

La observación y el análisis de las prácticas de enseñar matemáticas como recursos para la formación continua de maestros de primaria. Reflexiones sobre una experiencia

David Block, Patricia Martínez, Tatiana Mendoza y Margarita Ramírez

Resumen: A partir de una experiencia de formación en didáctica de las matemáticas dirigida a maestros-formadores, se estudian las condiciones en las que la observación y el análisis de prácticas de enseñanza pueden adquirir un valor formativo. El curso se impartió en una modalidad semipresencial y se centró en el estudio de cuatro temas de matemáticas y su didáctica: la proporcionalidad, la división euclidiana, las fracciones y la medición. Se destaca la dificultad para centrar la mirada en cuestiones relacionadas con el conocimiento en cuestión y se revisan algunos factores que pueden ayudar a superar dicha dificultad, en particular, la realización conjunta de análisis cuidadosos de las situaciones previamente a su puesta en práctica.

Palabras clave: Formación de maestros, prácticas de enseñanza de las matemáticas.

Résumé: A partir d'une expérience de formation en didactique des mathématiques adressée à des enseignants, nous présentons une réflexion sur les conditions dans lesquelles l'observation et l'analyse de classes de mathématiques peuvent acquérir une valeur pour la formation. L'expérience a été réalisée sur un mode semi-face et s'est consacré à l'étude de quatre sujets en mathématiques et son enseignement: la proportionnalité, la division euclidienne, les fractions et la mesure. Nous mettons en évidence la difficulté à viser les connaissances mathématiques impliquées et nous dégageons certains facteurs qui peuvent être favorables, en particulier la réalisation conjointe d'une analyse minutieuse des situations, avant leur mise en œuvre dans la classe.

Fecha de recepción: 9 de febrero de 2012; fecha de aceptación: 11 de julio de 2013.

Mots clés: La formation des enseignants, pratiques d'enseignement des mathématiques.

Abstract: We study the conditions under which the observation and analysis of teaching practices can turn out to be valuable tools on teachers training processes. Our discussion is based on the results of a course on mathematics education with teacher-trainers, which was conducted combining online and face-to-face sessions. The course was focused on the study of four topics in mathematics and its teaching: proportionality, Euclidean division, fractions and measurement. We highlight the difficulty of focusing the analysis on mathematical knowledge, and point out certain factors that can help improving such difficulty, particularly, the collective carry out of a careful analysis of the didactical situation before its implementation.

Keywords: Teachers' training, mathematics teaching practices.

INTRODUCCIÓN: UNA MODALIDAD DE FORMACIÓN

Hay un fuerte énfasis, hoy día, en cuanto a la pertinencia de vincular los cursos de formación de maestros con la práctica. Se considera que es en el salón de clase donde es posible identificar las dificultades y enfrentarlas, donde se puede valorar la factibilidad de las propuestas que se hacen a los maestros y donde es viable apuntalar los intentos de mejora y los logros (Perrin-Glorian, Deblois y Robert, 2008; Lerner, 2001; Hersant y Perrin-Glorian, 2005; Block, Moscoso, Ramírez y Solares, 2007). Se considera también que la reflexión sobre la propia práctica ofrece la posibilidad de constituir un recurso valioso en la actualización, cuando se realiza con una intencionalidad formativa específica y se enriquece mediante la mirada de otros, especialistas o colegas (Margolinas, Coulange y Bessot, 2005).

En esta línea de vinculación y reflexión sobre la práctica, nos propusimos explorar una modalidad de formación centrada en la realización de experiencias en aula, su documentación y análisis en el marco de un curso sobre enseñanza de las matemáticas dirigido a docentes, principalmente de primaria y secundaria, algunos de ellos formadores y asesores de maestros de educación primaria. Las numerosas producciones escritas que los participantes generaron a lo largo del curso permiten identificar algunos logros y también dificultades en la puesta en práctica de dicho recurso. Nos parece que la explicitación de este proceso

puede aportar a la búsqueda de formas de trabajo con los maestros en las que el vínculo con la práctica resulte fecundo.

En un primer apartado se presentan aspectos metodológicos del estudio; enseguida, en el apartado 2, se describen brevemente las principales características del curso; después, en el apartado 3, se expone el análisis de varios aspectos de las producciones de los maestros participantes. Finalmente, a modo de conclusión, en el apartado 4 se desarrolla una reflexión sobre las estrategias empleadas para vincular el curso con la práctica.

1. ASPECTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS

La experiencia que se analiza en el presente estudio no fue concebida en el marco de una investigación, sino como respuesta a un servicio solicitado por terceros. A partir de la experiencia ya consumada y debido al interés que algunos de los procesos a que dio lugar parecieron tener en el contexto de la discusión actual sobre formación docente, consideramos oportuno explicitar el fundamento de la experiencia, ubicarlo en el campo de las propuestas que actualmente se discuten e informar algunos de los resultados.

Como se verá en el apartado siguiente, la estrategia de formación que se puso en marcha se alimenta de dos grandes tradiciones de la investigación en el campo: por una parte, se recurre a la aplicación de situaciones didácticas sobre conocimientos específicos de matemáticas diseñadas *ex profeso* para profesores en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1998) y, por otro lado, se propicia la puesta en práctica por los profesores, con alumnos del nivel básico, de situaciones elegidas y adaptadas o diseñadas por ellos, así como la realización de análisis de dichas prácticas. Esto último equivale a asumir la práctica del profesor en el salón de clases como una situación didáctica para él, situación en la que el medio con el que interactúa es la propia relación de sus alumnos con el conocimiento (Margolinas y Perrin-Glorian, 1997, pp. 7-15).

La elección de la TSD como marco teórico de referencia conlleva, naturalmente, la adopción de ciertos presupuestos sobre los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, que *grosso modo* pueden calificarse de constructivistas: los alumnos pueden desarrollar conocimientos de matemáticas al resolver determinado tipo de problemas y, al hacerlo, se generan mejores condiciones para que éstos sean significativos para ellos; dichos conocimientos pueden ser al principio implícitos, incompletos o parcialmente falsos; es

necesario que el profesor haga un trabajo de institucionalización, en el que se explicitan, se nombran, se adoptan convenciones, se destaca su importancia o su vínculo con otros conocimientos. Las situaciones que permiten que los alumnos desarrollen nuevos conocimientos, llamadas “adidácticas” en la TSD, tienen características especiales: deben implicar al conocimiento en cuestión, deben poderse abordar sin disponer de dicho conocimiento; deben permitir validar los intentos de resolución.

