 https://doi.org/10.24844/EM3401.01

Formas heterogéneas de apropiación: prácticas de enseñanza después de un proceso formativo sobre la proporcionalidad

Heterogeneous forms of appropriation: the teaching practices after a training process on proportionality

Alicia Ávila,[1]
Carmen Gutiérrez[2]

Resumen: En este artículo se analizan las prácticas de enseñanza de las matemáticas realizadas por tres profesores de educación primaria después de un proceso formativo. Los tres profesores desarrollaron una clase de proporcionalidad directa con el grupo que atienden cotidianamente. La clase se llevó a cabo al concluir el curso *La proporcionalidad y su enseñanza* desarrollado a lo largo del ciclo escolar mediante sesiones mensuales. El curso se realizó con un enfoque similar al propuesto en los programas oficiales vigentes: *Enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. El análisis de las prácticas se hizo considerando las etapas propuestas con el enfoque: consigna, tiempo a-didáctico o de resolución autónoma, puesta en común de estrategias y resultados, y síntesis del conocimiento elaborado durante la clase. Se evidencia la dificultad de esta propuesta educativa y su apropiación heterogénea por parte de los profesores participantes.

Fecha de recepción: 16 de julio de 2020. **Fecha de aceptación:** 19 de agosto de 2021.

[1] Universidad Pedagógica Nacional, aavila@upn.mx, orcid.org/0000-0003-0872-572x

[2] Universidad Pedagógica Nacional/ Secretaría de Educación Pública. Secundarias, Cd. De México, mde. carmengtz@gmail.com, orcid.org/0000-0003-2625-7800

Palabras clave: *profesores de primaria, formación de profesores, prácticas de enseñanza de las matemáticas, enseñanza de la proporcionalidad, aprendizaje mediante resolución de problemas.*

Abstract: This article analyzes the effects on the teaching practices carried out by three teachers from a primary school in Mexico City after they attended a training course. These three teachers developed a class of direct proportionality with the group they teach daily. The class were held after the teachers attended a yearlong course called *Proportionality and its teaching*. The course had a total of 25 hours of work distributed in monthly sessions and was carried out with an approach similar to that proposed in current official programs: *teaching mathematics through problem solving*. The analysis was made considering the stages proposed in this approach: instruction, a-didactic time, pooling of strategies and results and synthesis (or institutionalization) of the knowledge developed during the class. The data highlights the complexity of this form of teaching and its heterogeneous appropriation.

Keywords: *elementary teachers, teacher training, mathematics teaching practices, proportionality teaching, problem solving learning.*

INTRODUCCIÓN

Una manera común de evaluar el impacto de la formación recibida por docentes en servicio o en formación, es a través de cuestionarios o entrevistas que se plantean al inicio y al final de un proceso de este tipo (por ejemplo, Kutaka *et al.*, 2018; Berinderjeet, 2017).

Otra manera mediante la cual pueden percibirse las modificaciones en la práctica de enseñanza –y en tal sentido es posible ponderar el valor de los procesos formativos–, es la instrumentada por Sadovsky *et al.* (2019), quienes emprendieron un trabajo de formación de maestros de primaria donde el material de estudio fueron las producciones de alumnos y viñetas de clase que los profesores consideran dignos de compartir con sus colegas. Según afirmación de los autores, el análisis de ambos elementos favoreció, paulatinamente, mejores y más complejas interpretaciones de lo que ocurre con los alumnos y en general con la práctica, contribuyendo así a tomar mejores decisiones de enseñanza.

Block, *et al.* (2013) promovieron otra forma de vinculación con los acontecimientos de aula durante la formación de un grupo de docentes de educación básica. En este caso, los profesores instrumentaban, con sus alumnos, situaciones didácticas adaptadas o diseñadas por ellos mismos y, posteriormente, se realizaba el análisis de la experiencia en el grupo de participantes. Los autores consideran que la reflexión sobre la práctica propia constituye un recurso valioso en la actualización, cuando se realiza con una intencionalidad formativa específica y se enriquece mediante la mirada de otros, especialistas o colegas.

En estos dos casos, si bien el objetivo de analizar las prácticas de enseñanza no fue en sí evaluar la apropiación de los conocimientos adquiridos en los cursos –era más bien pensado como material para la formación– el análisis refleja, en buena medida, los cambios ocurridos en las aulas de los participantes. Y si bien estas dos investigaciones dejan ver modificaciones en la acción docente vinculadas a un proceso de formación, siguen siendo muy pocos los procesos de este tipo cuyos resultados se ponderan observando directamente la acción en las aulas. Hay que decir, por otra parte, que hoy en muchos países la gran apuesta es que la formación de maestros traerá mejoras en las prácticas de enseñanza y en esta tarea centran los esfuerzos de política educativa.

Por lo anterior, consideramos relevante indagar en torno a la práctica de enseñanza de las matemáticas, una vez que un grupo de profesores terminaron un curso largo de formación sobre la proporcionalidad. Esta indagación se justifica, al menos, por la razón que hemos expuesto: existen pocos trabajos que documentan si los procesos de formación producen cambios positivos en las prácticas de enseñanza, y en qué medida lo hacen. El interés por observar directamente los hechos no significa que desconozcamos que los maestros, en mayor o menor medida, durante un proceso formativo "agudizan la mirada profesional" (Mason, 2002) gracias a los conocimientos de diverso tipo que ahí adquieren. Esta mirada –que supuestamente favorecerá mejores decisiones de enseñanza– se refleja, entre otras cosas, en un discurso que se torna más elaborado que el expresado al inicio de la formación (véase, Gutiérrez y Ávila, 2014).

Sin embargo, como hemos señalado, es escaso el conocimiento existente sobre las diversas formas en que los nuevos aprendizajes son recuperados en la práctica de enseñanza. Para el caso de México identificamos el de Block *et al.* (2007), quienes analizaron prácticas de 19 profesores que habían obtenido calificaciones altas en exámenes aplicados por la Secretaría de Educación Pública (SEP) tendientes a ponderar el conocimiento de los docentes sobre la reforma educativa introducida 14 años atrás. El artículo reporta tanto las diferentes interpretaciones, como la puesta en marcha de la reforma por parte de dichos profesores, y encuentra heterogeneidad en las interpretaciones y valoraciones que se hacen de tal propuesta. Entre los resultados destacan la importancia de conocer el contenido, de haberse capacitado en la orientación de la reforma, y el ambiente escolar como elementos que facilitan la apropiación del enfoque a través de resolución de problemas. Otro dato revelado por el estudio es que los libros de texto constituyen recursos importantes para apuntalar los cambios en la práctica.

Como se apunta en el resumen, con la intención de aportar conocimiento sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas realizadas después de un proceso formativo largo, en lo que sigue se analizan tres sesiones de clase que tuvieron lugar después del curso-taller *La proporcionalidad y su enseñanza*, y que fueron dirigidas por otros tantos profesores de educación primaria.

Las clases fueron impartidas a petición de las coordinadoras del mencionado curso-taller. Sobre la base de este análisis: se identifica la forma en que, al dar una clase, los profesores se apropian de los conocimientos propuestos en el curso. Si bien es sólo una clase la que cada docente imparte, su observación pone en evidencia que la *creencia de la homogeneidad* (más o menos implícita), esto es, la creencia de que: a igual curso, igual resultado, es difícil de comprobar cuando se ponderan los efectos que en la práctica docente tienen los eventos de formación. En tal sentido, veremos más adelante, nuestros resultados coinciden con los de Block *et al*. (2007) que acabamos de mencionar.

Por otro lado, el artículo muestra qué tanto los docentes cuentan con habilidades didácticas suficientes para instrumentar exitosamente los nuevos aprendizajes. Llinares (2012) afirma que al realizar la actividad docente –o cualquier otra tarea propia de la profesión–, se ponen en juego tanto la experiencia e historia profesional previa, como los conocimientos con que se cuenta, incluidos los aprendidos recientemente. Nosotros consideramos válida dicha afirmación y agregamos la cultura escolar propia del lugar en donde se trabaja como factor que incide en las decisiones sobre la actividad docente.

Por último: entendemos los efectos del proceso formativo como la recuperación de elementos ahí trabajados y después observados en las formas de planear, organizar y gestionar una clase de matemáticas.

