.

b) *El precio de nudo de la potencia.* El precio nudo de la potencia es igual al costo anualizado de la turbina diesel que opera en la hora punta. El precio nudo de la energía es igual al costo marginal esperado del sistema para los próximos cuatro años, aunque este guarismo queda acotado por una banda

⁵ Dos MW equivalen a un centro comercial pequeño. 500 kW equivalen aproximadamente a un hotel grande, un supermercado o un edificio de oficinas.

⁶ Este plan, que es sólo indicativo, se conoce por plan de obras. Es importante notar que la ley no impone obligaciones de inversión en generación.

determinada por el precio promedio que pagan los usuarios no regulados (véase el apéndice 1).

c) *El precio que pagan los usuarios.* Los usuarios regulados pueden elegir entre diferentes tarifas según su voltaje. La distinción característica es entre usuarios de alta tensión (AT) y usuarios de baja tensión (BT). Los usuarios regulados de cierto tamaño pagan los precios de nudos de la energía (p_e^n) y la potencia (p_p^n). Además, estos usuarios son servidos por un distribuidor y, por lo mismo, deben pagar los costos de la distribución, el así llamado VAD o valor agregado de distribución. Por último, deben pagar un cargo por transmisión por KWh. Así, los usuarios regulados pagan

$$E_i(p_e^n, p_p^n, i) = D_i(p_p^n, VAD_i)$$

Ahora bien, cuando se elaboran las tarifas eléctricas en 1982 los medidores que permitían medir el consumo hora a hora eran muy caros. Por ello se decidió que los consumidores residenciales y comerciales pagarían un precio único por energía. Para transformar el pago por KW de potencia en uno de energía, se estima un factor de carga $\bar{c}$. De manera similar se utiliza un factor de responsabilidad $\bar{r}$ para transformar el pago por KW de VAD a un equivalente por KWh. Así, los consumidores pequeños pagan la así llamada tarifa BT1

$$BT1 = \bar{c} p_e^n + \bar{r} p_p^n + i + VAD_i$$

3. Los usuarios no regulados

Los usuarios no regulados le compran directamente a los generadores y pagan los precios de mercado por energía (p_e^m) y potencia (p_p^m). También deben pagar un cargo por transmisión por KWh (t). Así, definiendo $\bar{e}$ como las pérdidas de energía y $\bar{p}$ como las pérdidas de potencia, los consumidores no regulados pagan

$$E_i(p_e^m, p_p^m, i) = D_i(p_p^m, t)$$

en que E_i corresponde a la energía consumida por el usuario i y D_i denota la carga cuando el sistema está en punta. Los usuarios no regulados normalmente se conectan a la red de transmisión, por lo que no pagan el cargo por distribución.

II. METODOLOGÍA

1. La demanda

a) *La elasticidad-precio de la demanda.* En este artículo usaremos la elasticidad estimada por Benavente *et al* (2005). Según ese estudio, la elasticidad-precio de la demanda de un mes es de -0.0548 y de -0.39 en el largo plazo.⁷ Esto significa, que si las tarifas aumentaran permanentemente 10% hoy, el consumo caería 0.548% al mes siguiente y 3.9% en el largo plazo. Así, Benavente *et al* (2005) estiman que la demanda mensual por energía es

$$\log e_t = \log A - 0.3296 \log e_{t-1} - 0.5299 \log e_{t-2} - 0.0548 \log p_{t-1} \quad (1)$$

en que p es el precio de la energía y A incluye a los restantes factores que afectan la demanda, los que se suponen constantes. Si suponemos que los consumidores consumían $e_0 = e_{-1} = 100$ cuando el precio era p y el precio aumenta desde p a $p' = p + \Delta p$, entonces al mes siguiente la cantidad demandada será

$$\log e_1 = \log A - 0.3296 \log 100 - 0.5299 \log 100 - 0.0548 \log(p + \Delta p)$$

Si este cambio se mantiene, al cabo de dos meses el consumo será

$$\log e_2 = \log A - 0.3296 \log e_1 - 0.5299 \log 100 - 0.0548 \log(p + \Delta p)$$

y así sucesivamente. Luego

$$e(1, p + \Delta p) = e_1 = 100$$

es la caída porcentual del consumo durante el primer mes; de manera similar,

$$e(2, p + \Delta p) = e_2 = 100$$

es la caída porcentual total del consumo durante el primer y el segundo mes si el precio durante $t = 0$ y $t = 1$ se mantiene en p y p' , y en n meses la caída total del consumo es

$$e(n, p + \Delta p) = e_n = 100$$

Así, la elasticidad precio de la demanda n meses después del cambio en precios es

⁷ La estimación es de la demanda residencial, mientras que nosotros ajustamos la predicción de consumo agragado. Sin embargo, el objetivo de nuestro ejercicio es ilustrativo, no pretende ser preciso.

$$\frac{e(n, p - p)}{\frac{p}{p}}$$

y en este caso se puede mostrar que esto es

$$\lim_n \frac{e(n, p - p)}{\frac{p}{p}} = 0.39$$

b) *Ajuste de una proyección de demanda.* Falta analizar cómo usar (1) para ajustar la proyección de consumo que cuando se soslaya la respuesta a los cambios de precio. Es fácil observar que, dados e_1 y e_2 , se puede suponer que la predicción de e_0 viene dada por

$$\log e_0 = \log A_0 + 0.3296 \log e_2 + 0.5299 \log e_1 + 0.0548 \log p_0$$

en que p_0 corresponde al precio en el periodo 0. Dado que e_2 , e_1 y p_0 son conocidos, es posible obtener el parámetro A_0 implícito en la predicción de e_0 . De manera similar, como la predicción de consumo soslaya el efecto que puede tener el precio en la cantidad demandada, se puede suponer que e_0 satisface

$$\log e_1 = \log A_1 + 0.3296 \log e_1 + 0.5299 \log e_0 + 0.0548 \log p_0$$

y así obtener A_1 . Con el mismo procedimiento se puede obtener toda la secuencia $(A_0, A_1, \dots, A_n)$. Ahora bien, dada una predicción exógena de los precios $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ es fácil obtener las predicciones ajustadas $(e_0, \hat{e}_1, \dots, \hat{e}_n)$ que satisfacen

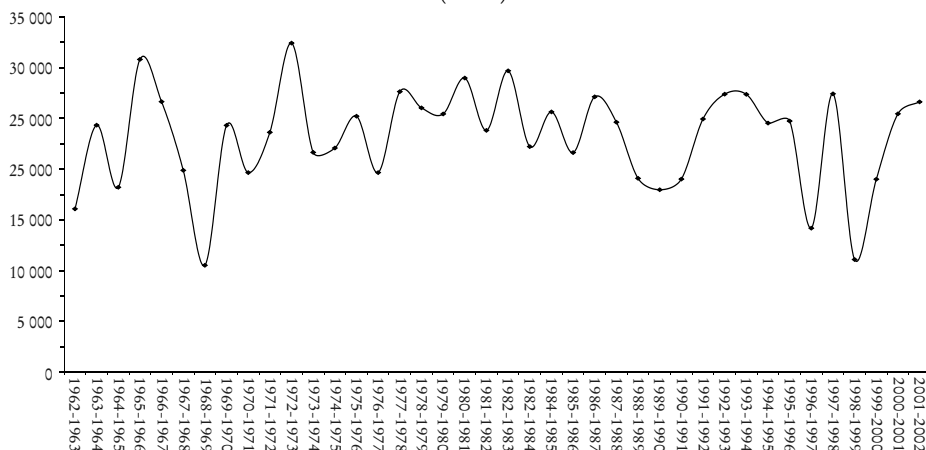
$$\begin{aligned} \log \hat{e}_1 &= \log A_1 + 0.3296 \log e_1 + 0.5299 \log e_0 + 0.0548 \log p_0 \\ \log \hat{e}_2 &= \log A_2 + 0.3296 \log e_0 + 0.5299 \log \hat{e}_1 + 0.0548 \log p_1 \\ &\vdots \\ \log \hat{e}_n &= \log A_n + 0.3296 \log \hat{e}_{n-2} + 0.5299 \log \hat{e}_{n-1} + 0.0548 \log p_n \end{aligned}$$