La motivación del presente estudio es contribuir al conocimiento de las condiciones que pueden favorecer en los profesores procesos de aprendizaje del contenido por enseñar y su didáctica. Más específicamente, busca conocer relaciones entre las condiciones por las que optamos en la experiencia y algunos de los resultados que logramos identificar. En este sentido, el planteamiento metodológico del estudio es el de una ingeniería didáctica¹ para profesores (Artigue *et al.*, 1995).

2. CARACTERÍSTICAS DEL CURSO

2.1. PUNTOS DE PARTIDA Y ORGANIZACIÓN DE LAS SESIONES

Se trata de un curso de actualización en la enseñanza de las matemáticas,² dirigido a un grupo integrado por 42 maestros con diferentes funciones: maestros de escuela de organización completa y multigrado, maestros de apoyo técnico pedagógico (ATP), asesores y formadores de maestros de educación básica. Gran parte de ellos, 31 de 42, cursó estudios en la Normal Superior, 20 en la especialidad de matemáticas. La mayoría tiene algún estudio de posgrado.

El curso se impartió en una modalidad semipresencial y tuvo una duración de aproximadamente 90 horas (48 presenciales). Se utilizó una plataforma educativa de software libre para cursos a distancia (*Moodle*) con espacios públicos en los que los maestros podían participar en foros y tener acceso al programa

¹ Las principales características de esta metodología de investigación son: la puesta en práctica del fenómeno (la clase, la secuencia, etc.) que se desea estudiar; el desarrollo de un análisis preliminar amplio que justifica las decisiones tomadas y hace explícitos los efectos esperados de las situaciones; un análisis *a posteriori* mediante una contrastación entre los análisis previos y lo observado en la puesta en práctica.

² *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, impartido en el ciclo escolar 2009-2010 en la ciudad de Tepic, Nayarit.

del curso y a la bibliografía, así como espacios privados para cada participante, en los que cada uno depositaba sus trabajos y recibía comentarios. Además, durante el curso se mantuvo la comunicación por correo electrónico. En el anexo 1 se esquematiza en un cuadro la secuencia de actividades.

El equipo a cargo del curso estuvo integrado por cuatro participantes que tuvieron como tarea diseñar, impartir los talleres y asesorar a un grupo de maestros. Se elaboró un cuadernillo de trabajo para cada sesión.

Considerando la necesidad de apuntalar el conocimiento matemático y didáctico de los docentes del nivel básico (Schulman, 1986; Ball y Bass, 2000; Godino, Batanero y Flores, 1998; Block, Moscoso, Ramírez y Solares, 2007), el curso se centró en el estudio de cuatro temas de matemáticas y su didáctica: la proporcionalidad, la división euclidiana, las fracciones y la medición. En cada reunión se llevó a cabo un taller centrado en alguno de estos temas.³

La estrategia de vinculación con la práctica estuvo integrada por un conjunto de acciones que explicamos a continuación. Se realizaron cuatro eventos presenciales de 12 horas cada uno (en sesiones de cuatro horas), separados entre sí por aproximadamente siete semanas. En este lapso, los maestros, organizados en parejas, diseñaban o elegían una situación didáctica relacionada con el tema estudiado en la sesión anterior, elaboraban un plan de clase y lo enviaban a los asesores del curso por correo electrónico y/o a través de la plataforma que se creó para tal efecto. Los asesores revisaban y comentaban el plan con la idea de contribuir a mejorarlo, compartiendo así la responsabilidad de éste con los maestros.

Los maestros, organizados en parejas, llevaban a cabo la experiencia en el aula, uno conduciendo la clase, el otro observando; en la siguiente sesión se invertían los papeles. Después, juntos preparaban un informe sobre lo acontecido. Si bien se dio un guion para elaborar el informe, se les dio libertad para recuperar lo que consideraran relevante.

Los informes de observación eran enviados a los asesores junto con la segun-

³ Cada sesión presencial se dividía en dos partes, una centrada en un tema de matemáticas y su didáctica, y la otra en el análisis de experiencias llevadas a cabo en aula entre una sesión del curso y otra. Los principales tipos de actividad de los maestros fueron: 1) participación como estudiantes en el desarrollo de situaciones didácticas sobre temas de matemáticas diseñadas para profesores, pero con características didácticas similares a las que se busca promover en la escuela básica, y análisis posterior de las características (estrategia basada en la homología) (Houdement y Kusniak, 1996, p. 301); 2) análisis de programas, lecciones de libros de texto, las actividades desarrolladas por los profesores participantes, la producciones de los alumnos y la conducción de las clases por parte de los participantes, y 3) discusión en torno a textos de didáctica.

da versión del plan de clase al menos una semana antes de la siguiente sesión presencial, de manera que hubiese tiempo de elaborar comentarios y preparar el análisis que se haría con todo el grupo en la sesión presencial siguiente.

Los informes de los maestros daban lugar a dos tipos de realimentación; por una parte, cada pareja de maestros recibía de su asesor por correo electrónico (y en la plataforma educativa *Moodle*) comentarios a su informe que no eran compartidos con el resto del grupo. Por otro lado, del conjunto de informes enviados, los asesores escogían algunas cuestiones que consideraban de interés general para desarrollar con todo el grupo. Previamente, se pedía el consentimiento de los maestros cuyos informes serían utilizados.

Mediante la vinculación con el trabajo en el salón de clases, se procuró favorecer que los profesores identificaran de manera cada vez más precisa características didácticas relevantes de las situaciones que llevaban al aula, tanto en lo que se refiere a la situación planeada como a la situación realizada, considerando la conducción del maestro y la actuación de los alumnos.

Los registros de clase elaborados a partir de las observaciones que hicieron los maestros tuvieron una doble función: para la formación de los docentes, una herramienta que les permite centrar su atención en lo que pasa en el aula al interactuar con un contenido específico, y para los diseñadores/investigadores, una herramienta para elaborar materiales que orientaron la reflexión sobre aspectos específicos de la puesta en práctica de algunas situaciones didácticas (para la discusión en las sesiones).

A continuación, describimos el tipo de realimentación que brindaron los asesores a los maestros de manera individual con respecto a los planes y los informes de clase. Si bien en el apartado 3 hacemos algunos comentarios críticos sobre dicha realimentación, quedará como una tarea pendiente un análisis más sistemático de ésta en términos de lo que pudo aportar a los maestros.