MARCO CONCEPTUAL

En el currículum vigente en la educación primaria que se imparte en México, se busca que los alumnos construyan nuevos conocimientos a partir de sus saberes previos, lo que implica: "Resolver problemas de manera autónoma, es decir, encontrar diferentes formas de resolverlos, Comunicar información matemática, Validar procedimientos y resultados, y Manejar técnicas eficientemente" (SEP, 2011, p. 49).

Para lograrlo, es indispensable la participación activa del docente y de los alumnos, en un contexto donde se plantea el aprendizaje como un proceso activo de construcción y de re-construcción del conocimiento, cuestión que ya había sido señalada en los documentos oficiales de 2009 (SEP, 2009). De esta manera, el enfoque didáctico promueve el planteamiento de situaciones problemáticas para que los estudiantes las resuelvan con sus propios recursos, discutan en grupo y analicen sus procedimientos y resultados, con la finalidad de que expresen sus ideas y las enriquezcan con las opiniones de sus compañeras y compañeros. Los libros de texto gratuitos fueron elaborados con un formato que, supuestamente, obedece a estos principios y facilita su instrumentación sobre la base de las situaciones-problema ahí planteadas.

Ahora bien, Perrin-Glorian (2009) ha señalado que, para quienes se preocupan por la investigación, y también por la enseñanza, el problema no es sólo producir buenas situaciones didácticas mediante procesos de investigación rigurosos. La postura de esta investigadora –que compartimos plenamente– es que los productos de investigación

> [...] deben ser también una transposición viable en el salón de clases y en las condiciones en que se desarrolla la enseñanza ordinaria. Se trata no de reproducir la ingeniería [las situaciones propuestas por los investigadores o por quienes elaboran el currículo] tal cual, sino de adaptarla a las condiciones de funcionamiento de las clases comunes y a las demandas [y posibilidades] de los profesores. (Perrin-Glorian, 2009, p. 64)

Desde esta postura, Perrin-Glorian (2009) ha estudiado la enseñanza puesta en marcha en los salones de clase ordinarios de Francia, identificando que con frecuencia se realiza una práctica muy alejada de lo propuesto en las instrucciones oficiales. Por lo anterior, hace suya la idea de Bolon (1996), según quien "habrá que hablar de 'reapropiación' de resultados de investigación por parte de los profesores, más que de reproductibilidad de las situaciones (ingenierías didácticas) producto de las investigaciones" (Bolon, 1996, p. 328).

En efecto, en su trabajo doctoral, Bolon menciona que, en ingeniería didáctica, no es adecuado hablar de reproductibilidad por parte de los maestros. Considera más pertinente hablar de "apropiación": es decir, de cómo los profesores se apropian de proposiciones que emanan del campo de la investigación, las adaptan y sacan partido de ellas, con el riesgo de que se haga todo "no importa cómo" a los ojos de los investigadores (Bolon, 1996, p. 35).

Ahora bien, otra investigadora francesa, Huraux-Masselot (2000), dedicó por su parte años a analizar las prácticas de algunos profesores durante y después de la formación, considerando en su análisis los aspectos y etapas derivados de la teoría de situaciones didácticas. La esencia de esta teorización, así como las etapas de enseñanza que de ella derivan –y que en seguida se anotan– fueron retomadas en México para dar cuerpo a *La enseñanza a través de problemas*, aunque en los documentos correspondientes no se haga referencia explícita a esta teoría:

a) El problema o los problemas planteados.
b) La consigna o consignas dadas a los alumnos.
c) El uso del tiempo a-didáctico (tiempo de resolución autónoma de los problemas o tareas propuestas).
d) La puesta en común de estrategias y resultados.
e) El momento de síntesis e institucionalización del aprendizaje generado durante la clase.[3]

Sobre cada uno de estos aspectos, Huraux-Masselot (2000) anota algunos elementos que en su opinión permiten ponderar la cercanía de la acción docente con los principios de la teoría de situaciones didácticas o enseñanza a través de la resolución de problemas:

– *La consigna*: preparar a los alumnos para su escucha, expresarla con claridad, repetirla sin transformarla, incluso el demandar a los alumnos una reformulación para asegurarse de que la han comprendido.

[3] En México, desde 1993 la Secretaría de Educación Pública introdujo esta idea a través de planes y programas de estudio, pero, como señala Block (2018) no fue un enfoque del todo claro desde el inicio; las distintas modificaciones realizadas desde aquel entonces le fueron dando precisión a la propuesta.

- *Uso del tiempo a-didáctico, esto es los momentos de investigación de los alumnos* (dejarlos explorar, permanecer neutro durante la resolución de los problemas).
- *Gestión de la puesta en común*, tener en cuenta a los alumnos y sus respuestas, pero también es importante la manera de seleccionar a los alumnos interrogados, de dejarlos hablar y de llevarlos a validar sus afirmaciones.
- *Los momentos de síntesis*, incluso de institucionalización, construidos efectivamente a partir de lo que ocurrió en la sesión.[4]

Estos elementos nos fueron útiles para valorar cómo los profesores se apropian de lo aprendido en un curso-taller sobre la proporcionalidad y su enseñanza y, con base en ello, cómo gestionan una clase donde plantean problemas a sus alumnos para que aprendan algún aspecto de dicho tema.

El curso de referencia: La proporcionalidad y su enseñanza

Supuestos del curso

La planeación y desarrollo del proceso de formación implementado, como señalamos en un trabajo previo (Gutiérrez y Ávila, 2014), se sustentó en los siguientes supuestos:

1. Los conocimientos matemáticos y pedagógicos sobre la proporcionalidad con que cuenta la mayoría de los docentes participantes, son insuficientes para implementar el enfoque constructivista sustentado en la resolución de problemas.
2. El intercambio de ideas y el análisis de experiencias al resolver problemas y tareas vinculadas al currículum y a la práctica, con la participación de “alguien que sabe más”, producirá modificaciones positivas en los conocimientos necesarios para la enseñanza.
3. Un proceso de formación compartido por el conjunto de docentes de una escuela, resultará más provechoso que aquel realizado en grupos conformados por docentes de diversas escuelas.

[4] Hablaremos de tiempo a-didáctico y no de situación a-didáctica, porque nos parece que para los no conocedores de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) es más claro el sentido y alcance del término.

4. La apropiación de los conocimientos disciplinares y pedagógicos que se logre mediante un proceso de este tipo, favorecerá cambios en las prácticas de enseñanza de cada uno de los docentes y podrá generar sinergia en el conjunto de los profesores de la escuela.

Características del curso

El curso-taller se instrumentó en una escuela pública ubicada al sur de la Ciudad de México, que goza de buen prestigio académico en su zona y se considera de desempeño destacado en matemáticas, con base en las pruebas nacionales aplicadas por la SEP cada año. En el proceso formativo participó todo el personal docente de la escuela.

El curso-taller se desarrolló a lo largo del ciclo escolar 2012-2013, todos los últimos viernes de cada mes, aprovechando la sesión mensual del Consejo Técnico Escolar. Los participantes realizaban actividades que buscaban vincular la acción formativa con la que se despliega en el aula, a saber: resolvían problemas matemáticos vinculados a la proporcionalidad; compartían y discutían sus estrategias y soluciones; analizaban materiales curriculares (incluidos los libros de texto utilizados por los participantes); discutían viñetas de clases de matemáticas tomadas de registros diversos; trabajaban con sus alumnos para luego analizar tanto sus propias acciones como las estrategias y respuestas de aquéllos. En todos los casos se compartían y discutían los diferentes puntos de vista.

Borko (2004), en un trabajo de revisión sobre el tema, señala que los cursos de "alta calidad" o "efectivos" para profesores se caracterizan porque contienen actividades que:

> Mejoran el conocimiento del contenido matemático, ubican el aprendizaje del maestro dentro de las prácticas del aula; ayudan a los maestros a acceder y hacer visibles las ideas y el razonamiento de los estudiantes para guiar el pensamiento en direcciones matemáticamente productivas y generativas; y aprovechan la capacidad del maestro para una instrucción de alta calidad. (Borko, 2004)

Por su parte, Kutaka *et al.* mencionan rasgos de otros programas de formación y desarrollo profesional que (según resultados de investigación) influyen en la producción de cambios en los profesores y la forma como enseñan; son los que se orientan al contenido a enseñar, se centran en la enseñanza guiada cognitivamente y fortalecen el conocimiento sobre la enseñanza y la práctica en el aula (2018, p. 151).