Nótese que, en principio, se debería considerar que el cambio del consumo causado por el cambio del precio podría causar ajustes adicionales, si los generadores se mueven a lo largo de una curva de oferta con pendiente. Si así fuera, los precios proyectados deberían usarse para recalcular el consumo y así sucesivamente hasta que el sistema converja. Sin embargo, durante el periodo que nos ocupa aquí esas realimentaciones se pueden pasar por alto porque los precios al consumidor evolucionaron y evolucionarán exógenamente determinados por el techo de la banda de precios, según se explica en el apéndice 1.

2. Simular la operación del sistema eléctrico chileno

a) *La variabilidad hidrológica.* El SIC está sujeto a un importante riesgo hidrológico porque gran parte de la energía se genera en plantas hidroeléctricas que, con la excepción del lago Laja, no tienen capacidad suficiente de regulación interanual y su generación depende principalmente de los caudales afluentes de cada año.⁸ La gráfica 3 muestra la cantidad de energía que se podría haber generado en el SIC con las centrales hidroeléctricas actualmente instaladas y los caudales que hubieran recibido durante cada uno de los años hidrológicos entre 1962-1963 y 2001-2002.⁹ Si se considera que el consumo anual que se proyectó para 2006 fue alrededor de 40 mil GWh,¹⁰ se puede apreciar que en un año muy húmedo (como 1972-1973) más de 80% de la cantidad demandada puede ser satisfecha con generación hidráulica. En un año de hidrología promedio, la generación hidráulica permite abastecer poco más de 58% de la cantidad demandada (alrededor de 23 mil GWh), mientras que en un año muy seco como 1968-1969 o 1998-1999, apenas algo más que de 10 500 GWh o 26% de la cantidad demandada es abastecida con generación

GRÁFICA 3. *Energía hidráulica afluente al SIC (1962-1963 a 2001-2002)*
(GW/h)



FUENTE: Matrices de energía generable 2006, CDEC-SIC.

⁸ Por capacidad de regulación se entiende el periodo necesario para vaciar el embalse. El lago Laja tiene capacidad de regulación interanual, pues tomaría alrededor de tres años generar todo su contenido.

⁹ El ejercicio supone que los embalses parten y terminan el año hidrológico en el mismo nivel, vale decir las centrales generan todo el flujo de agua que reciben.

¹⁰ Se consideraron las ventas, proyectadas por la Comisión Nacional de Energía (CNE) en abril de 2006, más las pérdidas por transmitir la energía hacia los centros de consumo.

hidráulica. Vale decir, en un año muy seco desaparece más de la mitad de la energía hidráulica disponible normalmente.

El efecto de la variabilidad hidrológica se puede atenuar almacenando agua en embalses (principalmente el lago Laja) o instalando centrales térmicas de reserva; ambas opciones se usan en Chile. Sin embargo, no sería razonable instalar suficiente capacidad como para compensar cualquier sequía, porque permanecería ociosa casi todo el tiempo. Por ello, en Chile central es inevitable que de vez en cuando ocurran años en que el consumo deba disminuir a consecuencia de una hidrología muy seca. El modelo PLP,¹¹ que ocupa el CDEC-SIC para planear la operación de corto plazo del sistema, reconoce este hecho fundamental y opera el sistema para minimizar el costo social esperado de abastecimiento y déficit (o falla).

La principal dificultad para estimar la probabilidad de déficit consiste entonces en que las centrales del lago Laja se deben operar óptimamente, es decir, para minimizar el costo social esperado de abastecimiento y falla. El problema computacional es complejo porque el embalse del Laja es de tamaño tal que permite traspasar agua de un año a otro (de ahí que se diga que tiene capacidad de regulación interanual). El beneficio de hacerlo es sustituir generación térmica futura y, finalmente, mitigar un déficit o evitarlo por completo; el costo es que se encarece la operación hoy porque se pierde la oportunidad de sustituir generación térmica. Por eso, es necesario utilizar un modelo que optime el uso del agua del lago Laja. También ocurre que la hidrología es aleatoria: como vimos hay una gama de posibles hidrologías, unas muy secas, otras medianamente abundantes y otras muy abundantes. Y cada vez que se decide cuánta agua del Laja se debe usar hay que considerar que no se sabe qué tan abundante o seca será la hidrología en el futuro.

b) *El modelo de despacho hidrotérmico.* Para estimar la probabilidad de déficit durante los siguientes cinco años hidrológicos usamos el modelo Omsic (véase en el apéndice 2 una descripción pormenorizada). El CDEC usó este modelo hasta poco tiempo atrás para operar el sistema. En términos simples, el método seguido por este modelo es el siguiente (los detalles están en el apéndice 2). Luego de obtener el uso óptimo del lago Laja para cada posible nivel de cota (variable de estado) y para cada una de las hidrologías de la estadística, sorteamos aleatoriamente mil secuencias de hidrologías.¹² *Grosso modo*, en cada sorteo se elige una de las 40 hidrologías de la estadísti-

¹¹ Siglas de programación de largo plazo.

¹² Las así llamadas etapas de optimación y simulación se describen y explican en el apéndice 2.

ca mes a mes. Luego, para cada una de las mil secuencias simulamos la operación óptima del sistema mes a mes. De cada una de las mil simulaciones computamos la energía fallada, y luego registramos los siguientes estadísticos para cada mes del año hidrológico respectivo: *i*) la energía total fallada en promedio en las mil simulaciones (en GWh); *ii*) su desviación estándar; *iii*) la fracción de simulaciones en que ocurrió un déficit de al menos 1% de la demanda, es decir la probabilidad de que ocurra un déficit; *iv*) la cota promedio del lago Laja; *v*) el costo marginal promedio en dólares/MWh.

Es importante advertir que en este trabajo estamos estimando la probabilidad de un hecho (el déficit eléctrico) con dos proyecciones de consumo. Este ejercicio es distinto de la tradicional proyección econométrica, en que se compara el valor predicho con el que se materializó.

III. RESULTADOS

A continuación mostramos los resultados. Con la información disponible en abril de 2006 simulamos la operación del sistema durante los siguientes cinco años hidrológicos, de 2006-2007 a 2010-2011. La primera simulación supone que el consumo no responde al precio. La segunda simulación supone que el consumo responde según las elasticidades estimadas por Benavente *et al* (2005).

