

Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador

A Teacher Professional Development Program for an Ability Centered Curriculum: Problem Solving as Articulator Strand

Patricio Felmer¹
Josefa Perdomo-Díaz²

Resumen: En este artículo se presenta un programa de desarrollo profesional docente compuesto por tres estrategias y cuyo eje articulador es la resolución de problemas. Estas estrategias, que denominamos Taller RPAcción, Taller RPContenido y Taller RPAula, tienen como propósito promover el desarrollo de las habilidades matemáticas y fortalecer los conocimientos matemáticos, tanto de los docentes de matemática como de los estudiantes de los diferentes niveles escolares, atendiendo así a los requerimientos del nuevo currículo de matemática. En el artículo se describe cada uno de estos talleres, sus fundamentos y experiencias piloto realizadas. Estos talleres constituyen el núcleo central de un proyecto Fondef en desarrollo.

Palabras clave: *desarrollo profesional docente, educación matemática, resolución de problemas, habilidades matemáticas.*

Abstract: In this paper a teacher professional development program composed of three strategies and whose articulating strand is problem solving is presented.

Fecha de recepción: 9 de febrero de 2016. **Fecha de aceptación:** 9 de septiembre de 2016.

¹ Centro de Modelamiento Matemático (CMM), pfelmer@dim.uchile.cl

² Departamento de Análisis Matemático, Universidad de La Laguna, Tenerife, España, pepiperdomo@gmail.com

These strategies, which we call RPAction Workshop, RPContent and RPClassroom Workshop, are intended to promote the development of mathematics skills and strengthen mathematical knowledge, both for mathematics teachers and students from different grade levels, thus meeting the requirements of the new mathematics curriculum. This article describes each of these workshops, its foundations and pilot schemes. These workshops form the core of a Fondef development project.

Key-words: *Professional teacher development, mathematics education, problem solving, mathematical skills.*

INTRODUCCIÓN

El currículo nacional de matemática para la Educación Básica en Chile se estructura en base a tres pilares: las habilidades, los contenidos y las actitudes (Mineduc, 2012). Se estrena así en Chile una clara distinción entre contenidos y habilidades, lo que responde a una tendencia internacional que se refleja, por ejemplo, en los Common Core State Standards for Mathematics de Estados Unidos y en los currículos de Singapur y Finlandia. Las habilidades matemáticas que plantea el currículo chileno son cuatro: resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. Se puede argumentar que la resolución de problemas es central para el desarrollo de las otras tres habilidades. Ciertamente, para resolver problemas es necesario representar y modelar. La resolución de problemas provee de excelentes oportunidades para la comunicación y el razonamiento matemático ya que, tanto en el trabajo en grupos pequeños como en el grupo curso, los estudiantes exponen y discuten sobre las diferentes estrategias, comunican las soluciones obtenidas, razonan sobre los procedimientos y discuten sobre los errores que pueden haber cometido durante la búsqueda de una solución.

Las habilidades matemáticas también son recogidas en las pruebas internacionales. En el caso de la prueba TIMSS, se distingue entre un dominio de contenido y un dominio cognitivo. Este segundo dominio toma en cuenta, entre otros, la aplicación y el razonamiento, que requiere habilidades de representación, resolución de problemas y justificación (TIMSS, 2012). En el caso de la prueba PISA, se consideran tres dimensiones a evaluar: procesos, contenidos y contextos. En la descripción de los procesos, la resolución de problemas y las habilidades de representación y razonamiento matemático tienen una incidencia gravitante (PISA, 2014).

Uno de los primeros momentos donde la resolución de problemas aparece de manera explícita en relación con el aprendizaje de la matemática escolar, ocurre con la publicación del libro de Polya *Cómo resolverlo* (1945), dando inicio a su incorporación en la enseñanza escolar y en la formación de los docentes. En la actualidad, la resolución de problemas es un elemento indispensable en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, ofreciendo al estudiante oportunidades para establecer conexiones razonadas entre distintos elementos matemáticos y promoviendo el desarrollo de habilidades como examinar, representar y aplicar, y el entrenamiento en el uso de procesos asociados al pensamiento matemático avanzado como abstraer, analizar, conjeturar, generalizar o sintetizar (Kilpatrick *et al.*, 2009; NCTM, 2000; Niss, 2002). Pero para que estas oportunidades sean ofrecidas efectivamente en la sala de clase, Polya ya advertía que se debe contar con un docente que haya experimentado la resolución de problemas, que haya “experimentado la tensión y triunfo del descubrimiento” (Polya 1966, citado por Kilpatrick, 1987, p. 300).