Otros investigadores identificaron, hace tiempo, tres elementos relevantes para la adquisición de conocimiento profesional específico para la enseñanza: a) Oportunidades para hablar del contenido; b) Oportunidades para hablar de los estudiantes y su aprendizaje; c) Oportunidades para hablar de la enseñanza (Wilson y Berne, 1999, citado en Kutaka *et al.*, 2018, p. 153).

Como se ve, los elementos de los cursos identificados como valiosos son coincidentes. Nosotros consideramos que el curso-taller motivo de este escrito cumple con rasgos señalados como característicos de los cursos efectivos o de calidad; en particular, contiene los tipos de actividad que Borko (2004) considera imprescindibles: a) El trabajo con el conocimiento matemático a enseñar y la resolución de problemas; b) El trabajo con *el conocimiento matemático y los estudiantes*; c) El trabajo con el currículum y los materiales utilizados por los profesores; d) La vinculación con la práctica de enseñanza y lo que ocurre en sus aulas durante las clases de matemáticas; e) La oportunidad de hablar sobre los aspectos antes señalados.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Nuestro supuesto, muy probablemente compartido por todos los formadores de profesores, es que los docentes intentarán recuperar algún o algunos aspectos de lo aprendido en un curso para mejorar su práctica. Pero no tenemos certeza al respecto, más bien tenemos preguntas:

- ¿Qué de lo aprendido en un proceso formativo orientado a la enseñanza de las matemáticas a través de problemas, incorporan los profesores en el desarrollo de una clase?
- ¿Cómo ponen en uso esos conocimientos?
- ¿Los profesores cuentan con las habilidades técnicas suficientes para llevar a buen término la situación o situaciones que plantean a sus alumnos, recuperando elementos del proceso formativo?
- ¿Qué diferencias hay entre lo que unos y otros profesores incorporan en su práctica?

METODOLOGÍA

Las evidencias recogidas

Los datos que nos ayudan a responder las preguntas planteadas fueron tomados de diversas fuentes:

a) Los videos de las clases instrumentadas por tres profesores al finalizar el curso-taller *La proporcionalidad y su enseñanza*.
b) Las conversaciones que tuvieron lugar durante el proceso formativo, las cuales también fueron video-grabadas.
c) Los comentarios a las clases impartidas, luego reproducidas ante los colegas del grupo participante en el curso-taller. (Aunque, se verá adelante, por razones de cercanía del fin de ciclo escolar y problemas de logística, este aspecto resultó el menos útil en la toma de evidencias)

La invitación para impartir una clase se hizo a todos los participantes en el curso-taller y fueron tres de ellos –cuyas clases aquí reportamos– quienes aceptaron la invitación. La solicitud fue: <u>impartir una clase sobre algún aspecto de la proporcionalidad, retomando lo que se considere pertinente de lo aprendido en el curso</u>. Las sesiones de clase se desarrollaron con los grupos que los profesores atendían en ese momento; eran grupos de los distintos grados en que se enseña la proporcionalidad:

Mtra.1 – Tercer grado (niños de 8-9 años)
Mtro.2 – Cuarto grado (niños de 9-10 años)
Mtra.3 – Sexto grado (niños de 11-12 años)

Estos profesores aceptaron voluntariamente desarrollar la clase con sus alumnos, incorporando los elementos del curso *La proporcionalidad y su enseñanza* que les parecieran adecuados y factibles de recuperar para trabajar el tema.

Modo de análisis

Para realizar el análisis consideramos los aspectos puestos de relieve por Huraux-Masselot (2000), debido a que –como ya se comentó– coinciden con las directrices y etapas del proceso de aprendizaje incluidas en la propuesta curricular mexicana. Tales aspectos nos permitieron valorar la cercanía o la distancia entre la acción docente y los principios de la enseñanza a través de problemas, es decir, permitieron ponderar el nivel de apropiación de esta propuesta para el caso específico de la proporcionalidad.

RESULTADOS

Ideas recuperadas por los tres docentes para planear la clase

Una idea recuperada del taller por los tres profesores fue la de trabajar la sesión alrededor de la resolución de problemas, aunque la frase adquiere distintos significados en cada salón de clases. También, el hecho de que los alumnos trabajen por parejas o en equipos es rasgo común de las tres sesiones.

Otra característica compartida es que los docentes intentan trabajar, *grosso modo*, las distintas etapas definidas en el enfoque de enseñanza a través de problemas: la etapa de exploración o tiempo a-didáctico (etapa en que los niños resuelven autónomamente la tarea propuesta), la etapa de puesta en común, y la de síntesis o institucionalización. Cada uno de ellos lo hace desde su propia interpretación.

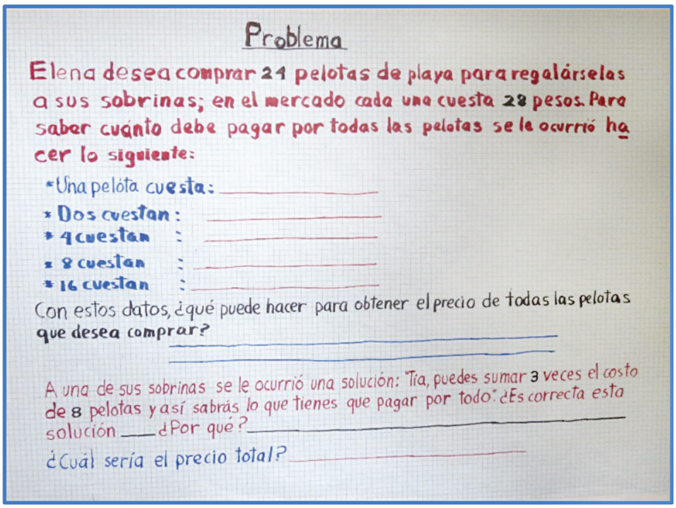
Ahora bien, estas formas guardan un mayor o menor grado de cercanía (y muestran una forma particular de apropiación) con la *Enseñanza a través de problemas*, en adelante EATP. En seguida, exponemos nuestra interpretación de lo ocurrido en las tres clases analizadas. Al tratarse de una sola clase desarrollada por cada profesor, nuestros resultados y las afirmaciones que deriven de ellos tendrán sin duda limitaciones. No obstante, consideramos útil difundirlos para agregar algún conocimiento a lo poco que sabemos sobre los efectos que tienen en la práctica los procesos de formación de docentes. Para tener un panorama global de lo acontecido, puede consultarse el Anexo1, el cual sintetiza el modo en que cada una de las etapas se llevó a cabo en los tres salones de clase.

Contenido y modalidad de la tarea planteada

En las tres clases se abordó la proporcionalidad directa con un nivel de dificultad considerado adecuado al grado que cursan los niños; los tres maestros se apoyan en los problemas planteados en el libro de texto para desarrollar la clase, aunque en una de ellas no se usa directamente el libro, sino que la maestra del grupo (Mtra.1) reproduce el problema en una hoja de papel bond (imagen 1).

A pesar de la intención compartida, sólo en dos de las tres clases se trabaja con un *problema que da lugar a cierta exploración y uso de estrategias personales*, es decir, con situaciones complejas que implican que los niños –una vez comprendida la situación– construyan estrategias para resolverlo porque no cuentan de antemano con alguna para obtener la solución. Introducir un problema (que obliga a explorar, construir y probar soluciones) es uno de los principios fundamentales de la EATP. El que plantearon la Mtra.3 y la Mtra.1, veremos adelante, son problemas en el sentido antes descrito, no el que planteó el Mtro.2, que presenta problemas más parecidos a un ejercicio, donde la estrategia de solución ya es conocida, por lo que no se hace necesario ningún tiempo de exploración. Veamos como ejemplo de lo primero el planteado por la Mtra.1.