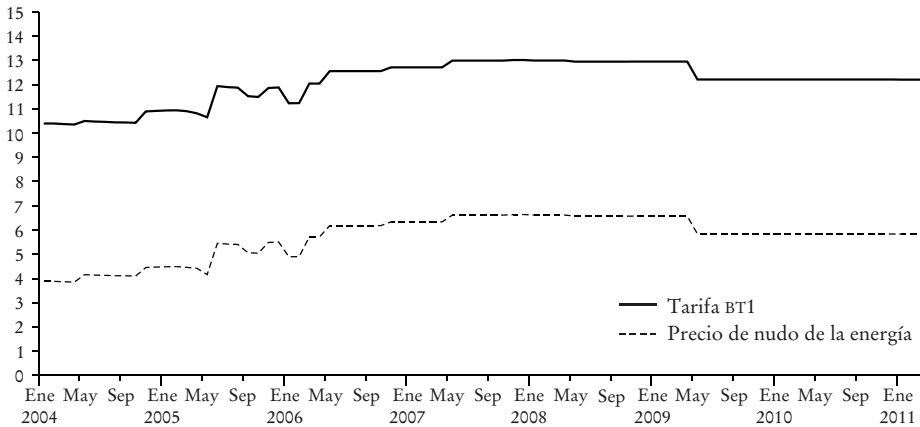
1. Precios

La gráfica 4 muestra las tarifas pagadas por clientes finales desde 2004 y las proyecta hasta 2011. La línea de guiones muestra el precio de nudo de la energía (p_e^n); la línea continua muestra la tarifa BT1. Como se dijo líneas arriba, entre 2006 y 2011 la evolución de esta tarifa quedó determinada por la evolución del techo de la banda, el que evolucionará exógenamente. Tal como se observa en la gráfica, el precio de la energía comenzó a aumentar en abril de 2004. El precio de nudo aumentó 47% entre marzo de 2004 y abril de 2006; la tarifa BT1 aumentó sólo 16%, en buena parte porque la energía sólo representa alrededor de 45% de su costo total. Tal como se observa en la gráfica, en 2006 se esperaba que las alzas de precio terminasen en 2007.

2. Cantidades

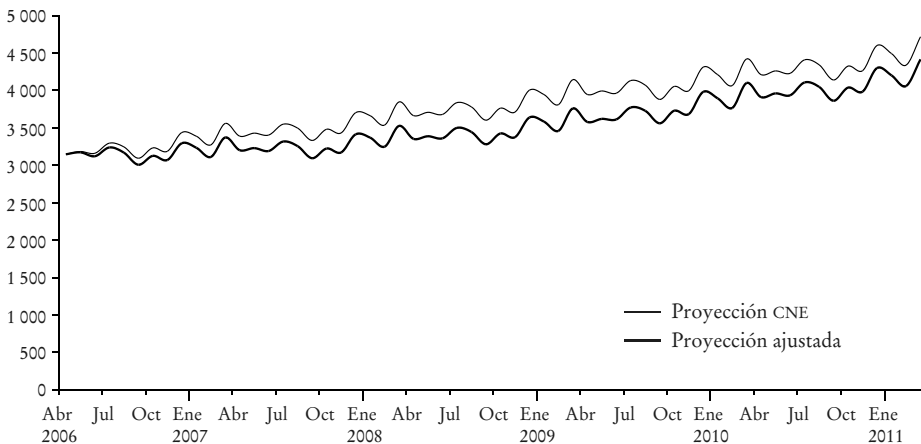
En abril de 2006 la CNE proyectó que el consumo de energía crecería alrededor de 7% por año. La gráfica 5 muestra la proyección de la CNE (línea clara)

GRÁFICA 4. *Tarifas de energía, 2004-2011*
(Dólares/MWh)



y la proyección ajustada (línea oscura). Ambas líneas coinciden en abril de 2006, la fecha inicial. Según la proyección ajustada el consumo crecería más lento durante 2006 y 2007. Por eso, desde 2008 el consumo sería alrededor de 10% menor, unos 300 GWh cada mes, más o menos lo mismo que contar con una central adicional. Con todo, y tal como se observa en el cuadro 2, a partir de 2009 las tasas de crecimiento volverían a coincidir, por que para entonces el efecto del aumento de precios ya estaría absorbido por la demanda. Pero nótese que el consumo cae permanentemente.

GRÁFICA 5. *Tarifas de energía, 2004-2011*
(Dólares/MWh)



CUADRO 2. *Proyección CNE y ajustada*

	CNE ^a		Ajustada ^b	
	(1) Consumo (GWh)	(2) Tasa de crecimiento (porcentaje)	(3) Consumo (GWh)	(4) Tasa de crecimiento (porcentaje)
2006	38 412		37 774	
2007	41 443	7.90	38 823	2.70
2008	44 800	8.10	40 915	5.40
2009	48 250	7.70	44 075	7.70
2010	51 482	6.70	47 906	8.70

Fuentes: CNE (2006) y cálculos de los autores.

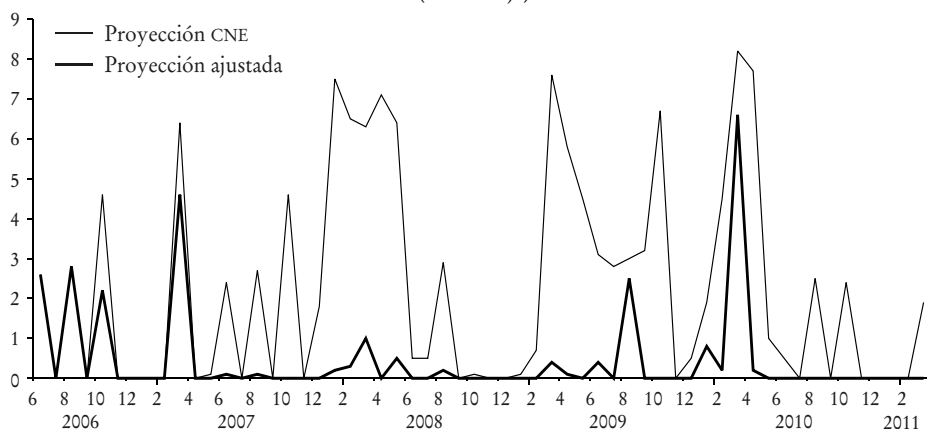
^a Las pérdidas se suponen iguales a 4.1% de lo transmitido, el promedio entre 1996 y 2005. La CNE estimó el consumo de 2006 en 38 480 GWh. Nosotros corregimos esta estimación con información real de ventas del primer trimestre de 2006.

^b Esta es la proyección de la CNE, ajustada para el otoño por los mayores precios, suponiendo las elasticidades de corto y largo plazos iguales a las estimadas por Benavente *et al* (2005).

3. Magnitud y probabilidad del déficit

La gráfica 6 compara las probabilidades mensuales de déficit con la proyección de la CNE (línea clara) con aquellas que se obtienen con la proyección de consumo ajustada (línea oscura). Cuando la probabilidad de déficit en un mes dado coincide, entonces en la gráfica sólo se ve la línea oscura. Con la proyección de la CNE la probabilidad mensual de déficit supera repetidamente el 5%, magnitud que rara vez se observaba antes de la crisis del gas argentino (véase Galetovic *et al*, 2002). El efecto del menor crecimiento de la

GRÁFICA 6. *Probabilidad mensual de déficit*
(Porcentaje)



demanda es notorio. Con la excepción de marzo de 2007 y marzo de 2010, las probabilidades de déficit caen a menos de 3% en todos los meses, es decir a montos similares a los que se veían antes que comenzaran los cortes de gas argentinos. Esto se debe principalmente a los 300 GWh mensuales de menor consumo a partir de 2008, equivalentes a contar con una central adicional.