Este artículo tiene como propósito dar a conocer un programa de desarrollo profesional docente cuyo objetivo es promover la incorporación de las habilidades matemáticas en las aulas, comenzando por ofrecer a los docentes experiencias para el desarrollo de sus propias habilidades y oportunidades de reflexión y análisis de dichas experiencias que les permitan plantear propuestas efectivas en el aula. Este programa tiene como eje articulador la resolución de problemas y consta de tres estrategias: Taller RPAcción, Taller RPContenido y Taller RPAula. Para ello presentamos los fundamentos de las estrategias propuestas, algunas experiencias relacionadas con docentes de educación básica (1º a 8º grado) en Chile y en el extranjero, la descripción de los talleres y algunos aspectos de las experiencias piloto realizadas, que incluyen opiniones de los docentes participantes vertidas al final de los talleres. El artículo concluye con una visión en perspectiva de los posibles desarrollos que se prevé en los próximos años.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA FORMACIÓN CONTINUA DE LOS DOCENTES

La introducción de la resolución de problemas en las aulas es reconocida como una necesidad para un número creciente de sistemas educacionales en el mundo, los cuales la declaran como elemento fundamental del currículo. La sola declaración de esta necesidad en el currículo no la lleva a la práctica. Para que esto

ocurra es necesario ofrecer a los docentes en ejercicio oportunidades de formación, que les permitan adaptarse a estos cambios. Esto representa un gran desafío al sistema educacional que se puede sintetizar en una pregunta: ¿Cómo producir cambios en los docentes de modo que su práctica incluya la resolución de problemas en las aulas de manera regular?

A nivel internacional, encontramos el trabajo de un equipo de formadores en Singapur en el proyecto MProSE (Mathematical Problem Solving for Everyone), que ya por varios años viene realizando una experiencia de introducción de resolución de problemas en las aulas (Toh *et al.*, 2011 y Leong *et al.*, 2011; 2013). La otra experiencia que conocemos tiene lugar en Estados Unidos, conocida como el Ciclo de Resolución de Problemas, liderado por Borko y Koellner en el proyecto STAAR (Supporting the Transition from Arithmetics to Algebraic Reasoning) (Koellner *et al.*, 2007; 2008). Damos una descripción de estos dos proyectos en lo que sigue.

El proyecto MProSE en Singapur. Aún cuando en Singapur la resolución de problemas se encuentra en el centro del currículo escolar desde los años 90, su incorporación efectiva se ha visto dificultada por lo que se conoce como la ‘rutinización de los problemas no rutinarios’ (Dindyal *et al.*, 2012 y Quek *et al.*, 2012). La estrategia de introducción de la resolución de problemas en el aula está basada en un módulo de 10 clases a ser implementadas en un curso. El programa de MProSE se complementa con una instancia de formación de los docentes que ejecutan el módulo en tres etapas: en la primera se ajusta el currículo del curso, en la segunda los docentes participan de una capacitación de 5 sesiones de 90 minutos y en la tercera los docentes observan experiencias de resolución de problemas en aula y discuten sobre los aspectos esenciales y las dificultades que se presentan.

El ciclo de resolución de problemas. Esta estrategia de desarrollo profesional denominada “ciclo de resolución de problemas” está basada en la implementación de un ciclo de tres sesiones consecutivas. Cada ciclo tiene lugar en un semestre escolar y las tres sesiones se realizan mensualmente, con una duración de entre tres y seis horas. Durante la primera sesión, los docentes resuelven un problema y planifican su incorporación en aula en una clase, la que es video-grabada. El foco principal de la segunda sesión es el análisis de la implementación del problema por parte del docente y la tercera sesión se centra en el análisis crítico del razonamiento matemático de los estudiantes. Este modelo se ha realizado

durante varios semestres con un grupo de docentes de segundo ciclo (Koellner 2007; 2008).

El proyecto Chile-Finlandia. Este proyecto se desarrolló desde 2011 a 2013 con un grupo de 10 docentes en Chile y 10 docentes en Finlandia que se reunió una vez al mes, siete veces en el año, para planificar el trabajo en el aula de un problema matemático de final abierto. Después de cada reunión mensual, los docentes implementaron el problema planificado y sus resultados fueron discutidos en la reunión siguiente. Esta implementación se realizó con estudiantes de 3º Básico, el primer año, continuando con ellos los dos años siguientes. El modelo desarrollado se caracteriza por la preparación de docentes en ejercicio en un entorno colaborativo, donde los docentes participantes actúan como miembros de una comunidad, desarrollando nuevas técnicas de enseñanza y liderazgo para promover la innovación metodológica en sus escuelas y sus distritos escolares (Varas, 2012).