Problema planteado por la Mtra.1. La docente toma del libro de texto un problema que en su previsión permitirá a los alumnos trabajar una situación de proporcionalidad utilizando sus propias estrategias, es decir que se les dará un tiempo a-didáctico para que lo resuelvan autónomamente. El problema es el siguiente:



Problema

Elena desea comprar 24 pelotas de playa para regalárselas a sus sobrinas; en el mercado cada una cuesta 28 pesos. Para saber cuánto debe pagar por todas las pelotas se le ocurrió hacer lo siguiente:

* Una pelóta cuesta: ______
* Dos cuestan: ______
* 4 cuestan : ______
* 8 cuestan : ______
* 16 cuestan : ______

Con estos datos, ¿qué puede hacer para obtener el precio de todas las pelotas que desea comprar? ______

A una de sus sobrinas se le ocurrió una solución: "Tía, puedes sumar 3 veces el costo de 8 pelotas y así sabrás lo que tienes que pagar por todo". ¿Es correcta esta solución ____ ¿Por qué? ______

¿Cuál sería el precio total? ______

Imagen 1. Problema planteado por la Mtra.1

Este problema plantea una relación de proporcionalidad donde se conoce el valor unitario: Una pelota cuesta \$28.00. Cuatro de las cinco preguntas pueden resolverse obteniendo el producto del valor unitario por 2, x 4, x 8, x 16, o utilizando duplicaciones sucesivas (28+28 = 56; 56+56 = 112; 112+112 = 224...). También se pregunta por el costo de 24 pelotas; aquí la estrategia de duplicaciones ya no es útil (24 pelotas no son el doble de 16 pelotas). En este caso, las estrategias posibles son: sumar el costo de 8 y 16 pelotas, o multiplicar el costo de una pelota por 24 (28x24).

Este es un "buen problema" porque hace factible el uso de varias estrategias y, aunque es relativamente simple porque se conoce el valor unitario, el nivel de dificultad parece adecuado para niños que están por finalizar el tercer grado.

Veamos ahora el problema del Mtro.2, que toma del libro de texto y reproduce en el pizarrón.

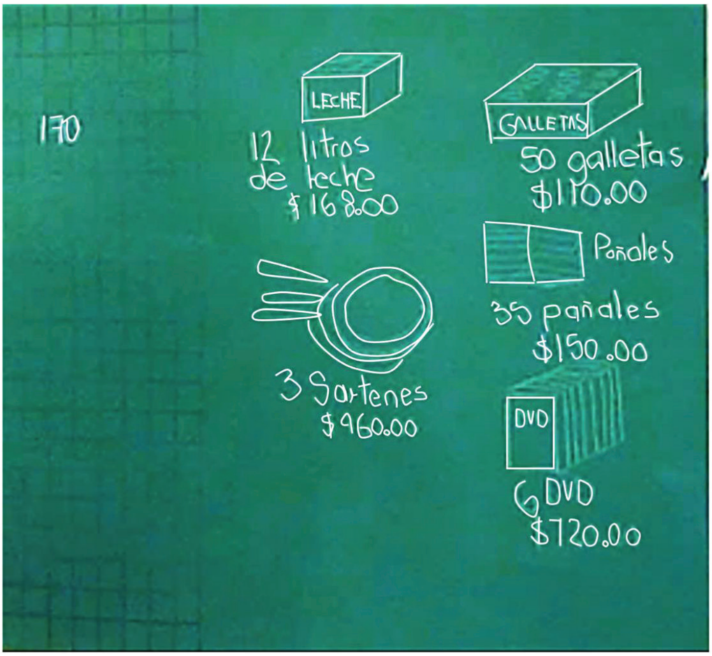


Imagen 2. Reproducción, en el pizarrón, de la situación problemática propuesta por Mtro.2 a sus alumnos

El problema planteado por el Mtro.2, como ya se dijo, no es estrictamente un problema en el sentido antes definido. Se trata de que, conocido el precio de cierto número de artículos, se obtenga el valor de uno de los artículos, utilizando la división.

Conforme a los datos de la imagen 2, la estructura de los cinco problemas propuestos es la misma: "Se conoce el costo total de varios artículos o productos iguales, así como el número de artículos", y se pregunta "cuánto costará uno sólo de los artículos". Esta pregunta –que el profesor no proporciona por escrito, pero que aparece en el libro de texto– completa la información de los problemas. Es decir que, conociendo el costo de varios productos, se busca el valor unitario de estos. De tal modo, los problemas planteados se convierten en ejercicios (tareas para las que ya se sabe la estrategia de solución) porque, además, el profesor resuelve el de las galletas "para poner un ejemplo" y el resto –al ser todos de estructura similar– los resuelven los niños siempre utilizando el algoritmo de la división.[5]

Ahora bien, el tipo de cociente modifica la dificultad de los problemas, pero esto no es motivo de análisis o diálogo en la clase.[6]

Tiempos a-didácticos otorgados a los alumnos

Otro intento de recuperar las etapas de la EATP es dar tiempo para que los niños, al margen de su profesor, pongan en juego sus propios conocimientos y recursos intelectuales para resolver la tarea que se les plantea. A pesar de la intención, no siempre se logra el objetivo.

---

[5] Es importante mencionar que en la lección se solicita estimar anticipadamente los cocientes de las divisiones implicadas en la situación-problema; para ello, se pide encuadrarlos en ciertos rangos propuestos. No se analiza esta actividad porque el profesor procede al revés: pide a los niños resolver las divisiones y, una vez resueltas, solicita ubicar el resultado en alguno de los tres rangos definidos en el libro. Con ello, la actividad pierde su sentido.

[6] Es interesante ver que el profesor no pone atención al hecho siguiente: la división $150 \div 35$ da por resultado un decimal periódico ($4.\overline{285714}$), por lo que no se obtiene el precio exacto de cada pañal, pero no se dice una sola palabra al respecto. Como veremos adelante, la Mtra.3 tampoco pone atención en ese sentido ante el número 0.66 que un niño introduce como equivalente a 2/3, aunque 0.66 es sólo una aproximación de dicha fracción. En general, parece que el que las expresiones decimales sean exactas o periódicas es un aspecto al que los profesores no le dan importancia.

- *Un tiempo a-didáctico sólo aparente*

Los alumnos de Mtro.2 resuelven los problemas en un supuesto tiempo a-didáctico que se les otorga, ya que el maestro da la consigna: "A trabajar en su libro, tienen que poner las operaciones en una hoja [porque en el libro no caben]". Y en el tiempo dedicado a este trabajo, el maestro no interviene, sólo pregunta si quieren oír música, a lo cual los niños responden afirmativamente con entusiasmo. Pero, sabiendo de antemano la estrategia de solución para cada uno de los problemas, no es necesaria ninguna exploración tendiente a comprenderlo y construir la solución, por lo que el tiempo se ocupa en resolver las divisiones para obtener los precios unitarios de los productos.

Todas las ayudas entre compañeros –que sí las hay– se orientan a resolver la división, o a verificar si se tiene el mismo resultado. La tarea no está centrada en el análisis de los problemas, sino en el algoritmo para dividir que, por cierto, aún causa dificultad a algunos niños. El que sigue, es un diálogo similar a otros que se desarrollaron en esta fase de la clase:

Na[7] (resolviendo el problema de los 35 pañales que cuestan $150.00 y dirigiéndose a su compañero):	¿Son qué? Son 150 entre ... 35 (su compañero dice con ella "35").
Na (dirigiéndose al compañero):	A ver, ¿qué número multiplicado por 35 nos da 150? (El compañero no hace nada por su cuenta, sólo escucha a su compañera, entonces la niña le dice): A ver, ¿te alcanza el 35 para cuántas veces?
No:	(Anota algo que no le gustó a la compañera y que no se captó en el video)
Na:	No, no, pon acá 35 por 5 (le sugiere hacer una multiplicación para probar si el 5 sería el cociente adecuado, ella también la hace)
Na (siempre dirigiéndose al compañero):	No, se pasa [de 150] (y borra), es que tiene que darte un número que se acerque al 150, o que sea exactamente 150, pero que no se pase.
No:	¡Ah! (cada uno borra por su cuenta y continúan resolviendo la división).

[7] En las viñetas que se insertan a continuación, Mtra. significa maestra, Mtro. significa maestro, Na. Refiere a niña, No. a niño y Ns. a niños.

Tal vez por la falta de destreza de muchos, la resolución de las divisiones también ofrece oportunidad de diálogo e interacción intelectual. Aunque los alcances de tal interacción sean modestos, como se ve en el diálogo anterior.