4. Costos marginales y de abastecimiento del sistema

El cuadro 3 compara los costos marginales del sistema. Con la demanda ajustada el costo marginal esperado es 77 dólares/MWh; con la proyección de la CNE el costo marginal promedio es 102 dólares/MWh, es decir 32% más. De manera similar, el costo total esperado de generación con la proyección de la CNE es 41% más alto que con la demanda ajustada. La razón se puede apreciar en el cuadro 4: con la proyección de la CNE es necesario aumentar la generación térmica en 18 por ciento.

CUADRO 3. *Costos marginales del sistema*

(Dólares/MWh)

	(1) <i>Proyección CNE</i>	(2) <i>Proyección ajustada</i>	(3) <i>Diferencia (porcentaje) (2)/(3)</i>
2006	9.4	7.7	22
2007	11.4	8.1	41
2008	10.5	7.8	35
2009	11.0	8.0	38
2010	8.4	7.0	20
Promedio	10.2	7.7	32

CUADRO 4. *Proyección CNE y ajustada comparadas: Generación térmica y costo de generación*

(Dólares/MWh)

	<i>Mayor generación térmica</i>		<i>Mayores costos</i>	
	<i>GWh</i>	<i>Porcentaje</i>	<i>Millones de dólares</i>	<i>Porcentaje</i>
2006	1 079	9	117	28
2007	2 857	19	300	53
2008	4 339	26	388	52
2009	4 183	21	389	43
2010	3 544	15	273	30
Total	16 002	18	1 466	41

APÉNDICE

1. Precios regulados con la Ley Corta 2

De acuerdo con la ley de 1982, el DFL ° 1-1982, las empresas distribuidoras pueden comprar energía y potencia a los generadores a un precio máximo, o precio de nudo, el cual será incluido en las tarifas finales. La CNE calcula sus dos componentes, energía y potencia, en abril y octubre de cada año.

Los precios de nudo se determinan en cuatro etapas. Primero se calculan el precio medio básico de la energía y el precio de nudo de la potencia. Segundo, estos precios se combinan en un precio monómico equivalente de energía que se compara con el precio pagado por los usuarios no regulados. Tercero, se calcula el precio de nudo monómico. Éste debe caer dentro de una banda centrada en el precio promedio del mercado. Por último, el precio de nudo de la energía se obtiene y fija como la tarifa que pagarán los usuarios regulados. A continuación revisaremos cada uno de estos pasos.

Primer paso: Sean $E(t)$ la proyección de consumo de energía para el periodo t , $cmg(E(t); \cdot)$ el costo marginal del sistema en el periodo t si la energía producida es $E(t)$ y la hidrología es $\cdot$, y sea $r = 10\%$ la tasa de descuento real. Así, el precio básico de la energía, p_e^b , es

$$p_e^b = \frac{E_0}{E_0} \int_0^4 E(t) e^{-rt} dt = E_0 \int_0^4 cmg(E(t); \cdot) E(t) e^{-rt} dt \quad (A1)$$

en que E_0 es el operador de esperanza. Así, el precio básico de la energía es el precio promedio que resulta en obtener el mismo ingreso en valor presente que los generadores hubieran obtenido vendiendo al costo marginal del sistema durante el horizonte de cuatro años. Así, de (A1) se sigue que

$$p_e^b = AE_0 \int_0^4 cmg(E(t); \cdot) E(t) e^{-rt} dt$$

con

$$A = \frac{1}{E_0} \int_0^4 E(t) e^{-rt} dt$$

El precio de nudo de la potencia corresponde al costo de invertir en turbinas diesel que deben operar en la punta. Este costo corresponde a la suma del costo de la turbina (I_T) y el costo de la línea de transmisión necesaria para conectarla a la red de alta tensión (I_L). Ambos costos se descuentan suponiendo un periodo de recuperación de 18 años, un margen de reserva γ y una tasa de descuento de 10% real. Es decir

$$p_p^n = (1 + \gamma) \frac{1}{R} (I_T + I_L)$$

en que

$$R = \int_0^{18} e^{-rt} dt$$

Segundo paso: El precio monómico básico de energía se calcula como

$$\bar{p}^b = p_e^b p_p^n \frac{1}{\ell f} \frac{1}{h}$$

en que ℓf corresponde al factor de carga (que ha sido 74.4% en los recién pasados procesos tarifarios) y $h = 8760 / 12$ que corresponde al promedio de horas por mes.

Tercer paso: El precio monómico básico se compara con la banda. Sea

$$\frac{\bar{p}^b - \bar{p}^m}{\bar{p}^m}$$

la diferencia porcentual entre el precio monómico del mercado y el básico. Luego, el precio monómico se determina de acuerdo con la siguiente banda

$$\begin{aligned} \bar{p}^m(1 - 0.05) & \text{ si } \frac{\bar{p}^b - \bar{p}^m}{\bar{p}^m} \leq -0.05 \\ \bar{p}^n & \text{ si } -0.05 < \frac{\bar{p}^b - \bar{p}^m}{\bar{p}^m} < 0.05 \\ \bar{p}^m(1 + 0.05) & \text{ si } \frac{\bar{p}^b - \bar{p}^m}{\bar{p}^m} \geq 0.05 \end{aligned}$$

Es decir, si $\bar{p}^b$ cae dentro de la banda, entonces es fijado como precio monómico. Sin embargo, si el precio monómico básico se sale de la banda por más de 5%, entonces el precio monómico será igual al techo o piso de la banda. La magnitud del factor de ajuste está definida por

$$\begin{aligned} & 0.05 \text{ si } -0.05 \leq \frac{\bar{p}^b - \bar{p}^m}{\bar{p}^m} < 0.3 \\ & 0.4 \text{ si } 0.3 \leq \frac{\bar{p}^b - \bar{p}^m}{\bar{p}^m} < 0.8 \\ & 0.3 \text{ si } \frac{\bar{p}^b - \bar{p}^m}{\bar{p}^m} \geq 0.8 \end{aligned}$$

Cuarto paso: Finalmente, el precio nudo de la energía es

$$p_e^n = \frac{E \bar{p}^n + P p_p^n}{E}$$

Los precios de nudo regulados son indizados mensualmente a las variaciones de los precios de los combustibles, el nivel de los embalses y la inflación interna.

2. El modelo Omsic

En esta subsección describimos brevemente el problema de optimación dinámica estocástica que resuelve el modelo Omsic y cómo se ocupa luego para simular la

operación del sistema. El modelo tiene dos etapas, una de optimación y otra de simulación. Describimos cada una a continuación.