El programa de desarrollo profesional docente que presentamos en este artículo busca ser implementado de manera masiva y con docentes de matemática de todos los niveles escolares, kindergarden, primario y secundario (K a 12º grado). Para su diseño tomamos como referencia las características de las tres propuestas descritas anteriormente y también realizamos un análisis de estrategias de desarrollo profesional docente efectivas, que presentamos en la siguiente sección.

UN PROGRAMA DE DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE BASADO EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La pregunta fundamental al diseñar una estrategia de desarrollo profesional es ¿qué características debe tener para que sea efectiva? Las investigaciones realizadas en torno a esta pregunta muestran la necesidad de alejarse de propuestas tradicionales de cursos, talleres o seminarios expositivos, de corta duración, donde el docente participa de manera individual, leyendo o escuchando sobre metodologías generales, teorías de aprendizaje generales o de la matemática o sobre los contenidos disciplinares. Los programas de desarrollo profesional que más posibilidades de éxito tienen, en cuanto al cambio en los conocimientos, habilidades y la práctica de los docentes, son aquellos que se realizan de manera

regular, sostenidos en el tiempo (Marrongelle *et al.*, 2013), que promueven la creación de fuertes vínculos entre los profesores o se realizan con profesores de un mismo colectivo (Garet *et al.*, 2001), están relacionados con otras experiencias de desarrollo profesional u otros esfuerzos de reforma en los que hayan participado los docentes (Desimone *et al.*, 2002) y están conectados a la práctica, haciendo participar a los docentes en experiencias que los sitúan en el rol de estudiantes (Borko, 2004). Estas investigaciones entregan como evidencia que las características que debería tener una estrategia de desarrollo profesional para producir cambios efectivos en los docentes son:

- Privilegiar actividades de trabajo en grupos de estudio, trabajo con mentores, creación de redes de docentes y proyectos de investigación. Esto en lugar de cursos, talleres o seminarios expositivos tradicionales.
- Propender a cursos de larga duración, con sesiones con más horas y extendidos en el tiempo. Esto en lugar de cursos cortos.
- Participación colectiva de los docentes, en grupos de la misma escuela, municipalidad o comunidad de establecimientos y también que enseñen en el mismo curso. Esto en lugar de participación individual en el curso.
- Aprendizaje activo, donde los docentes se involucran en el análisis de la enseñanza y del aprendizaje. Esto en lugar de escuchar o leer sobre teorías, contenidos y metodologías.
- Coherencia con los objetivos de los docentes, de la escuela y sus directivos, del estado y del currículo.
- Foco en el contenido, es decir, que la actividad se enfoca a profundizar el conocimiento del contenido y las habilidades matemáticas. Esto en lugar de teorías de aprendizaje, metodologías y teorías del aprendizaje de la matemática.

En el contexto de estas investigaciones y recomendaciones, presentamos un programa de desarrollo profesional docente, resultado de un trabajo iniciado hace años con el propósito de instalar estrategias efectivas que permitan mejorar el aprendizaje de la matemática escolar. Como se ha mencionado, el programa consta de tres estrategias: Taller RPAcción, Taller RPContenido y Taller RPAula. Se ha optado por denominar a estas estrategias “talleres” en lugar de “cursos” para recalcar su espíritu eminentemente práctico.

El diseño e implementación del programa se sustenta en dos principios básicos: *hacer* y *reflexionar* (Borko, 2004; Marrongelle *et al.*, 2013). Como mar de

fondo de esta propuesta se encuentra la matemática como disciplina intelectual, que puede cultivarse a cualquier edad, que incluye tanto contenidos como habilidades y que para enseñarla es necesario experimentarla y conocerla profundamente en tanto matemática escolar (Ball *et al.*, 2008). Las tres estrategias del programa se caracterizan por ofrecer oportunidades para que los docentes hagan matemática, resolviendo problemas con sus pares y con el apoyo de un monitor. Estas, por otra parte, ofrecen oportunidades para que los docentes reflexionen sobre su capacidad para resolver problemas, sus conocimientos matemáticos y sus aprendizajes, las estrategias usadas para resolver los problemas y las emociones que han sentido en ese quehacer, y además sobre la forma como el monitor interactúa con ellos, sobre la posibilidad de implementar situaciones análogas en sus aulas y cómo hacerlo. Todo esto se realiza en los talleres, básicamente en dos instancias: los bloques de resolución de problemas y las discusiones plenarias.