- *Tiempos a-didácticos cortos y reiterados*

La Mtra.3 actúa de otra manera. Trabaja con sus 25 alumnos transitando entre la comprensión del problema, la producción de estrategias, la puesta en común, la discusión de las mismas y la toma de acuerdos. Pero la maestra decide no dejar un tiempo largo sin percatarse de lo que hacen sus alumnos, por lo que, ante el problema planteado, les pide abrir el libro para trabajarlo bajo su coordinación, mediante lo que llamaremos *devolución mediada.*

Resuelve problemas que involucren constantes de proporcionalidad particulares y unidades de medida diferentes.

43

Más proporciones

Lo que conozco. Para fabricar la cabeza de un oso de peluche se requieren 3.6 m de hilo para unir las piezas que la forman. Completa la siguiente tabla.

Cabezas de oso	1	$\frac{1}{2}$	$2\frac{2}{3}$		$\frac{5}{6}$		0.25
Hilo	3.6 m			4 m		9 m	

Imagen 3. Fragmento de la lección que da pie a la *devolución mediada* en el grupo de Mtra.3

Con esta lección, la profesora inicia la *devolución mediada*, que consiste en dejar que los niños vayan elaborando y proponiendo estrategias y soluciones, pero para ir obteniendo respuesta por respuesta en un diálogo que ella media. El que sigue es un ejemplo de esta forma de trabajo:

Mtra:	[...] Nos piden también 2 $\frac{2}{3}$ ¿qué hacemos, Diana?
Diana:	Se suma 1.8 más dos enteros ...
Ns (varios, desde sus lugares):	No es cierto / Está mal... (se hace un pequeño barullo)
Mtra:	Alto, alto, alto, ¿sale? (como diciendo a los niños que no hagan escándalo porque Diana no dio la respuesta correcta), a ver Diana, necesitamos $\frac{2}{3}$ de cabeza más dos cabezas... (como esperando que rectifique la respuesta).
Diana:	Lo multiplicas por dos, lo de una cabeza.
Mtra:	¿Y lo de $\frac{2}{3}$?
Santiago (espontáneamente, desde su lugar):	Se divide entre tres [lo de una cabeza].
Mtra:	Alto, alto, (trata de decir que no interrumpa a Diana), ¿qué se divide entre 3?
(Diana no responde)	
Diego:	(espontáneamente): 3.6 [entre 3] y lo multiplica por 2.
Mtra (Se acerca a Diana, para ir señalando los datos de la tabla en su libro, pero a la vez se dirige al grupo):	3.6 se divide entre tres, y luego se multiplica por dos. (Aunque habla en voz alta, parece que se dirige en especial a Diana, pues sigue junto a ella). La división entre tres corresponde a...
Ns (la mayoría, a coro):	$\frac{1}{3}$
Mtra:	¿Y al multiplicar por dos, ¿qué se saca?
Ns (varios, a coro):	Lo de dos tercios, son 2.4
Mtra:	2.4, Diana, más lo de las dos cabezas... (la profesora sigue dirigiéndose tanto al grupo como a Diana). Diego, ¿cuánto es lo de las dos cabezas y dos tercios?
Diego:	9-punto-seis
Mtra.	9.6, ¿Ya estamos de acuerdo todos?
Ns (todos):	¡Sí!
[...]	

Mtra:	Tranquilos, tranquilos, (espera que se haga silencio). Diana, ¿ya tienes claro cómo lo resolvimos?
Diana:	Sí.
Mtra:	Entonces, por favor comunícaselo a Lucy (Lucy es una niña del equipo de Diana que está distraída).
Diana:	(Describe de nuevo en voz alta todas las operaciones que se hicieron y el resultado obtenido).

(A petición de la maestra, Lucy repite la secuencia de cálculos para obtener el 9.6).

En un momento posterior, hay un episodio interesante debido a la participación de David:

Mtra:	A ver, David [¿cuál fue tu estrategia?]
David:	3.6 lo multiplico por .66
Mtra:	¿Por qué por .66?
David:	Porque $\frac{2}{3}$ equivalen a .66
Mtra:	Porque $\frac{2}{3}$ equivalen a .66, ¿sí estamos de acuerdo todos con lo que está diciendo David?

Se genera una discusión entre Claudia, Adriana, Fernanda, Diego y el propio David siempre mediada por la profesora. La discusión refiere a si es posible o no multiplicar una fracción por un decimal y surgen diversas ideas: algunos dicen que, para hacerlo, 3.6 se puede escribir como fracción. Alguien sugiere anotar en el pizarrón la fracción $3\frac{6}{10}$ correspondiente –y la maestra lo hace–; luego alguien propone utilizar la multiplicación de fracciones $\frac{36}{10}$ x $\frac{2}{3}$, resuelven con ese procedimiento y obtienen 2.4 como resultado.

En un momento posterior, David entabla un diálogo con la profesora que incluimos porque refleja el espíritu del trabajo en el grupo:

David:	Y no había para que hacer tanto rodeo (el tono parece un reclamo a la profesora porque dedicaron mucho tiempo a resolver el problema).
Mtra:	A ver, ¿yo dije o yo lo fui trabajando con ustedes?

David (y otros que se le suman):	Lo fue trabajando.
Mtra:	Los fui siguiendo. (David se sonríe.)

Como se ve, en el peculiar tiempo a-didáctico que ofrece la Mtra.3 –y a pesar de ser una *devolución mediada* (acotada)–, se producen estrategias distintas que generan puesta en común e incluso discusión y validación.

Cabe resaltar, respecto de esta sesión, que las distintas etapas para el desarrollo de una clase conforme a la EATP están imbricadas y no se suceden cronológicamente. Mientras se van resolviendo una a una las distintas preguntas del problema se van generando estrategias de solución; estas se ponen en común y, si es el caso, se validan a la par que los resultados parciales que se van obteniendo. Si hay desacuerdo, o si se generan estrategias distintas, se discuten y finalmente se llega a acuerdo sobre su validez. Luego se resuelve la siguiente pregunta. Es un modo que la profesora instrumenta "para no decir, sino para trabajar con sus alumnos".

Puesta en común de estrategias y resultados

- *Puesta en común que se convierte en simple exposición*

En la clase del Mtro.2 no hay una auténtica puesta en común ni discusión de resultados debido a que, como antes vimos, todos los problemas eran similares y los niños ya contaban con una estrategia conocida para resolverlos: el algoritmo de la división. Por lo anterior, la puesta en común es sólo una exposición de cada uno de los resultados que se van aprobando mediante respuesta al unísono de todo el grupo, la cual constituye una forma tradicional, aún frecuente de evaluar la validez de las respuestas: si todo el grupo, o la mayoría obtiene la misma solución, entonces esta es correcta (Ávila, 2006).

- *Puesta en común imbricada en otras fases de la clase*

Vimos ya que, en la clase de la Mtra.3, la puesta en común y discusión de estrategias y resultados está integrada en otras etapas, en virtud de la *devolución mediada* que articula la sesión. Un curso distinto a los anteriores es el que sigue la puesta en común y discusión de estrategias y resultados en la clase de la Mtra.1.

- *Puesta en común y abandono del proyecto original*

Una vez concluida la resolución del problema por la mayoría del grupo, por indicación de la Mtra.1 el Equipo 1 pasa al frente y expone sus estrategias y soluciones.