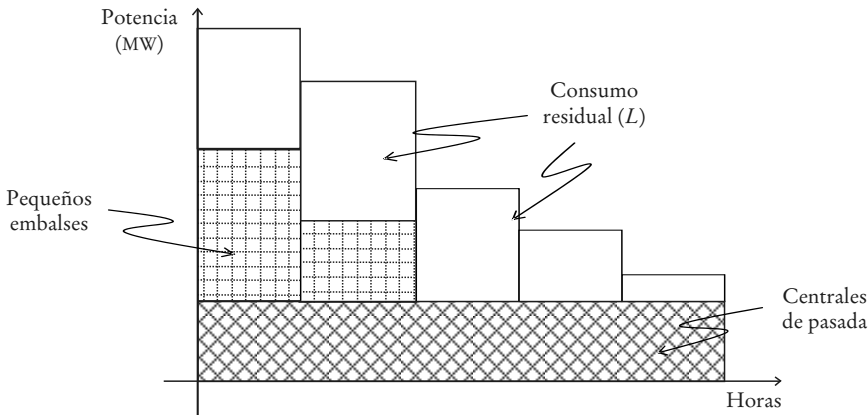
a) *La etapa de optimación.* La etapa de optimación consiste en determinar la cantidad óptima de agua embalsada en el lago Laja que se debe usar para cada cota posible del lago y cada hidrología en cada mes del horizonte de planeación (es decir, el periodo para el cual se minimiza el costo de abastecimiento y falla, por lo regular 10 años). Para optimar se necesita una proyección de consumo para el horizonte de planeación, la fecha de entrada de centrales nuevas y de salida de centrales por mantenimiento programado, el precio de los combustibles que usan las centrales térmicas y la energía que aporta cada central hidráulica en cada hidrología. Asimismo, el consumo proyectado de cada mes se divide en cinco bloques de consumo horarios, para reconocer que el consumo no es igual en cada momento del día y que sólo las energías embalsadas se pueden mover de una hora a otra. Una vez fijados estos supuestos se asigna la generación hidráulica de las centrales de pasada a los distintos bloques (según el principio que agua que no se genera se pierde), la energía de los embalses distintos del Laja (según un orden de clasificación que considera la capacidad de regulación de cada embalse y sujeto a las restricciones de potencia mínima) y luego se optimiza el uso del agua del lago Laja. Una vez determinado el uso del agua del lago Laja queda determinada la generación térmica y, finalmente, el déficit.

i) *Asignación de la energía de centrales hidráulicas de pasada y de embalses pequeños.* Para cada una de las 40 hidrologías consideradas la optimación parte por restarle al consumo proyectado de cada mes (dividida en los respectivos bloques de consumo) la energía que aportan las centrales hidráulicas de pasada (véase gráfica A1). Luego se asigna la energía aportada por los cuatro embalses del SIC distintos del lago Laja (Colbún, Cipreses, Canutillar y la Rapel). El principio es que el agua de los embalses debería usarse para igualar los costos marginales entre bloques. Esto implica que estas centrales de embalse tenderán a funcionar en el bloque de punta a capacidad plena, y sólo el remanente se pasará al bloque siguiente y así sucesivamente. El resultado de esta etapa es una curva de consumo residual, que se debe servir con la energía generada en centrales térmicas y las centrales del lago Laja.

Adviértase que este cálculo se debe repetir 40 veces para cada mes del horizonte de planeación —es un cálculo para cada una de las 40 hidrologías—. Por tanto, se calculan 40 curvas de consumo residual en cada mes, una para cada hidrología; 40 12 480 consumos remanentes para cada año, y 480 T consumos residuales en todo el horizonte de planeación si éste es de T años.

ii) *Uso óptimo del agua del lago Laja.* Una vez determinadas los consumos residuales se determina el uso óptimo del agua del lago Laja y, consiguientemente, de las centrales térmicas y el déficit. Para entender cómo se determina la generación

GRÁFICA A1. *Asignación de la energía de centrales de pasada y del agua de los embalses^a*



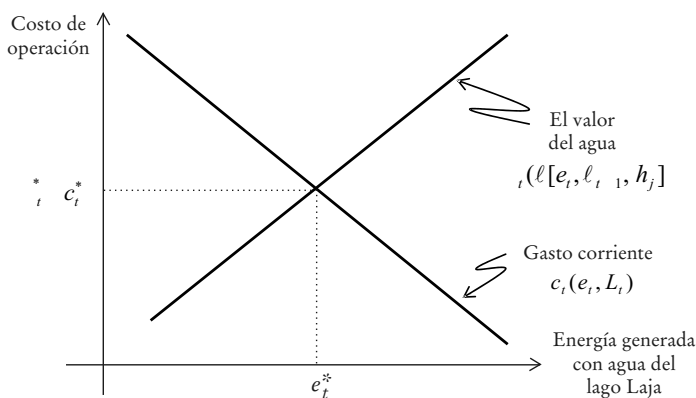
^a Se muestra la asignación de la energía producida por centrales de pasada y del agua de embalses pequeños entre los cinco bloques de demanda. Toda la generación de centrales de pasada se ocupa para cubrir el consumo que siempre está presente (consumo de base). El agua de embalses pequeños se usa durante el bloque de punta; si hay plantas de embalse que funcionan a capacidad durante la hora punta, el resto del agua se genera en el siguiente bloque. El consumo residual (el área en blanco en la gráfica) debe ser generada por plantas térmicas, plantas hidráulicas que funcionan con el agua del lago Laja o, eventualmente, un déficit.

del lago Laja, es conveniente advertir que la optimación se basa en un principio y luego lo pone en práctica con un método de cálculo determinado.

El principio es el siguiente: como se dijo líneas arriba, el agua del lago Laja se debe usar hasta que su valor marginal de hoy se iguale a su valor marginal de mañana. El método de cálculo consiste en resolver un problema de programación dinámica estocástica, cuyo resultado es un conjunto de matrices que indican la cantidad óptima de agua que se debe usar para cada combinación de hidrología y de cota del lago Laja al inicio de cada mes.

La cantidad óptima de agua embalsada que se debe usar se encuentra calculando el punto de intersección entre la curva de costo presente y la curva que resume la información del costo futuro de generación (véase la gráfica A2). Por una parte, dado el consumo residual, el costo marginal de operación de la etapa es función decreciente de la energía generada con caudales del lago Laja, porque a medida que se ocupa más agua se sustituye progresivamente generación térmica. Nótese que la posición de la curva de costo presente depende del consumo residual: cuanto mayor sea el consumo residual, mayor será el costo marginal de operación para cada nivel de uso de energía del Laja. Por lo mismo, la posición de esta curva depende de la hidrología. Así, en cada mes existen 40 de estas curvas, una para cada hidrología.

Por otra parte, existe una relación directa entre el costo futuro de generación y el

GRÁFICA A2. *El valor del agua del lago Laja*^a

valor que hoy tiene mantener una unidad adicional de agua en el lago Laja. El valor marginal de un kWh adicional en el Laja, al que llamaremos valor del agua y denotaremos por V_t , es creciente con la cantidad usada hoy, por la sencilla razón que mientras más agua se use hoy, menor será la cantidad de agua disponible en el futuro (es decir, menor será la cota final del lago Laja), lo que obligará a usar más generación térmica.¹³ La posición de esta curva depende de la cota inicial del lago Laja y de la hidrología (la que determina cuanta agua entra en el lago), y por tanto hay (# cotas = 40) curvas de valor del agua. La cantidad óptima de agua del Laja a ser usada es la que iguala ambos costos.

La curva de costo presente es fácil de obtener una vez que se conocen el consumo residual y las centrales térmicas disponibles: dada la cantidad de agua extraída del Laja, el resto del consumo se sirve con energía térmica, ordenándose las centrales de menor a mayor costo de operación. Sin embargo, la curva que resume el valor del agua es más difícil de obtener, porque es el resultado de una optimización dinámica estocástica, la que se explica a continuación.