2.2. EL PAPEL DE LOS ASESORES

2.2.1. Comentarios a los planes de clase

Los comentarios se centraron en el diseño de la actividad y en su justificación. Con respecto a lo primero, se hacían precisiones en las tareas planteadas o en las consignas, se destacaban las ventajas de alguna decisión, se señalaban avances respecto a un plan anterior y se contribuía al análisis de la tarea, entre

otros aspectos. Por ejemplo, en un problema redactado por unos maestros, después de indicar cuántos litros de pintura negra y blanca tienen tres mezclas, se pedía a los alumnos que escribieran “la razón que corresponde a cada mezcla de la forma n/b , donde n significa litros de pintura negra y b significa litros de pintura blanca”. El asesor comentó lo siguiente:

[...] por la manera en que ustedes piden que escriban la razón con una fracción, los alumnos pueden observar que simplemente la cantidad de pintura negra se pone en el numerador, la de blanca en el denominador y luego se simplifica. Ésta es una regla aparentemente sencilla pero muy poco clara para los alumnos [...]

Se solicitó a los maestros que, para cada problema planteado, anticiparan algunos procedimientos de resolución, dificultades y errores probables, así como algunas acciones que seguir. El tipo de comentario más frecuente fue para señalar aspectos no previstos por los maestros en los procedimientos anticipados, por ejemplo: en un grupo multigrado de 4º, 5º y 6º, en el plan de clase se presentó una tabla en la que se dieron datos de varios repartos (número de galletas, número de niños) y se pidió a los alumnos que indicaran, para cada reparto, “la parte o fracción que les toca”; los maestros previeron algunos procedimientos que podían surgir en la clase:

Es posible que algunos alumnos utilicen dibujos para ilustrar y pensar mejor el problema, esto a mi juicio es válido, ya que en ocasiones el alumno necesita este tipo de recursos gráficos para entender el problema [...]

El asesor escribió el siguiente comentario:

[Se aconseja] explicitar los procedimientos, por ejemplo, repartir las galletas una por una entre el número de niños indicado en cada reparto. Esto puede ser importante para entender por qué a entre $b = a/b$; [...] Es probable que los alumnos hagan una división y obtengan números decimales. Por ejemplo, 1 entre 2 = 0.5. ¿Cómo comprobar que este resultado es equivalente a $1/2$? En el caso de 3 entre 5, si obtienen 0.6, ¿cómo ayudarlos para que entiendan que $0.6 = 3/5$ y a $6/10$? Una forma es que expresen 0.6 como $6/10$ y plantear preguntas para que simplifiquen esta expresión y obtengan $3/5$.

2.2.2. Comentarios sobre los informes de clase

Los comentarios de los asesores a los informes de clase enviados por los maestros tendieron a centrarse en las resoluciones de los alumnos y en la relación de éstas con la situación. En menor medida, versaron sobre la conducción del maestro. También se hicieron comentarios sobre la riqueza de datos relevantes recogidos en los registros o sobre la falta de datos. A título de ejemplo, veamos algunos de los comentarios de los asesores.

Se sugirió recuperar y profundizar en el análisis de procedimientos de los alumnos, por ejemplo:

[...] Se sugiere que, además de enviar hojas de trabajo de los alumnos, se retomen algunos ejemplos para analizar en el interior del propio registro. Incluir tanto procedimientos exitosos como los que no lo fueron [...] identificar lo que hacen los alumnos y qué implica que utilicen determinados procedimientos en términos de eficacia, de tiempo [...]

Se relacionaron procedimientos, dificultades o errores con alguna variable específica de la situación.

En el reparto 4 (entre) 6 se puede dar $\frac{1}{2}$ chocolate a cada niño y el chocolate que queda se divide naturalmente en sextos. En cambio, en el reparto 2 (entre) 3, [si se da $\frac{1}{2}$ a cada uno] el sobrante es $\frac{1}{2}$ y, como se observa, varios niños no lograron identificar que $\frac{1}{3}$ de un medio es equivalente a $\frac{1}{6}$, pues no resulta evidente para ellos.

Asimismo, se les invitó a reflexionar sobre formas de propiciar la evolución de procedimientos; se valoró tanto la identificación de procedimientos correctos y las dificultades de los alumnos como la toma de decisiones, que permitió que la clase no se estancara en una dificultad que, en ese momento, no estaba al alcance de los alumnos resolver. También se solicitó hacer precisiones en relación con los materiales de trabajo que estaban usando los alumnos, el grado que cursan cuando se trataba de escuelas multigrado, las intervenciones del profesor en relación con algunas participaciones de los alumnos.

2.3. LAS ACTIVIDADES GRUPALES PARA EL ANÁLISIS DE LOS PLANES E INFORMES DE CLASE

En tres de las cuatro sesiones presenciales se dedicó un espacio⁴ para analizar algunos aspectos de interés general, relativos a los planes de clase y a los informes realizados por los participantes durante el periodo intertalleres. Los temas tuvieron que ver con los procedimientos de los alumnos, con características de los problemas planteados, y también, aunque en menor medida, con la conducción de la clase. En el anexo 2 se describen los temas abordados en estas sesiones.

3. ALGUNOS RESULTADOS: LOS FENÓMENOS QUE MIRAN –Y LOS QUE NO MIRAN– LOS MAESTROS

Los maestros no miran necesariamente lo que los investigadores o los formadores suponen ni, por tanto, reciben siempre la realimentación de la experiencia que se podría pensar (Margolinas, Coulange y Bessot, 2005). En esta experiencia de formación nos preguntamos ¿dónde ponen los docentes la mirada? ¿Qué les interesa analizar respecto a sus clases? ¿Qué tanta cercanía hay entre los asuntos que los ocupan y los que a nosotros nos interesa que aprendan a observar? ¿Hay factores que influyen en lo que observan? A continuación, abordamos estas cuestiones a partir del análisis de los planes y registros de clase.

3.1. MIRAR LA RELACIÓN DE LOS ALUMNOS CON EL CONOCIMIENTO: UNA NECESIDAD QUE SE CONSTRUYE

En ocasiones, los registros de clase fueron muy generales. Eran descripciones un tanto idealizadas del desempeño del maestro y prestaban escasa atención a cuestiones relacionadas con el contenido por enseñar, como en el siguiente ejemplo:

El maestro observó con detalle las actividades que hacían los equipos interactuando y resolviendo las dudas que cada uno de ellos tenía sobre la

⁴ De entre dos y cuatro horas de las 12 disponibles.

actividad [...] En el momento del cierre, el maestro explicó que los resultados obtenidos por cada uno de los equipos fue el correcto respecto a cada caso planteado. Finalmente, resaltó que el cálculo de fracciones es muy útil para el conocimiento cognitivo matemático y para resolver problemas de la vida cotidiana [...] los conocimientos y el interés en la asignatura de matemáticas fueron aceptables.