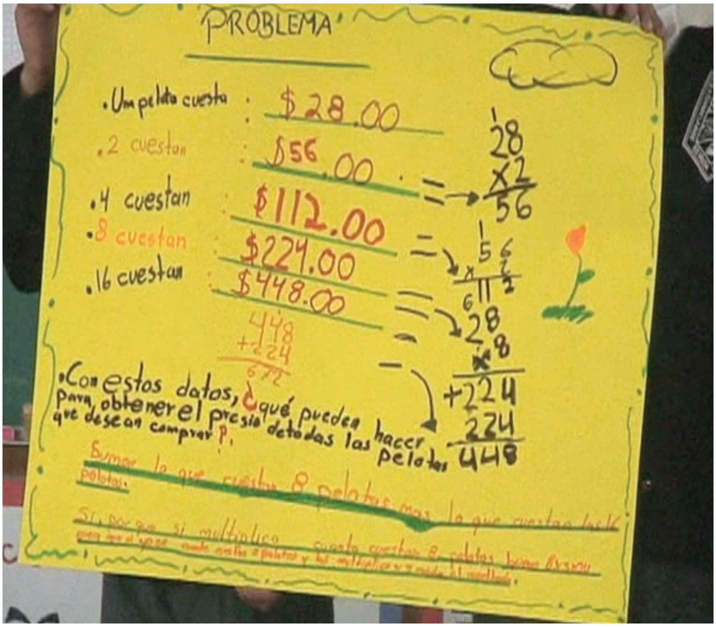


Imagen 4. Solución del Equipo 1 presentada a todo el grupo[8]

La exposición del trabajo se hace con mucha ritualidad, a la manera en que lo hicieran los viejos maestros mexicanos y que, como se ve aquí, aún pervive:

[8] El texto poco legible de la parte inferior del cartel es el siguiente:
Con estos datos ¿qué puedes hacer para obtener el precio de todas las pelotas que deseas comprar?
- Sumar lo que cuestan 8 pelotas más lo que cuestan las 16 pelotas.
- ¿Es correcto? Sí, porque si multiplico lo que cuestan 8 pelotas por tres son 24, o sea que, si yo sé cuánto cuestan 8 y multiplico por 3 da 24. O sea que si yo sé lo de 8 pelotas y lo multiplico por tres me da el resultado de 24. $672.

Na. del Equipo 1 (en tono teatral): Buenos días, maestra, buenos días, alumnos que nos acompañan. Nosotros les vamos a decir cómo estuvimos realizando este problema. (Explican que fueron multiplicando: 28x2, 56x2, luego 28x8, lo que les dio 224 como resultado. Después dicen que, para no hacer tantas multiplicaciones, sumaron 224+224, y obtuvieron 448. Finalmente informan: Sumamos 448 más 224, y nos dio 672. Todo lo expone la niña en un tono que evoca una obra dramática.)

Mtra: Un aplauso a los niños del Equipo 1, van a dejar aquí su cartulina, para que veamos qué es lo que hicieron [...] Pasa el Equipo 2 [al frente]. ¡Fuerte, por favor, quiero más volumen!

Como se observa en la Imagen 5, el Equipo 2 resolvió correctamente la primera parte del problema (lo que se prestaba a resolución mediante duplicaciones) y expone sus resultados; pero no respondió la pregunta de cuánto se pagaría por 24 pelotas.

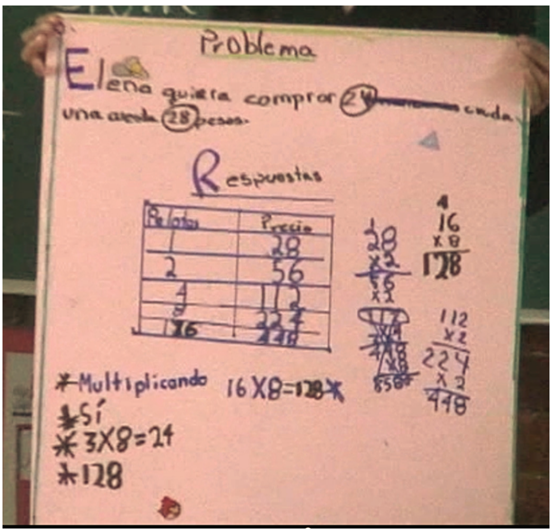


Imagen 5. Estrategias y soluciones del Equipo 2

No (Lee la última parte del problema):	Con estos datos, ¿qué puedo hacer para obtener el precio de todas las pelotas que se desea comprar? (Continúa leyendo las preguntas del problema.) A una de sus sobrinas se le ocurrió una solución: "Tía, puedes sumar 3 veces el costo de 8 pelotas y así sabrás lo que tienes que pagar por todo" / "¿Es correcta esta solución?" / "¿Por qué?" / "¿Cuál sería el precio total?". (Se continúa la lectura, para complementar las preguntas con las respuestas que obtuvo el equipo:) "¿Es correcta esta solución?" *Sí* "¿Por qué?" *Porque si multiplicamos 3 x 8 nos da 24, que son las pelotas que se desea comprar...* (Y ya no continúa, se queda callado, los otros niños del equipo también)
Mtra.:	¿Y cuánto es?
Na (del Equipo 2):	128
(Nota de la observadora:	La respuesta es incorrecta. No se pagan $128.00 por las 24 pelotas, sino $672.00.)

El punto de inflexión

Mtra. (dirigiéndose al grupo, y no a los niños del Equipo 2):	¿Qué opinan?, ¿Estuvo bien lo que hicieron sus compañeros?
(Nota del observador:	Lo que los niños del Equipo 2 resolvieron fue correcto, pero les faltó calcular el costo de 24 pelotas y los niños no saben explicarlo. A partir de aquí, la maestra ya no se dirige a los niños del Equipo 2, da por hecho que su silencio refleja ignorancia y entonces se dirige a los demás para recibir sus respuestas y señalar si el Equipo 2 hizo mal y por qué.)
Na (desde su lugar):	No multiplicaron bien el costo de las pelotas, porque multiplicaron 16 por 8 en vez de por 28. (Es cierto que esa operación está anotada en la cartulina del equipo 2, pero lo que dice esta niña tampoco es la respuesta esperada.)
Mtra:	¡No multiplicaron bien!, ¿en dónde estuvo el error entonces?, Jesús... (niño que no pertenece al Equipo 2)
Jesús:	En 16 x 8.
Mtra:	¿Cómo debería de haber sido?
Jesús:	Sumando 448 más 224. (Se refiere a la pregunta que el Equipo 2 no contestó.)

[...]

Mtra:	¿Qué pasó?, ¿qué contestaron ahí los compañeros? Rapidito, ¿lo hicieron bien o lo hicieron mal? (Continúa sin dirigirse a los niños del Equipo 2, que siguen parados frente al pizarrón.)
Ns:	¡Mal!
El diálogo con este formato continúa, hasta que la maestra dice:	Hasta aquí. Ya no me va a ser posible seguir analizando los demás resultados... Me faltó analizar el resultado del Equipo 4, del Equipo 3, pero en términos generales, lo que hicieron ustedes (dirigiéndose a todo el grupo) ¿se asemeja a lo que hicieron los del Equipo 1 o los del Equipo 2?
Ns:	¡El Equipo 1!

Como se ve, en el diálogo promovido por la Mtra.1 se pierde por completo el sentido de la puesta en común y discusión propuesta por la EATP. En vez de que los "ponentes" den sus opiniones, o que en el diálogo con los otros identifiquen las causas de su error o su confusión, la profesora no les permite hablar, incluso los ignora y el interrogatorio lo dirige al resto del grupo. En esta interlocución se señala que ¡el Equipo 2 hizo mal! Es una forma de acción que constituye un punto de quiebre respecto de los principios de la EATP y del proyecto original de la Mtra.1. Cabe enfatizar que la profesora, seguramente impulsada por su forma habitual de hacer, al final habla en singular: "Me faltó analizar el resultado de...", "Ya no me va a ser posible...", lo que parece reflejar la costumbre de una decisión unilateral sobre la validez de los resultados, no tomada en acuerdo con los alumnos sino con la idea del papel tradicional del profesor.

Síntesis de la clase y/o institucionalización del conocimiento generado

A excepción de la dirigida por la Mtra.3, las clases no concluyen con una síntesis o institucionalización del conocimiento desarrollado o generado durante la sesión.

La clase de la Mtra.3 termina con una estrategia interrogativa (aquí no transcrita) tendiente a sintetizar lo aprendido en la clase. Algunas conclusiones derivadas del interrogatorio están relacionadas con los procedimientos utilizados, por ejemplo: "es posible multiplicar fracciones por decimales, convirtiendo los decimales a fracciones o viceversa"; otras refieren a conceptos implicados del tipo: qué tema se abordó en esta lección, qué es variación proporcional y qué es constante de proporcionalidad. Otra conclusión obtenida es que, para resolver los problemas, se podía haber utilizado la regla de tres (aunque nadie la usó porque –dicen a pregunta de la maestra– ¡se les olvidó!).