La optimización consiste en lo siguiente. Al final del ultimo mes del horizonte de planeación (llamémoslo T) la cota final del embalse del lago Laja (llamémosla c_T) puede estar entre los 1 310 msnm y los 1 368 msnm. Para cada cota final $c_T \in [1\,310, 1\,368]$ existe un valor del agua asociado, al cual llamaremos $V_T^*(c_T)$. En general, esta función es decreciente en c : mientras más agua contenga el embalse, menor es el valor del agua [líneas abajo explicamos como se obtiene $V_T^*(c_T)$]. Ahora bien, para optimar el uso del lago Laja durante el mes T es necesario obtener la curva de valor

¹³ El valor marginal del agua es la derivada de la función de costo total de abastecimiento (la suma del costo total presente y futuro) que se obtiene de la ecuación de Bellman asociada a la optimización dinámica. Véase más detalles en Olmedo (2001).

del agua (la curva que aparece en la gráfica A2) para cada una de las 40 hidrologías y cota inicial del embalse. Se procede de la siguiente manera. La cota final del último mes T es función de la extracción de agua y de las entradas de agua. Si c_{T-1} es el valor inicial de la cota del lago Laja, a_j el agua que entra al embalse cuando la hidrología es h_j y e_T es la extracción durante el mes T , entonces el aforo del Laja al final del mes será

$$c_T = c_{T-1} - a_j + e_T \quad (\text{A2})$$

en que hemos usado el hecho que la cota inicial en T es igual a la cota final en $(T-1)$, c_{T-1} .

Nótese que de (A2) se deduce que para cada hidrología h_j la cota final c_T es función de la extracción e_T , la hidrología h_j por medio de a_j y de la cota inicial c_{T-1} , es decir una función $c(e_T, h_j, c_{T-1})$. A su vez, cada cota final tiene asociado un valor del agua, ${}^*_T(c_T)$. Por tanto, a cada extracción del Laja en el último mes se le puede asociar un valor del agua componiendo las funciones, es decir

$${}^*_{T-1}(e_T; h_j, c_{T-1}) = \frac{{}^*_T[c(e_T; h_j, c_{T-1})]}{1.1^{1/2}}$$

en que $1.1^{1/2}$ considera que los costos se actualizan a tasa 10% anual. ${}^*_{T-1}(e_T; h_j, c_{T-1})$ es la curva de valor del agua al final del mes $T-1$, y, por ende, al principio del mes T , si la hidrología es h_j y la cota inicial es c_{T-1} (es decir, es parametrizada por la hidrología y la cota inicial). Como se dijo líneas arriba, existen (# cotas = 40) curvas de valor del agua, una para cada combinación de cota e hidrología.

Ahora bien, para cada combinación (h_j, c_{T-1}) de cota al inicio del mes T e hidrología durante el mes T (en que $j = 1, 2, \dots, 40$) resultará un uso óptimo del Laja $e^*_{T-1}(c_{T-1}, h_j)$ (en que el asterisco denota óptimo) y un valor del agua al comenzar el mes T , o, equivalentemente, finales del mes $(T-1)$, definido por

$${}^*_{T-1}(c_{T-1}, h_j) = {}^*_{T-1}[e^*_{T-1}(c_{T-1}, h_j); h_j, c_{T-1}]$$

Nótese que ${}^*_{T-1}(c_{T-1}, h_j)$ es el valor tal que se iguala el costo presente con el valor del agua en la gráfica A2 porque $e^*_{T-1}(c_{T-1}, h_j)$ es óptimo.

Para cada combinación (c_{T-1}, h_j) estos valores se pueden agrupar en dos matrices, respectivamente $[E^*_{T-1}(c_{T-1}, h)]$ y $[{}^*_{T-1}(c_{T-1}, h)]$ cada una de orden (# cotas = 40). Por último, para cada cota se puede calcular el valor promedio del agua embalsada en el lago Laja al final del mes $T-1$, que es igual a

$${}^{-*}_{T-1}(c_{T-1}) = \frac{1}{40} \sum_{j=1}^{40} {}^*_{T-1}(c_{T-1}, h_j) \quad (\text{A3})$$

y cuya importancia se observa líneas abajo. Nótese que $\bar{c}_{T-1}^*(c_{T-1})$ también es decreciente en el nivel de la cota, porque cada uno de los $\bar{c}_{T-1}^*(c_{T-1}, b_j)$ lo es.

Para los restantes meses $(1, 2, \dots, T-1)$ la función de valor del agua se obtiene de la optimización. ¿Cómo? Si el mes t cae entre abril y septiembre (la época de lluvia en la cordillera de Chile central) se le asocia a cada cota final del mes $t-1$ su valor promedio, $\bar{c}_{t-1}(c_t)$; en otras palabras, se modela como si el caudal en el mes presente no diera información acerca de la hidrología en el mes siguiente, suponiéndose que cada una de las 40 hidrologías es equiprobable. En ese caso la curva del valor del agua en función de la extracción del Laja se obtiene de manera similar a lo descrito para el mes T . El resultado es una curva

$$c_{t-1}(e_t; b_j, c_{t-1}) = \frac{\bar{c}_{t-1}^*[c(e_t; b_j, c_{t-1})]}{1.1^{1/2}}$$

con $\bar{c}_t^*$ determinado como en la expresión (A3).

Por otra parte, si el mes t cae dentro del periodo de los deshielos, es decir entre octubre y marzo, se supone que la hidrología del mes siguiente ($t-1$) es la misma que la del mes presente (b_j), y el valor asociado a la cota c_t es $c_{t-1}(c_t, b_j)$. Así, la curva de valor del agua es la función

$$c_{t-1}(e_t; b_j, c_{t-1}) = \frac{\bar{c}_{t-1}^*[c(e_t; b_j, c_{t-1}), b_j]}{1.1^{1/2}}$$

Luego se optima y se obtiene, para cada combinación de cota inicial e hidrología, la extracción óptima del lago Laja. Tal como en el mes T , los resultados se agrupan en las matrices $[E_t^*(c_{t-1}, b)]$ y $[\bar{c}_{t-1}^*(c_{t-1}, b)]$, y el procedimiento se repite hasta llegar al primer mes, distinguiendo siempre el periodo antes del deshielo del periodo de deshielo. El resultado final de la etapa de optimización es un par de secuencias de matrices $([E_t^*(c_{t-1}, b)]_t^T, [\bar{c}_{t-1}^*(c_{t-1}, b)]_t^T)$. Estas matrices se ocupan luego para simular la operación del sistema.