En otros registros hay manifestaciones incipientes de la producción de los alumnos. En el siguiente ejemplo de 2º grado, no obstante que los maestros informaron haber identificado “diversidad de formas para aplicar recursos de solución a los problemas”, decidieron dar cuenta con cierto detalle de la cantidad de respuestas correctas. Informaron números, pero éstos no se interpretaron:

En la parte de los problemas, al analizar los resultados, el equipo que muestra el más alto número de respuestas es el equipo 3, con seis respuestas correctas y el que menos obtuvo fue el equipo 4, que contestó cinco de ocho problemas, de los cuales sólo tres fueron correctos. El problema que más se entendió y el cual todos los equipos hicieron bien fue el número 3 [...]

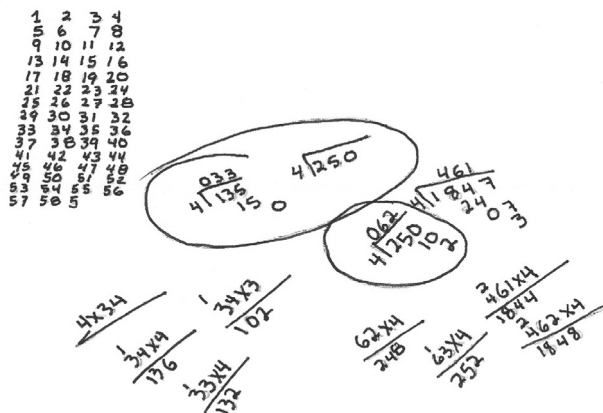
Desde los primeros comentarios que los asesores hicieron a los maestros, se les invitó a enriquecer los registros y prestar atención principalmente a las producciones de los alumnos. En algunos casos, los registros de los maestros se hicieron, en efecto, cada vez más detallados, incluso con apoyo de fotografías o copias de las hojas de trabajo de los alumnos, como se ve en el siguiente ejemplo del tercer registro de una pareja. Los maestros aplicaron, en un grupo de secundaria, un problema similar a otro que ellos resolvieron en el taller:

Un grupo de niños y niñas fue ordenado de la siguiente forma:

- | | | | | |
|-------|----|----|---|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | ¿En qué renglón está el 16? ¿En qué columna? |
| 5 | 6 | 7 | 8 | ¿En qué renglón y en qué columna irá el 25? |
| 9 | 10 | 11 | | ¿En qué renglón y en qué columna irá el 135, el 250, |
| 12 | | | | el 1847? |
| 13 | 14 | 15 | | ¿Cómo se obtiene el renglón y la columna? |
| 16 | | | | ¿Cuál es el papel del cociente y el residuo de este |
| 17 | 18 | 19 | | problema? |
| 20 | | | | ¿Cuál sería la expresión algebraica que permite obtener el |
| 21... | | | | renglón o columna donde está un niño(a)? |

En el equipo de Montserrat y Noemí sí lograron obtener la posición de los números 135, 250 y 1847, como se observa a continuación, y de alguna manera expresa el sentido que da el cociente y el residuo en las divisiones que realizan.

María de los Angeles Alva O.
 Perla Lucero de la Torre C.
 Monserrat del Carmen Cortés H.
 Johayra Noemi Martínez H.



Los maestros hicieron una descripción amplia de los procedimientos y apreciaron en ellos, por ejemplo, la aparición de la división en un problema en el que el cociente y el residuo tenían sentido. La valoración de la diversidad de procedimientos fue bastante frecuente. En ocasiones, se manifestó mediante una diferenciación tajante entre procedimientos formales y los que implican “uso de material”:

La clase fue provechosa porque nos permitió darnos cuenta de que los procedimientos que realizan en cada grupo son variados, ya que hay alumnos que realizan la resolución de problemas con los procesos formales (igualar cantidades) hasta llegar a alumnos que requieren el material para realizar el proceso de manera física mediante procesos informales.

Otra expresión de la atención puesta en la diversidad de procedimientos fue la realización de clasificaciones, con un intento de jerarquizar las resoluciones

de menos a más avanzadas, por ejemplo, en una situación de reparto de chocolates (que comentaremos en el punto 3.2.2), el maestro clasificó las resoluciones de la siguiente manera:

- I. Procedimientos que no son ni equitativos ni exhaustivos
- II. Procedimientos para repartir en partes iguales pero con sobrante
- III. Procedimientos equitativos y exhaustivos

Aunque estas clasificaciones no llegaron a ser utilizadas como un medio de encontrar mejores formas de continuar la clase, con lo cual su razón de ser quedó hasta cierto punto ambigua, pueden haber desempeñado un papel en la valoración de la diversidad de procedimientos que desarrollan los alumnos. Cabe destacar que el mayor cuidado en los detalles no significó inmediatamente una mayor comprensión de los procedimientos de los alumnos. La descripción de las producciones de los estudiantes no siempre las convierte inmediatamente en objeto de análisis o comentarios. La función de la realimentación individual por parte de los asesores y de la discusión colectiva en las sesiones presenciales fue ayudar a enriquecer las interpretaciones de los maestros.

La posibilidad de hacer observables y describir asuntos que tienen que ver con la problemática del contenido parece depender de varios factores: 1) los casos en los que se puede ver una clara evolución de los registros sugieren ciertos aprendizajes logrados a partir del taller; 2) cierta heterogeneidad en los registros producidos por los propios maestros nos llevó a considerar también que unos temas más que otros, posiblemente los que mejor conocen, permiten un análisis más fecundo, y 3) finalmente, también pareció influir el hecho de que los maestros hubieran llevado a cabo la situación en vivo como aprendices y que ésta les resultara interesante y les permitiera enfrentar dificultades parecidas a las que después enfrentarían sus alumnos.

3.2. UNA CUESTIÓN MÁS DIFÍCIL: LA INTERPRETACIÓN DE PROCEDIMIENTOS Y ERRORES

Una dificultad que se puso de manifiesto en los informes de clases, mayor que la de identificar los procedimientos de resolución y los errores de los alumnos, fue la de explicarlos. En la búsqueda de las causas, la complejidad de la propia situación o la del procedimiento que se esperaba fueron difíciles de mirar.

3.2.1. *Difícil ver que la dificultad esté en la propia lección*

En primer grado se planteó una tarea tomada de una lección del libro de texto (SEP, 2009, p. 133). El problema planteado en el informe de los maestros fue el siguiente:

La maestra de Carmen va a regalar dulces el día del niño: en cada bolsa quiere meter dos bastones, tres caramelos y tres paletas.

a) ¿Para cuántas bolsas le alcanzan los bastones?

b) ¿Y los caramelos?

c) ¿Y las paletas?

d) ¿De cuáles dulces sobraron?

e) ¿Cuántas bolsas van a tener los tres tipos de dulces?

Los maestros informaron lo siguiente:

En el cuaderno de trabajo de los alumnos están dibujados 18 bastones, 15 caramelos y 25 paletas. A continuación mostramos una parte de lo que ocurre en la clase, en el momento en que trabajan con el material que la maestra les proporciona.