Los bloques de resolución de problemas son un espacio de los talleres donde los docentes resuelven problemas, organizados aleatoriamente en grupos de tres. El monitor interactúa con los grupos a través de preguntas. Se considera que un grupo ha resuelto un problema cuando todos los integrantes pueden explicar la solución y las estrategias utilizadas. En ese momento el monitor opta por hacerles una pregunta de extensión del problema en que están trabajando o entregarles uno nuevo. De esta forma cada grupo trabaja a su propio ritmo y la dificultad del problema es graduada por el monitor según los participantes, de modo que estos en todo momento sean efectivamente desafíos abordables. Otro elemento son las discusiones plenarias, espacios donde los docentes reflexionan, intercambian experiencias y conocimientos. En éstas, también el monitor estimula la discusión utilizando preguntas, para que los docentes reflexionen sobre aspectos de tipo cognitivo, afectivo y metodológico. Los tópicos que se discuten dependen de los objetivos y la duración de cada una de las estrategias.

En las siguientes secciones se describen las tres estrategias del programa. La Tabla 1 muestra la duración, en horas presenciales, de cada uno de los talleres y su objetivo.

EL TALLER RPACCIÓN

Es una estrategia de desarrollo profesional con foco en el docente, de 5 horas de duración, que ofrece a los docentes una experiencia personal en resolución

Tabla 1. Duración y objetivo de cada estrategia del programa.

	Duración	Objetivo
Taller RPAcción	5 horas (1 día)	Crear oportunidades para que los docentes tengan una experiencia de resolución de problemas, que reflexionen sobre las estrategias, las emociones, el rol del monitor y la posibilidad de implementar una actividad similar en aula.
Taller RPContenido	25 horas (5 días)	Crear oportunidades para que los docentes profundicen en sus conocimientos sobre un contenido específico de la matemática escolar, mediante una estrategia de resolución de problemas.
Taller RPAula	30 horas (1 año)	Crear oportunidades para que los docentes implementen la resolución de problemas en sus aulas, para que adquieran los conocimientos y habilidades necesarios para ello, creando espacios para la reflexión e intercambio de experiencias.

de problemas, que les permita reflexionar sobre las estrategias, emociones, rol del monitor y las posibilidades de implementar una actividad similar en aula. Este taller se ha llevado a cabo en una decena de oportunidades, en distintos lugares de Chile y del extranjero.

El taller se inicia con una presentación corta, después de la cual se realizan dos bloques de resolución de problemas en los cuales los docentes trabajan en grupos de tres, elegidos aleatoriamente. Luego se realiza una discusión plenaria y se cierra con una presentación. Los problemas que se utilizan en este taller involucran contenidos de todos los ejes del currículo de matemática. Los temas que se discuten en plenaria incluyen las emociones experimentadas, las estrategias utilizadas para resolver los problemas, el rol del monitor, la forma de interacción con los docentes, y finalmente sobre la posibilidad de introducir la resolución de problemas en sus aulas, utilizando el trabajo en el taller como modelo.

En algunos de estos talleres, los participantes respondieron a un cuestionario de evaluación en el que la mayoría de los docentes manifestaron que esa había sido su primera experiencia con resolución de problemas, en el sentido de que los problemas no tenían forma directa de resolución, no se les indicó cómo proceder ni se les dijo si un problema estaba resuelto o no. Este nivel de

autonomía fue valorado muy positivamente por los docentes. En segundo lugar, la gran mayoría de los docentes consideró que la experiencia había sido muy buena o excelente y que les gustaría tener más experiencias con resolución de problemas y más extensas. Algunas de las fortalezas que los participantes mencionaron en sus evaluaciones fueron:

"El trabajo teórico-práctico que sirvió para compartir experiencias con los demás colegas."

"Trabajo colaborativo, y el no entregar la respuestas tan rápido sino contestar con otra pregunta."

"Cuestionarse la forma de nuestras prácticas educativas donde debemos hacer pensar al niño y que él encuentre sus respuestas (metacognición) ponerlo siempre en cuestionamiento."

Entre las sugerencias que los participantes hacen como parte de la evaluación, la mayoría se refiere a la duración del taller, mencionando que les gustaría que fueran más largos, y algunos mencionan como sugerencia *"Dar finalmente la respuesta correcta"* y *"Haber corregido los ejercicios ya que me quedaron muchas dudas"*.

EL TALLER RPCONTENIDO

Es una estrategia con foco en el docente y sus conocimientos matemáticos. El Taller RPContenido nace en el contexto de cursos de verano que usualmente se ofrece a los docentes. Se trata de una estrategia de 25 horas, con cinco horas diarias, durante una semana. Es un taller que tiene como objetivo crear oportunidades para que los docentes profundicen sus conocimientos sobre un contenido específico, considerando elementos del *conocimiento común*, del *conocimiento especializado del contenido* y del *conocimiento del contenido y la enseñanza* (Ball et al., 2008). Los contenidos matemáticos que se tratan en cada taller se eligen en función de lo que la literatura y la experiencia revelan como contenidos donde existen dificultades de enseñanza y aprendizaje, por ejemplo, fracciones, área y perímetro de figuras planas y aritmética. Cada uno de estos talleres se organiza considerando típicamente dos o tres temas que se distribuyen a lo largo de la semana.