Resta por explicar de dónde viene la función de valor del agua del mes final, $\bar{c}_T^*(c_T)$. En nuestros ejercicios el horizonte de planeación será de siete años, y la función del valor del agua $\bar{c}_T^*(c_T)$ se tomará de la optimización del modelo GOL que se usa para fijar el precio de nudo (la práctica usual del CDEC). La filosofía de este modelo es similar a la del Omsic, pero es más grueso en el sentido que sus periodos no son mensuales sino trimestrales y considera sólo dos bloques de consumo.¹⁴

Otra manera (que es la que se usa para resolver el modelo GOL) consiste en agregarle tres años adicionales al horizonte de planeación y hacer una optimización con-

¹⁴ Véase más detalles del modelo GOL en Olmedo (2001).

siderando sólo tres hidrologías (seca, media y húmeda), suponiendo que al final del último año el valor del agua es 0. De esta manera se resuelve el problema práctico que supone el que en la práctica el horizonte sea indefinido, porque es obvio que si el agua vale nada al final del periodo, lo conveniente es usar las centrales del lago Laja a plena capacidad, o usar toda el agua que se encuentre en el embalse o usar únicamente las centrales del lago Laja, y esto independientemente de la cota inicial. El costo de este supuesto en términos de precisión no es alto, porque la optimización supone que la tasa social de descuento anual es 10%, lo que implica que los flujos de costo que ocurren en el futuro no importan mucho hoy (ni tampoco en los próximos dos años, periodo de nuestros ejercicios) si el horizonte es suficientemente largo. Una vez realizada esta optimización en los tres años adicionales, se obtiene una función de valor del agua al comienzo del periodo de tres años adicionales (o, lo que es lo mismo, al final del horizonte de planeación) $\pi_T(c_T)$ y se procede tal como se describió anteriormente.

Ejemplo: A continuación presentamos un ejemplo sencillo a fin de mostrar las matrices relevantes. Si el número de cotas fuera cuatro, y el de hidrologías tres, la matriz de energía sería

$$E_t^*(c_t, h) = \begin{matrix} & \begin{matrix} e_t^*(1,1) & e_t^*(1,2) & e_t^*(1,3) \\ e_t^*(2,1) & e_t^*(2,2) & e_t^*(2,3) \\ e_t^*(3,1) & e_t^*(3,2) & e_t^*(3,3) \\ e_t(4,1) & e_t^*(4,2) & e_t(4,3) \end{matrix} \end{matrix}$$

en que $e_t^*(1,2)$ es la cantidad optima de energía por ser generada con agua embalsada en el mes t si la cota del lago Laja es c_1 y la hidrología es h_2 . La matriz de valores del agua es:

$$\pi_t^*(c, h) = \begin{matrix} & \begin{matrix} \pi_t^*(1,1) & \pi_t^*(1,2) & \pi_t^*(1,3) \\ \pi_t^*(2,1) & \pi_t^*(2,2) & \pi_t^*(2,3) \\ \pi_t^*(3,1) & \pi_t^*(3,2) & \pi_t^*(3,3) \\ \pi_t^*(4,1) & \pi_t^*(4,2) & \pi_t^*(4,3) \end{matrix} \end{matrix}$$

Nótese que las hidrologías y las cotas posibles son independientes de t . Finalmente, el valor promedio del agua como función de la cota c_t es

$$\pi_t^*(c_i) = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \pi_t^*(c_i, h_j)$$

el que se ocupa para valorar el agua si t cae entre abril y septiembre. Por otro lado, si

$t-1$ cae entre octubre y marzo, y la hidrología en t es, supongamos, h_2 , el valor del agua como función de la cota es $^*_{t-1}(c_i, h_2)$.

b) *La etapa de simulación.* Nótese que las matrices calculadas en la etapa de optimización entregan la cantidad de agua embalsada que se debe usar en cada mes como función de la cota inicial del lago Laja y de la hidrología. Luego, para conocer la política óptima de uso del agua del Laja en el mes t basta con conocer la cota inicial del lago Laja y la hidrología. Esta energía se asigna de manera de igualar los costos marginales entre los cinco bloques de consumo.¹⁵ La generación del resto de las centrales térmicas disponibles en el mes t se obtiene restándole al consumo residual la generación del Laja. Si la energía total es insuficiente para servir al consumo residual en uno o más bloques de consumo, el modelo predice un déficit.

Para ilustrar cómo se construye la simulación que usamos para evaluar qué tan probable era un déficit entre 2006-2007 y 2010-2011, supongamos que todos los meses se repite la hidrología de 1998-1999. Dada la cota inicial del lago Laja en el mes de abril de 2006 (denotémosla por $c_{4/6}$), el elemento $e^*_{4/6}(c_{4/6}, h_{1998-99})$ de la matriz $E^*_{4/6}(c, h)$ indica el uso óptimo del agua del Laja. Como se dijo en el párrafo anterior, la operación de las restantes centrales térmicas se obtiene restándole al consumo residual la generación del lago Laja; si toda la capacidad térmica disponible no es suficiente para surtir el consumo residual, el modelo indica un déficit en abril de 2006. Al mismo tiempo, de la operación de las centrales térmicas es posible obtener el costo marginal en abril de 2006.

Dada el agua ingresada en el lago Laja en abril con la hidrología del año 1998-1999, denotada por $a^{\text{abril}}_{1998-99}$, se puede calcular la cota inicial del lago Laja en mayo. Esta corresponde a la cota inicial en abril, más el agua ingresada y menos las extracciones. Vale decir, la cota inicial simulada para mayo de 2006 es

$$c_{5/6} = c_{4/6} + a^{\text{abril}}_{1998-99} - e^*_{4/6}(c_{4/6}, h^{\text{abril}}_{1998-99})$$

Así, la extracción de agua del Laja en mayo se obtiene del elemento $e^*_{5/6}(c_{5/6}, h^{\text{mayo}}_{1998-99})$ de la matriz $E^*_{5/6}(c, h)$ de lo que se puede obtener la generación térmica, la profundidad del déficit si lo hubiera, el costo marginal y la cota del Laja. Y así sucesivamente.

Nuestra simulación consiste en obtener una medida de la probabilidad con que ocurrirán déficit entre 2006-2007 y 2010-2011. Para evaluarlo, sorteamos aleatoriamente mil secuencias de hidrologías, y para cada una de ellas simulamos la operación

¹⁵ El costo marginal es el mismo para todos los bloques horarios en que se usa agua embalsada del lago Laja. Podría ser menor en algún bloque que en otro, pero en ese caso no se ocupa agua embalsada. Por ello, para obtener los costos marginales por bloque horario es necesario revisar el llenado de la demanda remanente.