De inmediato en cada uno de los equipos se reparten las cantidades [de dulces] pero cada quien se ponía a llenar bolsas.

Un alumno mete en la bolsa caramelos, en otra bolsa, los bastones, en otra bolsa, paletas y, al último, revisa que estén diez (porque se le dieron a cada equipo diez bolsas).

Otro equipo hace exactamente lo mismo, pero éste sí se percató de esa última pregunta, se dieron cuenta de que cada bolsa debería llevar de los tres dulces y empiezan a repartir; al terminar los caramelos siguen repartiendo los otros (los paletas los bastones), pero no contestaban la última pregunta todos los equipos.

Los planteamientos de las primeras tres preguntas orientan a los alumnos a buscar la cantidad de bolsas para cada tipo de dulces, dejando de lado la idea de incluir en ellas los tres tipos de dulces. Considerando que, además, el tipo de reparto solicitado en la lección es poco usual (y no sencillo de hacer), es bastante explicable que los alumnos interpretaran el problema como el reparto que ellos conocen. Así, es muy probable que el origen del error haya estado, en buena parte, en ciertas características de la tarea y en la manera en que fue planteada, aspectos que no fueron cuestionados en el informe.

3.2.2. Los aspectos conceptuales más complejos no se hacen visibles

Si bien antes mostramos que los maestros suelen valorar la heterogeneidad de los procedimientos de sus alumnos, también encontramos que varios maestros identifican y se sorprenden ante las distancias entre los procedimientos que ellos esperan y los que ponen en juego los alumnos. Un reto que permanece es considerar como posible causa del error la dificultad conceptual en juego. Veamos algunos ejemplos.

En el segundo plan de clase entregado, un maestro planteó un problema de reparto en un grupo de cuarto grado, de la siguiente manera:

Hoja de trabajo

Instrucciones: *Observen los repartos que realizaron y contesten las preguntas*

¿Cuándo se obtiene una parte mayor de chocolate para cada niño, cuando se reparten 4 chocolates entre 6 niños o cuando se reparten 2 chocolates entre 3 niños?

R:

¿Cuándo se obtiene una parte menor de chocolate para cada niño, cuando se reparten 4 chocolates entre 6 niños o cuando se reparten 2 chocolates entre 3 niños?

R:

¿Entonces qué es más $2/3$ o $4/6$?

R:

La tercera pregunta deja ver el supuesto de que los alumnos van a encontrar, al resolver las preguntas anteriores, las fracciones en cuestión expresadas de manera canónica: $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$. La asesora, al comentar el plan de clase, advirtió a los maestros que era poco probable que los alumnos resolvieran de esa manera el problema y mostró otras soluciones posibles, menos sistemáticas. No obstante, fue la puesta en práctica de la actividad la que contradujo el supuesto del maestro; los retos fueron grandes y anteriores al uso de esas fracciones, por ejemplo, lograr hacer un reparto equitativo y exhaustivo entre 3 o entre 6. Solamente dos parejas de 12 hicieron la cuantificación esperada y ninguno vio la equivalencia. El maestro que hizo el registro tomó nota de este hecho, aunque él consideró que fue por falta de tiempo en el desarrollo de la clase y por problemas de redacción de las preguntas.

No se logró el objetivo, ya que por falta de tiempo no fue posible inducir a los alumnos a los razonamientos necesarios para llegar a la conclusión de que las fracciones resultantes del reparto al representar la misma cantidad son llamadas equivalentes.

[...] al parecer las preguntas estuvieron redactadas de forma inadecuada, ya que los niños se confundieron al dar respuesta a las dos primeras preguntas, consideraban que en el reparto donde eran menos niños, éstos recibían una parte mayor, sin tomar en cuenta que también eran menos barras...

En otras ocasiones los maestros también expresaron cierta sorpresa cuando los alumnos no utilizaban las técnicas que ellos esperaban, por ejemplo, ante un problema de división, como en el caso de la filas de 4 en 4, descrito anteriormente (apartado 3.1), muchos niños usaron sumas o multiplicaciones. Los procedimientos que surgen en estos casos, menos complejos y a veces erróneos, a menudo no habían sido anticipados en el plan de clase.

Un maestro de segundo de secundaria diseñó el siguiente problema para la clase de fracciones:

Se tienen tres mezclas con pintura negra y blanca:

Mezcla 1: se mezclan $2\frac{1}{2}$ litros de pintura negra y 10 litros de pintura blanca.

Mezcla 2: se mezclan $1\frac{1}{5}$ litros de pintura negra y 6 litros de pintura blanca.

Mezcla 3: se mezclan $1 \frac{1}{2}$ litros de pintura negra y $4 \frac{1}{2}$ litros de pintura blanca.

En los recuadros de abajo escribe la razón que corresponde para cada mezcla de la forma n/b. En donde "n" significa litros de pintura negra y "b" significa litros de pintura blanca.

[...] Enseguida contesta las siguientes preguntas:

¿Cuál de las tres mezclas es más oscura?

¿Cómo lo sabes?

¿Cuál es la mezcla más clara?

Escribe una mezcla equivalente a la mezcla "1".

(Siguen dos preguntas más, de valor faltante)

En el registro –muy detallado–, el maestro dio cuenta de lo complejo que resultó el problema para los alumnos, aunque las dificultades se asociaron principalmente al uso de las operaciones:

Algunos equipos mostraban cierta ansiedad al no comprender bien y observábamos que presentaban mucha dificultad con las operaciones de fracciones [...] Algunas tablas que hicieron los equipos fueron las siguientes:

Hoja de Adriana

mezcla 1		mezcla 2		mezcla 3	
Negra	Blanca	Negra	Blanca	Negra	Blanca
$2 \frac{1}{2}$	10	$1 \frac{1}{5}$	6	$1 \frac{1}{2}$	$4 \frac{1}{2}$
5	20	3	12	3	9
$7 \frac{1}{2}$ *	30	4.45	18	$4 \frac{1}{2}$	$13 \frac{1}{2}$
				5	18

* Posiblemente el profesor anotó $7/2$ en lugar de $7 \frac{1}{2}$ al copiar el procedimiento.

Pudimos detectar que al elaborar las conversiones de proporcionalidad en los cuadros, algunos equipos tuvieron errores, como en el caso de la mezcla 2; al multiplicar por dos $1 \frac{1}{5}$ obtuvieron 3 erróneamente. Con la rapidez, tuvieron muchos problemas inclusive para transcribir los datos como [en] el primer cuadro, en lugar de poner 2 litros y medio de pintura negra pusieron 1 y medio,⁵ igualmente, en la mezcla tres, sumaron erróneamente.