El taller se concibe para 21 docentes y el acompañamiento de un monitor. Se inicia con una presentación donde se dan a conocer los contenidos y la metodología. En cada sesión se realizan dos bloques de resolución de problemas y una discusión plenaria. Los problemas se articulan en base al contenido disciplinario del taller, de modo de proveer instancias en que los docentes reflexionen sobre su conocimiento del contenido y su enseñanza. Después de estos bloques, el monitor hace un recuento de los aspectos clave sobre los que se ha trabajado, discutiendo con los docentes sobre las dudas que se hayan generado, acompañada de un texto de tres o cuatro páginas con los contenidos tratados y referencias a los problemas resueltos. La sesión finaliza con una discusión plenaria en la que los docentes discuten sobre los problemas, las formas de resolverlos, los conceptos involucrados y los aprendizajes obtenidos. El taller RPCContenido se ha realizado en forma piloto en tres oportunidades. En enero de 2015 y 2016 se realizaron ocho talleres, en particular uno de fracciones y uno de geometría. En la Tabla 2 se describen los contenidos centrales considerados en estos talleres.

Tabla 2. Temas centrales de los talleres RPCContenido.

Temas centrales	
Fracciones	Geometría
<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué es una fracción? 2. Suma y resta de fracciones, mínimo común múltiplo. 3. Multiplicación y división de fracciones. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Perímetro, área de triángulos cuadriláteros y de figuras compuestas. 2. Área, perímetro y ángulos de la circunferencia. 3. Teorema de Pitágoras.

En el verano de 2013 se realizó un taller sobre fracciones con contenidos similares a los mencionados en la Tabla 1. En Perdomo-Díaz *et al.* (2017) se presenta un análisis de la forma en que este taller contribuyó al desarrollo del conocimiento del docente, mostrando el caso de un profesor que participó en el taller y que fue entrevistado 7 meses más tarde.

Al finalizar los talleres en 2015, los docentes contestaron a una encuesta de evaluación en la que valoraron de forma unánime la metodología de trabajo en grupo, la conformación de grupos aleatorios, la resolución de problemas y el rol del monitor con las preguntas como forma de interacción. A varios les pareció relevante que no hubiera un tiempo límite para resolver un problema, que lo que interesaba era que ellos lo resolvieran, no importando que en el proceso

podrían cometer errores y que ellos debían realmente entender el problema al final, no sólo llegar al resultado. Algunas opiniones que expresaron los docentes en el cuestionario de evaluación tienen que ver con los factores que ayudaron y/o dificultaron el aprendizaje de los contenidos trabajados. La siguiente es la respuesta de una profesora, representativa de la mayoría de las respuestas:

Sin duda el trabajo en grupo favoreció el aprendizaje, ya que la diversidad de experiencias permitía acceder, tanto de manera particular como global, al logro de lo propuesto.

El compartir con colegas diversas estrategias. Que el profesor no otorgara las respuestas, sino que nos guiara a poner en práctica nuestros conocimientos. El verme enfrentada a problemas que no son los comunes de los que conocemos. El realizar plenarias y compartir fortalezas y debilidades encontradas en los problemas planteados.

En relación con el uso de la estrategia de resolución de problemas para aprender contenidos matemáticos, algunas de las respuestas de los docentes fueron:

Me parece una actividad desafiante tratar de resolver aplicando conocimientos previos de una u otra forma. Satisfactorio además ya que el trabajo grupal permitió encontrar más de un camino de resolución.

También me pareció bastante positivo por parte de la docente, la manera de abordar las preguntas que surgían durante el desarrollo de los problemas matemáticos, pues nunca entregaba la respuesta, sino más bien una orientación a través de preguntas para resolver el problema.

Otros de los comentarios que hicieron los docentes fueron:

Creo importante destacar la disposición del profesor para explicar lo que nos causaba duda y sobre todo la didáctica que utilizaba en sus clases, lo que influía positivamente en que confiáramos en nosotras y nos diéramos la oportunidad de equivocarnos.

El taller me pareció excelente tanto en su parte teórica y práctica. Interesante, desafiante y me deja con una gran motivación para seguir aprendiendo.