En el caso de la Mtra.1 no hay síntesis. La clase concluye cuando el Equipo 2 termina su exposición y se resaltan sus errores y omisiones. Al resto del grupo sólo se le pregunta a la de cuál equipo se parece su respuesta: a la del 1 o a la del 2. Ante los aciertos reconocidos del Equipo 1, y las dificultades del Equipo 2, todos responden que se parece a la del primero. Al parecer, como ya se dijo, conforme a la costumbre escolar si la mayoría el grupo está de acuerdo con una respuesta, entonces esta se da por buena. No se hacen necesarios los argumentos o las evidencias. En este punto, la maestra decide no continuar la clase.

La clase del Mtro.2 concluye de manera distinta:

Al terminar la revisión (a coro) de todos los problemas del libro, el profesor pregunta: "¿Tienen dudas?", y los niños contestan: "¡No!", y proceden a autoevaluarse utilizando un formato incluido en el libro, que consiste en anotar cuántos aciertos y errores tuvieron.

Mtro. (Reitera la pregunta):	Levanten la mano los que tienen dudas. (Nadie lo hace.) (Entonces pide a los alumnos que resuelvan el "Reto" que aparece al final de la lección porque con eso va a evaluar, así se dará cuenta "de si saben o no".)
Niño:	¡Estuvo bien fácil!
Mtro.:	¿Por qué crees que se te hizo tan fácil?
Ns (se oyen varias voces):	¡Porque sí sabe!
Mtro.:	Porque supiste hacer el proceso.

Ya para finalizar la sesión, el profesor dice al grupo: "Hay que seguir el proceso, pero hay que llegar a la operación".

CONCLUSIONES

Como hemos visto, los tres profesores que nos permitieron observar su clase después de haber concluido un proceso largo de formación, actuaron de manera distinta ante la solicitud de recuperar –para desarrollar una sesión de clase– los conocimientos adquiridos durante un curso sobre la proporcionalidad y su enseñanza.

Se identifican algunas ideas generales compartidas por los tres docentes: la intención de trabajar incluyendo resolución de problemas; la intención de dar tiempos a-didácticos a los alumnos y trabajar en parejas o pequeños grupos; el apoyo en los libros de texto oficiales, y la intención de hacer compartir los resultados y estrategias. Sin embargo, las formas que toman estas ideas al llevarse a los hechos son claramente distintas, heterogéneas.

Ocurre, además, que en ocasiones se observa interés por incorporar las ideas novedosas, pero las destrezas didácticas no "alcanzan" para llevar a buen término un proyecto de enseñanza a través de problemas.

Esto se ve en la clase donde la profesora intenta hacer una sesión conforme a los principios de la EATP, planteando un problema que implicaba exploración y construcción de estrategias, el cual además resultó ser un buen problema porque tiene cierta complejidad y permite diversidad de estrategias de solución (sumas, duplicaciones, multiplicaciones). Los niños aprovechan el tiempo a-didáctico, dialogan entre ellos y despliegan diversas estrategias de solución. Pero el proyecto de enseñanza tiene un punto de quiebre en el que una forma de trabajo tradicional se sobrepone a los intentos de innovación. Es en la puesta en común de estrategias y resultados donde, como respuesta a un equipo de niños que no resolvió adecuadamente una parte del problema, reaparece la evaluación unilateral del trabajo por parte de la docente y la falta de habilidad para manejar productivamente el error. Interpretamos el hecho como inexperiencia en esta forma de trabajo, porque durante el curso-taller la profesora se mostró muy interesada y tomando notas, pero silenciosa, y fue sólo hasta las últimas sesiones donde expresó el gran valor que identifica en esta forma de enseñanza, a la vez que su inexperiencia y la de los compañeros para enseñar utilizándola.

La clase dedicada a obtener el valor unitario de diversos productos es diferente. El profesor que la dirige centra su interés en el algoritmo de la división, operación que, es un tema importante en el grado, pero cuyo tratamiento implica estimación de cocientes, aspecto que el profesor deja de lado, aunque la lección que utiliza lo incluye como contenido central. El interés por el algoritmo

–además de observarlo en la clase– se constata en un diálogo que tiene lugar al iniciar la sesión:

Mtro.:	¿Se acuerdan que ya habíamos visto la división?
Ns. (algunos):	Sí.
Mtro. (dirigiéndose a una niña):	¿Te acuerdas cómo empezamos a estudiar la división?
Na.:	Sí, empezamos estudiando las partes de la división.

Y en apariencia se plantean problemas, se da tiempo a-didáctico y se lleva a cabo una puesta en común. No obstante, los problemas planteados no implican exploración ni construcción de soluciones por parte de los niños, son ejercicios cuyo camino de solución ya les es conocido. En este caso, las etapas de la EATP pierden su sentido original: la de puesta en común y discusión se convierte en una simple exposición de resultados pues no hay estrategias novedosas o distintas que mostrar, tampoco hay nada que discutir. Vinculado con lo anterior, al no haberse desarrollado conocimiento o estrategias nuevas durante el tiempo a-didáctico, la etapa de síntesis no es tal, por lo que el cierre de la sesión consiste en preguntar si hay dudas, a lo cual la respuesta obvia es “No”. El profesor ha ajustado, a su forma previa de enseñar, la propuesta educativa que contiene la innovación.

Una clase más cercana a lo propuesto en la EATP es la dirigida por la Mtra.3, ahí el planteamiento de problemas, el tiempo a-didáctico, la discusión de estrategias y resultados, y la síntesis del conocimiento producido se desarrollan conforme al proyecto de enseñanza previsto por la profesora. Pero estas etapas se llevan a cabo de una forma particular. No se suceden una a otra, sino que se integran a través de la *devolución mediada*, mediante la cual, después de plantear un problema con varias interrogantes, se pide expresar estrategias y soluciones (obtenidas autónomamente) respecto de cada pregunta parcial, pero las propuestas y respuestas se ofrecen a la docente. Y aunque las escucha todo el grupo, es ella quien transfiere a otros alumnos la oportunidad de réplica, de argumentación o de validación. Un punto interesante de observar es que la profesora se mantiene neutra todo este tiempo y los niños exponen estrategias, resultados y argumentaciones con toda libertad.

Probablemente con limitaciones en el pensamiento matemático que se promueve porque la devolución no abarca la complejidad que implicaría resolver sin retroalimentación el conjunto de las preguntas implicadas en el problema, esta forma de trabajo favorece tanto la generación de conocimientos y estrategias novedosas, como la posibilidad de replicar, argumentar o validar. Aquí debe ponerse de relieve que la concepción de enseñanza de las matemáticas de la docente, su conocimiento de la proporcionalidad y su habilidad didáctica –parcialmente adquiridos en un posgrado con enfoque constructivista– favorecen la posibilidad de hacer productiva esta forma de organizar la clase.

Se ve en éste y en los otros casos cómo la experiencia, los conocimientos previos y la habilidad didáctica con que se cuenta influyen las decisiones que los profesores toman en clase. También influye la cultura escolar instalada en el lugar donde se trabaja. Y en esta escuela, la enseñanza por comunicación directa de los contenidos no se ha abandonado. A la par que el interés genuino por entender los procesos de aprendizaje y enseñanza de la proporcionalidad observados en el conjunto de los profesores a lo largo del curso-taller, se constatan también grandes dudas sobre la posibilidad de utilizarlo: "Es muy difícil", "Lleva demasiado tiempo", "Los niños deben de concretar..." Una profesora bastante avezada en la enseñanza por comunicación directa dijo, ya al finalizar el curso-taller: "todo esto está muy bien, pero es un lujo que no nos podemos dar". Estas frases nos permiten anticipar que la incorporación de la EATP, si tiene lugar en el conjunto de los docentes, seguirá siendo heterogénea y también lenta.

REFLEXIONES FINALES

Se pone de manifiesto que las propuestas curriculares de tipo constructivista son complejas, y los profesores se apropian de ellas de manera heterogénea. En algunos casos, la apropiación es cercana a lo propuesto en la EATP, otras veces constituyen transposiciones alejadas de la naturaleza y objetivos de la enseñanza a través de problemas.

Probablemente, la forma de trabajo que llamamos *devolución mediada* –libertad por tiempos cortos para los alumnos– limite en algo el pensamiento matemático de los niños. Sin embargo, es probable que sea una forma más factible de trasladar la EATP a las aulas comunes.