Esta actividad resultó difícil de resolver para la mayoría de los alumnos: ellos tuvieron muchos problemas con las conversiones y las operaciones de fracciones y términos como equivalencia⁶

El maestro se dio perfecta cuenta de que la clase fue difícil para la mayoría de los alumnos y atribuyó esta dificultad a las conversiones, las operaciones con fracciones y la novedad del término equivalencia. Sin embargo, nos parece que esa causa, siendo cierta, no fue la principal. Y es que, en problemas como el anterior, no es fácil identificar qué características del problema lo hacen complejo: el contexto de mezclas, el uso de medidas fraccionarias, las magnitudes distintas, las relaciones internas⁷ complejas que están en juego. En varios casos encontramos que las dificultades para resolver un problema se atribuyeron, más que a cuestiones inherentes al problema, a aspectos externos a las características de dicho problema, por ejemplo: el desinterés de los alumnos en una tarea se atribuyó a que ésta fue colectiva, sin cuestionar si era pertinente para ese grupo de alumnos; que hubiera estudiantes que no trabajaron en una actividad en equipo se atribuyó a una mala conducción del maestro sin preguntarse si la actividad en equipo demandaba trabajo de todos los miembros; abordar un problema de reparto proporcional como uno de reparto en partes iguales se explicó por el desconocimiento, por parte de los alumnos, del término “reparto justo”, sin reparar en que el problema implicaba un tipo de reparto distinto del usual.

⁵ Este error no aparece en la tabla que los maestros envían en el informe.

⁶ El maestro también identificó algunas otras dificultades a las que dio menos peso, como la de dividir la cantidad de pintura blanca entre la de pintura negra y no saber cómo interpretar el cociente, o el que “no lograban ubicarse bien con la pregunta de las mezclas usando fracciones”.

⁷ Relaciones internas son las que se establecen entre dos cantidades de un mismo conjunto (o magnitud), por ejemplo, en la mezcla 1, entre 2.5 litros de pintura negra y 5 litros de la misma pintura. En este caso la relación interna es “el doble” o “la mitad”. En muchos casos, estas relaciones son más accesibles que las externas, esto es, que las que se establecen entre cantidades que se corresponden de conjuntos distintos (Block, 2006).

3.2.3. Lo que se logra explicar está en función, en buena medida, de lo que se logra prever

La dificultad para identificar las causas de los errores de los alumnos ante una situación se manifestó en varias ocasiones desde el análisis previo de dicha situación. Veamos un ejemplo.

En la planeación de la clase que describimos anteriormente en la que se abordó un problema de mezclas de pintura blanca y negra, el maestro anticipó los siguientes posibles procedimientos y dificultades, así como las intervenciones en que haría frente a estas últimas:

- Posiblemente algunos equipos comparen las cantidades calculando el cociente entre ellas, es decir, dividiendo los litros de pintura negra entre los de pintura blanca en las tres mezclas.
- También es probable que para cada relación encuentren dos razones diferentes, se debe explicar el significado de cada una, por ejemplo, para la mezcla 1, $\frac{25}{10}$ o $\frac{10}{25}$; la primera representa la cantidad de pintura negra por cada litro de pintura blanca y la segunda la cantidad de pintura blanca por cada litro de pintura negra.
- Otra forma que pueden usar es calcular el tanto por ciento que representan las pinturas negras respecto a las blancas (25%, 20% y 33.3%).
- Algunos pueden encontrar la relación por medio de una regla de tres simple. Por cada litro de pintura negra, ¿cuántos de pintura blanca le corresponden?
- Posiblemente algunos equipos encuentren los litros de pintura blanca necesarios por cada litro de pintura negra mediante una tabla de equivalencias.

Mezcla 1		Mezcla 2		Mezcla 3	
Pintura negra (lt)	Pintura blanca (lt)	Pintura negra (lt)	Pintura blanca (lt)	Pintura negra (lt)	Pintura blanca (lt)
1	4	1	5	1	3
2.5	10	1.2	6	1.5	4.5
5	20	12	60	3	9

Un error que pueden cometer los alumnos es el de restar en cada mezcla litros de pintura blanca menos litros de negra con los datos originales. Para este caso es importante hacer notar que no se está tomando la misma cantidad de litros de pintura negra en los tres casos, de manera que no es posible compararlos así.

Dificultades: posiblemente al alumno no encuentre la manera correcta de saber cuál de las mezclas tiene más pintura negra, de esta manera se los puede orientar para que usen una tabla de equivalencias para cada mezcla y encuentren en dónde coinciden los litros de pintura negra para las tres tablas [...] (en el cierre de la sesión el maestro deberá comentar que si restan los litros de pintura negra con la blanca los resultados no serán correctos porque no se trata de una razón aritmética sino geométrica y ésta es por medio de un cociente).

El plan de clase muestra que el maestro anticipó procedimientos complejos: el cociente entre dos magnitudes distintas, el cálculo del porcentaje que representa una magnitud respecto a la otra, uso de la regla de tres. También contempló un procedimiento más accesible, el recurso a las relaciones internas para calcular el valor unitario, es decir, para calcular en cada mezcla la pintura blanca necesaria para 1 litro de pintura negra y así poder comparar. Cabe observar que los datos no facilitan este procedimiento, pues en los tres casos se necesita dividir entre decimales. Finalmente, si bien el maestro sabía que podía surgir un procedimiento aditivo erróneo, consideró que este error podría hacerse notar fácilmente, indicando que “no se trata de una razón aritmética sino geométrica”.⁸

Como se vio, el problema resultó muy complejo para los alumnos. Los procedimientos anticipados en la planeación resultaron estar muy por encima de las posibilidades reales del grupo. Esta sobreestimación de lo que serían capaces de realizar los alumnos podría explicar la dificultad que tuvo el maestro después, cuando quiso identificar las características de la situación que pudieron ser causa de los errores (los cuales atribuyó a errores de cálculo, a la prisa, entre otros factores).

Este ejemplo permite destacar el importante papel que puede desempeñar el análisis previo de una situación, desde la planeación, para hacer posible no

⁸ En efecto, la situación elegida no ofrece una manera de que los alumnos se den cuenta por sí mismos del error aditivo. Ésta es una desventaja del contexto “mezclas”.

sólo la identificación de los errores, sino también sus posibles causas, así como las posibilidades reales de superarlos en el curso de la situación. Dicho análisis previo requeriría –ahora lo vemos con más claridad– la organización de una realimentación de lo planeado por cada maestro, no sólo individual, como se hizo, sino también colectiva, por parte de los asesores del taller.