Este tipo de estrategia, también se ha realizado con foco en la resolución de problemas. La diferencia con el Taller RPContenido es que los problemas engloban contenidos de todos los ejes del currículo de matemática y las discusiones plenarias giran en torno a tópicos de resolución de problemas propiamente tal. En su modalidad de resolución de problemas, el taller se ha realizado en numerosas oportunidades desde el año 2000, siendo este el taller inspirador del programa de desarrollo profesional que describimos en este artículo.

EL TALLER RPAULA

Es la estrategia más importante dentro del programa que presentamos y busca la paulatina y efectiva incorporación de la resolución de problemas en las aulas escolares. Tiene una duración de 50 horas distribuidas a lo largo de un año, de las cuáles 30 son presenciales; para instalar la resolución de problemas en las aulas los docentes la experimentan, planifican sesiones de resolución de problemas con sus estudiantes, las implementan en aula y posteriormente se discuten en el taller. Esta estrategia se origina en la experiencia del proyecto Chile-Finlandia (Varas, 2012) y el trabajo de los autores, por varios años, diseñando e implementando talleres de resolución de problemas. Para su diseño, además, se ha analizado literatura internacional sobre estrategias de desarrollo profesional efectivas. En particular ésta es una estrategia con base en *el hacer y el reflexionar*, que se diseña tomando en cuenta las características que debe tener una estrategia de desarrollo profesional docente efectiva, como fue descrita anteriormente.

El taller RPAula se desarrolla en 8 sesiones distribuidas entre marzo y noviembre, con la participación de 21 docentes, de preferencia que enseñen en niveles escolares similares. El objetivo de incorporar la resolución de problemas en el aula es conocido por los participantes y las autoridades de sus establecimientos. Para lograr este objetivo, el taller plantea la realización de Actividades de Resolución de Problemas en Aula (ARPA), que son sesiones de resolución de problemas con los estudiantes, preparadas y más tarde reportadas y discutidas en las sesiones mensuales. Estas ARPAs se realizan bajo el principio fundamental: la incorporación de la resolución de problemas en aula debe ser paulatina, no invasiva y respetuosa de los ritmos escolares del docente y del establecimiento.

Para que los docentes incorporen la resolución de problemas en sus aulas consideramos necesario que ellos resuelvan problemas, que inventen estrategias

para resolverlos, que experimenten las emociones que ello conlleva y que observen el trabajo del monitor. La relación monitor-docente que se establece en este trabajo, se plantea como un modelo de la relación docente-estudiante que se espera sea replicado en las aulas. Durante el taller se privilegia el trabajo colectivo de los docentes, en grupos y en plenaria, como una manera de socializar el conocimiento y las experiencias con las ARPAs. Para el trabajo en grupo se seleccionan los integrantes de manera aleatoria y es así como se propone también la selección de grupos con los estudiantes en aula. En la plenaria se realiza una puesta en común de actividades individuales o en grupo, se discuten problemas resueltos por los docentes, se intercambian experiencias en la implementación de ARPAs y se discuten problemas propuestos para ARPAs.

El ARPA, que se encuentra en el centro del taller RPAula, consiste en una actividad de resolución de problemas con los estudiantes del docente, que se realiza entre dos sesiones del taller, preparándola en la sesión anterior y discutiendo sus resultados en la siguiente. El ARPA se realiza con problemas propuestos por el monitor, en las primeras tres sesiones, y con un problema construido por el docente en las siguientes tres sesiones.

El Taller RPAula difiere del proyecto Chile –Finlandia en diversos aspectos. En el Taller RPAula se incluyen numerosas actividades donde los docentes son resolutores de problemas, donde desarrollan su propia habilidad matemática con la ayuda de un monitor. Esta experiencia resolviendo problemas modela la relación docente-estudiante que se trata de promover en el aula. Se enfatiza el uso de preguntas como forma de interacción del docente con los estudiantes. A partir de la cuarta sesión, los docentes construyen los problemas que se implementan en clase, utilizando sus propios libros de texto o guías. Se estimula la extensión de las implementaciones mensuales de resolución de problemas en aula a otras instancias escolares, en las clases de cualquier disciplina. Se estimula de manera deliberada la inclusión de los contenidos en interrelación con la habilidad de resolución de problemas.

Este taller se realizó en forma prepiloto durante el año 2014 y se encuentra en una etapa de implementación piloto de mayor escala en el contexto de un proyecto Fondef (FONDEF ID14110338). El prepiloto se realizó con un grupo de 21 de profesoras de educación básica, la mayoría de las cuales impartía clases en 3º y 4º básico en colegios de dos fundaciones. En la última sesión del taller se propuso a los docentes un cuestionario de evaluación donde se les preguntaba acerca de su evolución en la planificación de las ARPAs, los cambios en su forma de trabajar en sus clases de matemática y los cambios que hubiera observado

en el trabajo de sus estudiantes. A continuación presentamos un ejemplo de los cambios y la evolución observada por las profesoras participantes.