del sistema, tal como se explicó líneas arriba. De cada una de las mil simulaciones computamos para cada uno de los meses la energía fallada, y luego registramos los siguientes estadísticos: *i*) el déficit de energía total fallado en promedio en el mes; *ii*) su desviación estándar, y *iii*) la fracción de simulaciones en que ocurrió déficit.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahn, N. S., y V. Niemeyer (2007), "Modeling Market Power in Korea's Emerging Power Market", *Energy Policy* 5, pp. 899-906.
- Aires, J. C., M. C. Lima, L. A. Barroso, P. Lino, M. Pereira y R. Kelman (2002), "The Role of Demand Elasticity in Competitive Hydrothermal Systems", Nápoles, Annals of PMAPS (disponibilidad en http://www.psr-inc.com/psr/download/papers/pmap-spaper_DSM.pdf).
- Al Faris, A. R. F. (2002), "The Demand for Electricity in the GCC Countries", *Energy Policy* 30, pp. 117-124.
- Anderson, K. (1973), "Residential Energy Use: An Econometric Analysis", Rand Corporation (R-1297-NSF).
- Beenstock, M., E. Goldin y D. Nabot (1999), "The Demand for Electricity in Israel", *Energy Economics* 21, pp. 168-183.
- Benavente, J. M., A. Galetovic, R. Sanhueza y P. Serra (2005), "Estimando la demanda residencial por electricidad en Chile: el consumo es sensible al precio", *Cuadernos de Economía* 42, pp. 31-61.
- Berndt, E., y R. Samaniego (1984), "Residential Electric Demand in Mexico: A Model Distinguishing Access from Consumption", *Land Economics* 60, pp. 268-277.
- Bjørner, T. B., y H. H. Jensen (2002), "Interfuel Substitution within Industrial Companies: An Analysis Based on Panel Data at Company Level", *The Energy Journal* 23, pp. 27-50.
- Bompard, E., E. Carpaneto, G. Chicco y G. Gross (2000), "The Role of Load Demand Elasticity in Congestion Management and Pricing", Proceedings of the Power Engineering Society Summer Meeting 4, pp. 2229-2234.
- , Y. Ma, R. Napoli y G. Abrate (2007a), "The Demand Elasticity Impacts on the Strategic Bidding Behavior of the Electricity Producers", *IEEE Transactions on Power Systems* 22, pp. 188-197.
- , —, —, — y E. Ragazzi (2007b), "The Impacts of Price Responsiveness on Strategic Equilibrium in Competitive Electricity Markets", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 29, pp. 397-407.
- Boonekamp, P. G. M. (2007), "Price Elasticities, Policy Measures and Actual Developments in Household Energy Consumption—a Bottom up Analysis for the Netherlands", *Energy Economics* 29, pp. 133-157.

- Brännlund, R., T. Ghalwash y J. Nordström (2007), "Increased Energy Efficiency and the Rebound Effect: Effects on Consumption and Emissions, *Energy Economics* 29 (1), pp. 1-17.
- Caloghirou, Y. D., A. Mourelatos y H. Thompson (1997), "Industrial Energy Substitution during the 1980s in the Greek Economy", *Energy Economics* 19, páginas 476-491.
- CDEC-SIC (2003), "Informe final: Puesta en marcha modelo PLP", CDEC-SIC, mimeografiado.
- Chang, H., y Y. Hsing (1991), "The Demand for Residential Electricity: New Evidence on Time-Varying Elasticities", *Applied Economics* 23, pp. 1251-1256.
- Chang, Y. (2007), "The New Electricity Market of Singapore: Regulatory Framework, Market Power and Competition, *Energy Policy* 35, 403-412.
- Comisión Nacional de Energía (2006), "Fijación de precios de nudo", Santiago, Sistema Interconectado Central (SIC).
- Domper, M., y C. Cortés (2008), *Gas natural: lecciones de una crisis*, Santiago, Ediciones LYD.
- Donatos, G., y G. Mergos (1991), "Residential Demand for Electricity: The Case of Greece", *Energy Economics* 14, pp. 226-232.
- Elkhafif, M. A. T. (1992), "Estimating Disaggregated Price Elasticities in Industrial Energy Demand", *The Energy Journal* 13 (4), pp. 209-217.
- Filippini, M. (1995), "Electricity Demand by Time of Use. An Application of the Household AIDS Model", *Energy Economics* 17 (3), pp. 197-204.
- , y S. Pachuari (2002), "Elasticities of Electricity Demand in Urban Indian Households", CEPE Working Paper núm. 16.
- Fisher, F., y C. Kaysen (1962), *A Study in Econometrics: The Demand for Electricity in the United States*, Amsterdam, North Holland.
- Galetovic, A., J. Inostroza y C. Muñoz (2004), "Gas y electricidad: ¿qué hacer ahora?", *Estudios Públicos* 96, pp. 49-106.
- , J. C. Olmedo y H. Soto (2002), "¿Qué tan probable es una crisis eléctrica?", *Estudios Públicos* 87, pp. 175-212.
- García-Cerrutti, L. (2000), "Estimating Elasticities of Residential Energy Demand from Panel Country Data Using Dynamic Random Models with Heteroskedastic and Correlated Errors Terms", *Resource and Energy Economics* 22, pp. 355-366.
- Hesse, D. M., y H. Tarkka (1986), "The Demand for Capital, labor and Energy in European Manufacturing Industry before and after the Oil Price Shocks", *Scandinavian Journal of Economics* 88 (3), pp. 529-546.
- Holtedahl, P., y F. J. Loutz (2004), "Residential Electricity Demand in Taiwan", *Energy Economics* 26, pp. 201-224.
- Houthakker, H. (1962), *Electricity Tariffs in Theory and Practice*, Amsterdam, North Holland.

- Houthakker, H., y L. Taylor (1970), *Consumer Demand in the United States* (segunda edición), Cambridge, Harvard University Press.
- , P. Verleger y D. Sheehan (1973), “Dynamic Demand Analysis for Gasoline and Residential Electricity”, *American Journal of Agricultural Economics* 56, pp. 412-418.
- Ilmakunnas, P., y H. Törmä (1989), “Structural Change in Factor Substitution in Finnish Manufacturing”, *Scandinavian Journal of Economics* 91, pp. 705-721.
- Jones, C. T. (1995), “A Dynamic Analysis of Interfuel Substitution in U.S. Industrial Energy Demand”, *Journal of Business and Economic Statistics* 13, páginas 459-465.
- Kirschen, D., G. Strbac, P. Cumperayot y D. de Paiva Mendes (2000), “Factoring the Elasticity of Demand in Electricity Prices”, *IEEE Transactions on Power Systems* 15, pp. 612-617.
- Lijesen, M. (2007), “The Real-Time Price Elasticity of Electricity”, *Energy Economics* 29, pp. 249-258.
- Maddala, G., R. Trost, H. Li y F. Joutz (1997), “Estimation of Short and Long Run Elasticities of Energy Demand from Panel Data Using Shrinkage Estimators”, *Journal of Business and Economic Statistics* 15, pp. 90-100.
- Mount, T., L. Chapman y T. Tyrell (1973), “Electricity Demand in the United States: An Econometric Analysis”, Oak Ridge National Laboratory, Report ORNL-NSF-EP-49.
- Olmedo, J. C. (2001), “El modelo GOL”, mimeografiado.
- Roy, J., A. H. Sanstad, J. A. Sathaye y R. Khaddaria (2006), “Substitution and Price Elasticity Estimates Using Inter-Country Pooled Data in a Translog Cost Model”, *Energy Economics* 28, 706-719.
- Ruibal, C. M., y M. Mazumdar (2008), “Forecasting the Mean and the Variance of Electricity Prices in Deregulated Markets”, *IEEE Transactions on Power Systems* 23, pp. 25-32.
- Westley, G. (1984), “Electricity Demand in a Developing Country”, *Review of Economics and Statistics* 66, pp. 459-467.
- (1988), *The Demand for Electricity in Latin America: A Survey Analysis*, Washington, Banco Interamericano de Desarrollo.
- (1989), “Nontraditional Partial Adjustment Models and their Use in Estimating the Residential Demand for Electricity in Costa Rica”, *Land Economics* 65, pp. 254-271.
- Woodland, A. D. (1993), “A micro-Econometric Analysis of the Industrial Demand for Energy in NSW”, *The Energy Journal* 14, pp. 57-89.
- Zachariadis, T., y N. Pashourtidou (2007), “An Empirical Analysis of Electricity Consumption in Cyprus”, *Energy Economics* 29, pp. 183-198.