Por otro lado, unas situaciones pueden ser más fecundas que otras desde el punto de vista de lo que su análisis previo puede aportar para la formación de los maestros. Por ello, probablemente sea conveniente que, al menos en algunos casos, la planeación comience con la elección de una situación por parte de los asesores y la organización de una discusión colectiva sobre los posibles efectos de las características de dicha situación en los procedimientos y errores de los estudiantes.

3.2.4. Un logro mayor: se identifican efectos de características diversas de la situación didáctica

Anteriormente mencionamos que en los problemas diseñados por los maestros en los planes de clase, fueron difíciles de identificar las características que los volvían complejos o que hacían emerger procedimientos distintos de los que se habían previsto o que hacían aparecer errores. Mostraremos ahora algunos ejemplos en los que los maestros sí reconocieron efectos de las características de la situación en las resoluciones de los estudiantes.

Dos maestros anticiparon desde el plan de clase que los alumnos podían considerar en sus resoluciones aspectos del contexto que no fueron tenidos en cuenta en el diseño de la situación didáctica. Veamos un ejemplo. Se trata de una situación de proporcionalidad en la que “bandas de ratones” toman bolsas de semillas y, para saber si hay equidad entre las bandas, se deben comparar las relaciones entre las cantidades de semillas y las cantidades de ratones de las diferentes bandas.⁹ Los maestros dijeron:

Se puede presentar el dilema de la justicia y la equidad en función de las características de las familias y de los ratones, por ejemplo: familias más o menos trabajadoras, o ratones más gordos o flacos, merecen cantidades distintas de semillas.

⁹ Esta situación es una adaptación de actividad tomada de Comin (2002). Fue realizada en el taller.

Llama la atención esta observación, pues proviene de un equipo de maestros que solía hacer planes de clase e informes bastante austeros. En efecto, el peso del contexto en las respuestas de los alumnos no fue previsto por parte de los asesores.

En otros informes de clase, los maestros dieron cuenta de cuestiones que no se habían previsto al diseñar la clase, por ejemplo: señalaron que un alumno insistió en una respuesta errónea aun después de verificar con material; que el uso de tablas, pensado para comprobar, no fue claro para los alumnos; que el uso de la calculadora implicó obtener cocientes decimales difíciles de interpretar, o bien, que a los niños de un equipo “les pareció demasiado sencillo (el problema y) no les pareció un reto”, pues hicieron comentarios como “el material, nuestro cerebro no lo ocupó”.

Una de las funciones de las realimentaciones de los asesores fue analizar varios ejemplos similares para lograr destacar, generalizar y nombrar los fenómenos que los maestros ya empezaban a mirar, como el papel de las variables didácticas –el contexto del problema, los datos numéricos– del material, de los recursos de verificación o de la calculadora en la actividad de los alumnos. Esto puede ayudar también a que los maestros que dan por sentadas estas cuestiones empiecen a considerarlas como problemáticas.

3.3. LAS CUESTIONES AJENAS AL CONTENIDO MATEMÁTICO

Con frecuencia, sobre todo al principio, ocurrió que a los maestros les interesaron, además de cuestiones que tienen que ver con el contenido, otras como la disciplina, las cuestiones afectivas, el género, la organización del grupo, las resistencias de algunos alumnos para trabajar en equipo, la necesidad e intención de los maestros de considerar las intervenciones de todos los alumnos, o la tolerancia y reconocimiento de los errores al resolver un problema. Estas cuestiones muestran la complejidad de los fenómenos que ocurren en la clase y que, en algunos casos, se privilegian sobre otras vinculadas al contenido.

La petición de centrar la mirada en los aspectos vinculados con el contenido puede implicar hacer un recorte de la complejidad de la clase, al dejar de lado aspectos que también son importantes para los maestros. El reto entonces, desde la formación, está en pensar maneras de destacar que los análisis de la situación en sí misma, de los procedimientos que propicia, de las formas

de validación¹⁰ de los resultados, también pueden ayudar a explicar algunas cuestiones que preocupan a los docentes y que las identifican como ajenas a lo didáctico, como la falta de interés por parte de los alumnos o el desorden en la clase.¹¹

4. A MODO DE CONCLUSIÓN: REFLEXIONES SOBRE LA ESTRATEGIA

Esta experiencia nos ha ayudado a comprender que, en efecto, la observación y el análisis de las prácticas de enseñanza pueden ser recursos valiosos para la formación docente, como lo señalan Margolinas, Coulange y Bessot (2005), pero también que es necesario que se den ciertas condiciones de las que probablemente todavía sabemos poco. Cerraremos el presente artículo con una reflexión crítica sobre las estrategias que pusimos en juego, con la intención de aportar al conocimiento de dichas condiciones.

4.1. EL ANÁLISIS DE LOS PROPIOS REGISTROS: DEL PLANO PRIVADO A LA DISCUSIÓN COLECTIVA

En las discusiones colectivas sobre los planes y registros de clase, identificamos el doble filo de estas herramientas: por un lado, abren la posibilidad de mirar con cierta profundidad la propia práctica, pero por otro, se arriesga la legitimidad de los maestros al pasar la práctica al plano de lo público. Si bien en reiteradas ocasiones los maestros manifestaron explícitamente haber aprendido de los análisis colectivos de los planes y registros de clase, también fue notorio, desde la misma elaboración de los textos, lo difícil que resultó exponer ante sus compañeros –a veces colegas, a veces jefes, a veces subordinados– algo que se considera parte del territorio privado.

La dificultad para exponer la propia práctica se expresa también en informes que hablan poco de los errores y dificultades de los alumnos, probablemente

¹⁰ Nos referimos a las formas que se ofrecen a los alumnos para que averigüen si sus resultados y procedimientos son correctos o no.

¹¹ Cabe señalar que el interés de los maestros por informar cuestiones tan diversificadas puede estar relacionado también con las numerosas demandas de los distintos proyectos de formación que les exigen atender asuntos tan diversos como la equidad de género, la convivencia, la actitud hacia las matemáticas, el amor hacia los alumnos, la didáctica de cada uno de los contenidos de las distintas materias, la heterogeneidad de los estudiantes, etcétera.

porque esos errores no se hicieron muy visibles en la propia clase, o incluso por la elección de situaciones sencillas para evitarlos. Si bien esto fue objeto de discusión en el segundo taller presencial, a partir del cual los registros de algunos maestros informaron más dificultades en el desarrollo de la clase, parece estar muy presente la idea de que una decisión didáctica se sostiene solamente si no surgen escollos durante ella. Es decir, la posibilidad de hacer análisis fecundos implica que se reconozcan y documenten las dificultades, pero esto a su vez implica aceptar estas dificultades y comprender que lo que pone de manifiesto, más que deficiencias personales, son problemáticas didácticas compartidas.