En cuanto a su evolución en la planificación de las ARPAs, una profesora señala que:

Las preguntas para enfocar el problema apuntan cada vez más al foco del problema. Cuestiono más las preguntas que ayudan a las niñas a salir de su dificultad. El cierre de la actividad también lo he modificado en forma favorable. La conformación de los grupos, me di cuenta que al conformar grupos de cuatro integrantes y aleatorios les estaba dando la posibilidad de verbalizar sus estrategias y enriquecer aún más su desarrollo.

En cuanto a los cambios observados en su forma de trabajar en las clases de matemática y en la forma en que trabajan sus estudiantes, dos ejemplos de respuestas fueron:

Aprendí que los alumnos pueden resolver problemas sin mayor guía que mediante preguntas. Aprendí que una buena motivación y realizando las preguntas previamente planificadas era mucho más importante que dar pistas. Me ha servido para darme cuenta de cuanto están pensando los niños en mi clase y que tanto se les desafía de forma diaria.

Los alumnos ven los problemas de forma más positiva y estimulante. He observado más seguridad confianza en sí mismos (en todos incluyendo a los que más les cuesta). En las evaluaciones han mejorado. Les gustan los desafíos, se sienten alegres y con más seguridad al enfrentar los problemas matemáticos. Se fortaleció el trabajo en grupo, como un trabajo colaborativo donde todos deben compartir su aprendizaje. Ahora saben que un problema se resuelve en equipo generando discusión.

PROYECCIONES Y DISCUSIÓN FINAL

El programa de desarrollo profesional que se ha delineado en este artículo se encuentra en etapa de desarrollo en el contexto del proyecto Fondef ID14I10338, que en 2015, tuvo en marcha ocho talleres RPAula y un número similar de los otros dos talleres en los niveles básicos (1^o a 8^o grado). Este proyecto permitirá

la implementación sistemática de los talleres durante dos años, con el objeto de consolidar su formato, analizar sus efectos y formar monitores que puedan llevar a cabo una segunda etapa de expansión, que permita que un número significativo de docentes incorpore la resolución de problemas y las otras habilidades del currículo en un número creciente de aulas escolares incluyendo también docentes del nivel prebásico (K) y secundario (9º a 12º grado). Las estrategias propuestas privilegian el hacer y el reflexionar, desarrollando capacidades de resolución de problemas, argumentación, comunicación, modelamiento en los docentes y se fomenta la autonomía de razonamiento matemático con el uso sistemático de preguntas.

En este artículo se ha presentado una experiencia piloto de las tres estrategias del programa con docente de 1º a 8º grado. Por un lado, los docentes participantes encontraron, en su gran mayoría, que el taller produjo cambios en su manera de ver la matemática, en su manera de concebir un problema matemático y en su percepción de la capacidad de sus estudiantes para resolver problemas. Por otro lado, manifestaron que sus estudiantes ahora tienen mayor motivación para la matemática, están más interesados, que aprendieron a discutir en grupo, que buscan explicaciones a lo que hacen, que se atreven con los desafíos, e incluso un docente manifiesta que sus estudiantes han mejorado sus evaluaciones. Desde el punto de vista de los autores, estas experiencias piloto han permitido llevar a la práctica una serie de ideas que requerían ser contrastadas con la realidad y han permitido ganar la experiencia necesaria para avanzar en una versión mejorada y en un mayor número de talleres.

Concluimos este artículo mencionando que las estrategias de desarrollo profesional presentadas podrían ser utilizadas en otros temas como ciencias y escritura, donde la necesidad de incorporar capacidades en los docentes mientras implementan actividades con sus alumnos es similar. Es necesario concebir distintas estrategias de desarrollo profesional en matemática y en otras áreas para enriquecer nuestro entorno educacional. Esperamos que este artículo estimule otras experiencias en esta línea

AGRADECIMIENTOS

Patricio Felmer ha sido parcialmente financiado por proyecto Fondef ID14I10338, CIAE Project FB 0003 from the Associative Research Program of CONICYT y BASAL-CMM projects. Josefa Perdomo-Díaz ha sido parcialmente financiada por

proyecto Fondef ID14110338, CIAE Project FB 0003 from the Associative Research Program of CONICYT, Proyectos BASAL-CMM, Proyecto Fondecyt 3140597 y Proyectos EDU2011-29328 y EDU2015-65270-R.