En virtud de lo anterior conviene preguntarse: ¿Es posible la apropiación de este tipo de propuestas por el conjunto de los profesores, o es momento de preguntarnos si el camino trazado mediante la EATP, aunque idóneo en términos conceptuales, es una transposición cuasi imposible en nuestro sistema de enseñanza? Es cuestión de seguir explorando y trabajando con los docentes, pero es también tiempo de reflexión para planeadores y tomadores de decisiones, cuyas acciones continúan privilegiando la modificación de enfoques, planes de estudio y libros de texto como factor de cambio y mejora de la enseñanza.

No creemos en el retorno al pasado, pero sí en la importancia de reflexionar con seriedad sobre la brillante y realista frase pronunciada hace tiempo por Michelle Artigue – : "*Tal vez las distancias entre lo que los maestros saben hacer y lo que se les propone son insalvables*" (Artigue, 2004).

REFERENCIAS

Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica para afrontarlos? *Educación Matemática*, *16*(3), 5-28.

Avila, A. (2006). *Transformaciones y costumbres en la matemática escolar.* México: Paidós.

Avila, A. y Gutiérrez, C. (2021). Análisis de lecciones: Un recurso catalizador en la formación de maestros que enseñan matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. Documento inédito.

Berinderjeet, K. (2017). Impact of the course Teaching and learning of mathematics on preservice grades 7 and 8 mathematics teachers in Singapore. *ZDM Mathematics Education*, *49*(2) 265-278.

Block, D. (2018). La enseñanza de las matemáticas en la reforma curricular de 1993 en México. Algunas reflexiones 25 años después. En A. Ávila (Coord.), *Rutas de la Educación Matemática* (pp. 302-320). Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C.

Block, D., Martínez, P., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2013). La observación y el análisis de las prácticas de enseñar matemáticas como recursos para la formación continua de maestros de primaria. Reflexiones sobre una experiencia. *Educación Matemática*, *25*(2), 31-59.

Block, D., Moscoso, A., Ramírez, M. y Solares, D. (2007). La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por profesores de educación primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 12*(33), 731-762.

Bolon, J. (1996). Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique ? Le cas d'enseignement des décimaux á la charnière école-collège. Thèse de doctorat. Université Paris V.

Borko, H. (2004). Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain. *Educational Researcher,* 33(8). http://www.aera.net/uploadedFiles/Journals_and_Publications/Journals/Educational_Researcher/Volume_33_No_8/02_ERv33n8_Borko.pdf

Gutiérrez, C. y Avila, A. (2014). Cambios en el conocimiento sobre la proporcionalidad. Una experiencia de formación de docentes en servicio. En A. Solares, P. Preciado y K. Francis, *Qué cómo y por qué: una conversación internacional sobre el aprendizaje de profesores de matemáticas* (pp. 113-143). Universidad Pedagógica Nacional/ Universidad de Calgary.

Huraux-Masselot, P. (2000). *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en Centre I.U.F.M) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des Professeurs d'Ecole*. Thèse de doctorat. Spécialité: Didactique des Mathématiques. Université Paris VII.

Kutaka, T. S., Ren, L., Smith, W. M., Beattie, H. L. Edwards, C. P., Green, J. L., Chernyavskiy, P., Strooup, W., Heton, M. R. y Lewis, W. J. (2018). Examining change in K-3 teachers' mathematical knowledge, attitudes and beliefs: The case of Primarily Math. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *21*, 147-177.

Llinares, S. (2012). Del análisis de la práctica al diseño de tareas matemáticas para la formación de maestros. En N. Planas, *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 99-115). Graó.

Mason, J. (2002). *Researching your Own Practice. The discipline of Noticing*. London: Routledge, Taylor & Francis Group.

Perrin-Glorian, M. J. (2009). L'ingénierie comme interface recherche-enseignement. En *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 57-78). XV École d'été de didactique des mathématiques. Clermont-Ferrand.

Sadovsky, P., Itzcovich, H., Becerril, M., Quaranta, M. E. y García, P. (2019). Trabajo colaborativo entre docentes e investigadores en Didáctica de las Matemáticas: De la reflexión sobre las prácticas a la elaboración de ejes de análisis para la enseñanza. *Educación Matemática*, *31*(2), 105-131.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (1993). *Planes y programas de estudio. Educación básica primaria*. Autor.

SEP. (2009). *Plan de estudios 2009. Educación Básica Primaria*. Autor.

SEP. (2011). *Plan de Estudios 2011. Educación Básica, Primaria*. Autor.

Alicia Ávila

Dirección: Universidad Pedagógica Nacional,
Carretera al Ajusco No. 24 Col. Héroes de Padierna Del. Tlalpan,
Ciudad de México. CP 14200. aavila@upn.mx

Teléfono: +52 (55) 5630-9700.

Anexo 1

Cuadro-Síntesis de las clases desarrolladas
después del curso-taller La proporcionalidad y su enseñanza

	3° Mtra.1	4° Mtro.2	6° Mtra.3
Tarea planteada (modalidad)	Problema abierto	Problemas rutinarios/ resolución de divisiones	Problemas abiertos
Contenido matemático trabajado.	Problema de proporcionalidad directa con conocimiento del valor unitario y número naturales.	Problemas de proporcionalidad con la misma estructura: se desconoce el valor unitario y se resuelven con una división. Son problemas rutinarios. Algoritmo de la división.	Problemas de proporcionalidad utilizando fracciones. Con incógnita en distintos lugares. Presentados en una tabla. Definición de conceptos vinculados a la proporcionalidad.
Apoyo de libro de texto	Sí.	Sí.	Sí.
Tiempo a-didáctico	Amplio. Los niños resuelven en equipos.	*Devolución aparente.*	Devolución dosificada. Hay interacción y libertad de elaborar estrategias, pero la maestra controla los diálogos como mediadora.
Generación de estrategias personales.	Sí. Aunque probablemente ya se habían trabajado en problemas similares incluidos en el libro de texto.	No. No es posible generar estrategias personales porque los problemas son rutinarios. La actividad se centra en utilizar el algoritmo de la división.	Sí. Y al ser también un enfoque conceptualista el de esta clase, los niños tienen libertad de buscar las definiciones en distintos libros o recursos.

Puesta en común	No. La profesora lo intenta, pero su inhabilidad didáctica y su experiencia previa provocan un punto de inflexión, y con él el abandono del proyecto original.	No. Aunque hay una *puesta en común aparente*. En el sentido de la EATP, se trata más bien de exposición de resultados validados simplemente con la aprobación de la mayoría (que se expresa a coro cada vez que se expone una respuesta).	Sí. Siempre mediada por la maestra. Aun de este modo se logran buenas discusiones en el grupo.
Exposición de resultados	Sí. La puesta en común y la discusión se convierten en simple exposición.	Sí.	
Síntesis de la clase y de lo aprendido	No. El tiempo fue insuficiente para que todos expusieran sus resultados, y así obtener conclusiones con base en ellos.	No. Lo único que "se institucionaliza" es lo siguiente: "Son más fáciles las divisiones exactas que las inexactas".	Sí. Se sintetizan y ponderan algunos procedimientos y se definen conceptos.
Organización general de la clase (manejo adecuado de las fases).	No. La puesta en común se desvirtúa y el tiempo no es suficiente para sintetizar lo aprendido.	Sí. En el sentido que el profesor la planeó. No en el sentido de la EATP.	Sí. Se hace un manejo fluido de la clase, alternando un corto tiempo a-didáctico con la puesta en común de estrategias. Al final se agrega una etapa no incluida en la EATP: los "niños que entendieron bien el tema ayudan a los que no".

Puntos de inflexión (abandono del proyecto original)	Sí. Durante la puesta en común. La profesora, en vez de promover el diálogo o la ayuda para que quienes no obtuvieron respuestas correctas adquieran conocimientos que las permitan corregir sus respuestas, orienta el diálogo a calificar (negativamente) la respuesta de quien se equivocó, utilizando las respuestas de otros niños.	No. No se trató de una clase constructivista, de aprendizajes nuevos a través de problemas. Aunque el maestro plantea problemas (los mismos del libro), todos los problemas tienen el mismo formato, y desde el inicio la actividad se centra en aplicar el algoritmo de la división.	No. La maestra muestra habilidad didáctica para mediar las respuestas y "discusiones" de los estudiantes de manera fluida. Cuando hay estancamientos, solicita ayudas y las gestiona adecuadamente, con lo cual los estancamientos se eliminan.