REFERENCIAS

- Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). "Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special?" *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Borko, H. (2004). "Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain". *Educational Researcher*, 33 (8), 3-15.
- Desimone, L., Porter, A.C., Garet, M.S., Yoon, S. & Birman, B.F. (2002). "Effects of Professional development on Teacher's Instruction: Results from a Three-year Longitudinal Study". *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 24 (2), 81-112.
- Dindyal, J., Guan, T.E., Lam, T.T., Hoong, L. Y. & Seng, Q.K. (2012). "Mathematical Problem Solving for Everyone: A New Beginning". *The Mathematics Educator*, 13(2), 1-20.
- Felmer, P., Perdomo-Díaz, J. y Randolph, V. (2013). Resolución de problemas como estrategia para la formación continua: un estudio de caso con fracciones. *XVII Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, Santiago, Chile.
- Garet, M.S., Porter, A.C., Desimone, L., Birman, B.F. & Suk Yoon, K. (2001). "What Makes Professional Development Effective? Results From a National Sample of Teachers". *American Educational Research Journal*, 38 (4), 915-945.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) (2009). *The Strands of Mathematical Proficiency. Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (7th ed.) (pp. 115-155). Washington, DC: National Academy Press.
- Kilpatrick, J. (1987). "George Pólya's influence on mathematics education". *Math. Mag.*, 60 (5), 299-300.
- Koellner K., Jacobs, J., Borko, H., Schneider, C., Pittman, M.E., Eiteljorg, E., Bunning, K. & Frykholm, J. (2007). "The Problem-Solving Cycle: A Model to Support the Development of Teachers' Professional Knowledge". *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 273-303.
- Koellner, K., Schneider, C., Roberts, S., Jacobs, J., & Borko, H. (2008). "Using the Problem-Solving Cycle model of professional development to support novice mathematics instructional leaders". In F. Arbaugh & P. M. Taylor (Eds.). *Inquiry into Mathematics Teacher Education. Association of Mathematics Teacher Educators (AMTE). Monograph Series, Volume 5*, 59-70.

- Leong, Y.H., Dindyal, J. Toh, T.L. (2011). "Teacher preparation for a problem-solving curriculum in Singapore". *ZDM Mathematics Education* 43:819–831 DOI 10.1007/s11858-011-0356-z
- Leong, Y.H., Tay, E.G., Quek, K.S., Toh, T.L., Toh, P.C., Dindyal, J., Ho, F.H. & Yap, R.A.S. (2013) *Making Mathematics More Practical: Implementation in the Schools*. World Scientific.
- Marrongelle, K., Sztajn, P. & Smith, M. (2013). "Scaling Up Professional Development in an Era of Common State Standards". *Journal of Teacher Education*, 64(3), 202-211.
- Mineduc, Ministerio de Educación (2012). Bases Curriculares, 1º a 6º básico. [Descargado de http://www.mineduc.cl/index5.php?id_portal=47 el 3 de mayo de 2015]
- NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project. [Descargado de http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf el 26 de agosto de 2012]
- Perdomo-Díaz, J., Felmer, P., Randolph, V. y González, G. (2017) Problem Solving as a Professional Development Strategy: A Case Study with Fractions. *The EURASIA J. Math., Sci. & Tech. Ed.*, 13(3), 987-999.
- PISA, Informe Nacional Resultados Chile PISA 2012 (2014). *Agencia de Calidad de la Educación*, Ministerio de Educación de Chile, Santiago.
- Polya, G. (1945). *How To Solve It*. Princeton University Press, Cambridge.
- Proyecto Fondef ID14110338, Estrategias de Desarrollo Profesional: Profesores de ed Básica, Habilidades Matemáticas y Clases de Matemática (2015). Fondef, CONICYT-Chile.
- Quek, K.S., Leong, Y.H., Tay, E.G., Toh, T.L. & Dindyal, J. (2012). Diffusion of the Mathematics Practical Paradigm in the Teaching of Problem Solving: Theory and Praxis. 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated (MERGA 2012) on "Mathematics education: Expanding horizons", Singapore, 2 – 6.
- TIMSS 2012, *Marcos de Evaluación*. (2012). TIMSS & PIRSL, International Study Center, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Madrid, España.
- Toh, T.L., Quek, K.S., Leong, Y.H., Dindyal, J., & Tay, E.G. (2011). *Making Mathematics Practical, An Approach to Problem Solving*. World Scientific, 2011.
- Varas, L. (2012). On the Development of Pupils' and Teachers' Mathematical Understanding and Performance when Dealing with Open-Ended Problems. Chile-Finland Collaboration Project, AKA 09. Final Report.