Parece entonces importante cuidar qué se analiza y en qué momento; empezar, por ejemplo, con los conocimientos que los niños manifiestan en sus resoluciones, la posible evolución de sus procedimientos y sólo después de un tiempo razonable, analizar la gestión del maestro.

4.2. LA PLANEACIÓN Y LA ELABORACIÓN DE REGISTROS REQUIEREN UNA MIRADA INFORMADA

La tarea de hacer planes y registros de clase tenía el propósito de ayudar a los maestros a mirar cada vez con más profundidad lo que ocurre en las clases. Esto se logró en parte con la realimentación de los asesores y los análisis colectivos. No obstante, la misma elaboración de planes y registros requiere ya una manera de mirar que los asesores delegamos en los maestros. Veamos tres ejemplos: *a)* la clase no siempre se diseñó pensando detalladamente en la actividad de los alumnos, es decir, la selección del problema que se planteó a los alumnos no siempre implicó una anticipación cuidadosa de los posibles procedimientos, errores, etc.; *b)* en algunos registros hubo una buena documentación de procedimientos, pero éstos no fueron interpretados (¡y no era fácil hacerlo!), y *c)* las situaciones que se elegían no siempre permitían observar con claridad lo que nos interesaba, por ejemplo, a menudo dichas situaciones ofrecieron escasos recursos de verificación de los resultados y procedimientos, cuestión que por lo tanto fue escasamente observada en los registros. Esto parece ser una consecuencia de no haber problematizado bastante la noción de validación en las sesiones presenciales.

En resumen, la propia elaboración de planes y registros, antes de nuestra realimentación y del análisis colectivo, requiere aprendizajes que no se pueden delegar completamente en los maestros. Podría ser entonces útil hacer un

ejercicio de análisis previo durante la sesión presencial para ayudar a que los maestros planeen y observen la clase ya pensando en algunos asuntos específicos que les interese probar o analizar.

4.3. LA REALIMENTACIÓN DE LOS ASESORES

Si bien podemos decir poco acerca de la manera en que los maestros recibían los comentarios de los asesores,¹² consideramos que el énfasis en los contenidos y en su didáctica sí representa una opción pertinente. No es fácil mirar la relación entre las características de una situación y la actividad de los alumnos, que se expresa a través de los distintos procedimientos para resolver cierto tipo de problemas, como las posibles trayectorias de evolución de dichos procedimientos, los efectos de las variables didácticas sobre las maneras de resolver y sobre los errores, las formas de validación, y ayuda incluso a explicar, al menos parcialmente, cuestiones que a los maestros les interesan y que consideran ajenas a la situación didáctica, tales como el desorden en clase, la intención de incluir a todos los alumnos, la posibilidad de trabajar en equipo, la manera de asumir los errores, entre otros.

No obstante, consideramos que la variedad de aspectos de las planeaciones y registros de los maestros sobre los que se enfocaron los comentarios de los asesores fue excesiva: se demandaba atender con detalle cuestiones tan distintas como la consigna o las formas de validación, a la par de una anticipación cuidadosa de la actividad que realizarían los alumnos y las intervenciones del docente en función de dicha actividad. Definitivamente, la exigencia era muy difícil de atender. Sin duda, una manera de salvar esta dificultad tiene que ver con una recomendación, hecha con anterioridad, de elegir, desde la elaboración del plan de clase pero también en la del registro y los comentarios, algunas cuestiones muy específicas –aunque otras tengan que ser ignoradas por el momento– para poder analizarlas con detenimiento. Asimismo, puede ser conveniente, sobre todo al principio, acercar lo más posible los aspectos tratados a aquello que los maestros ya han empezado a observar.

¹² Hace falta diseñar un mecanismo que permita a los asesores identificar más cuidadosamente en qué casos dichos comentarios significaron aportes importantes para los maestros, o bien fueron demasiado lejanos de lo que ellos estaban mirando.

4.4. UN CURSO AMPLIO, CENTRADO EN LA DIDÁCTICA DEL CONTENIDO Y VINCULADO A LA PRÁCTICA: BUENAS CONDICIONES PARA LA ACTUALIZACIÓN

La política oficial reciente¹³ para la actualización de maestros ha propiciado una proliferación de cursos breves sobre una gran diversidad de temas cuya pertinencia muchas veces no es lo bastante clara. En este contexto, consideramos importante destacar que, para el desarrollo del curso que aquí hemos comentado, se contó con condiciones excepcionalmente buenas, tales como una duración suficiente, de casi un año escolar, lo cual se facilitó por la posibilidad de combinar sesiones presenciales con trabajo a distancia; un grupo estable de maestros, varios de ellos dedicados a la formación, y una temática vinculada directamente con la enseñanza escolar: la didáctica de una disciplina específica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artigue, M., R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (eds.) (1995), *Ingeniería didáctica en educación matemática*, Bogotá, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ball, D.L. y H. Bass (2000), "Interweaving Content and Pedagogy in Teaching and Learning to Teach: Knowing and Using Mathematics", en J. Boaler (ed.), *Multiple Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematics*, Westport, CT, Ablex, pp. 83-104.
- Block, D. (2006), "Se cambian fichas por estampas. Un estudio didáctico sobre la noción de razón 'múltiplo' y su vinculación con la multiplicación de números naturales", *Educación Matemática*, vol. 18, núm. 2, pp. 5-36.
- Block, D., A. Moscoso, M. Ramírez y D. Solares (2007), "La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación primaria", *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, vol. XII, núm. 33, pp. 263-294.
- Brousseau, G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Comin, E. (2002), "L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 22, núm. 2-3, pp. 135-182.
- Godino, J., C. Batanero y P. Flores (1998), "El análisis didáctico del contenido matemático como recurso en la formación de profesores de matemáticas",

¹³Nos referimos sobre todo a la implementada en México entre 2006 y 2012.

Proceedings of the 22nd International Conference for the Psychology of Mathematics Education.

- Hersant, M. y M. J. Perrin-Glorian (2005), "Characterization of an Ordinary Teaching Practice with the Help of the Theory of Didactic Situations", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 59, núm. 1-3, pp. 113-151.
- Houdement, C. y A. Kuzniak (1996), "Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques", *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 16, núm. 3, p. 301.
- Lerner, D. (2001), *Leer y escribir en la escuela: lo real, lo posible y lo necesario*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Margolinas, C. y M. J. Perrin-Glorian (1997), "Des recherches visant à modéliser le rôle de l'enseignant", *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 17, núm. 3, pp. 7-15.
- Margolinas, C., L. Coulange y A. Bessot (2005), "What Can the Teacher Learn in the Classroom?", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 59, núm. 1-3, pp. 205-234.
- Perrin-Glorian, M. J., L. Deblois y A. Robert (2008), "Individual Practising Mathematics Teachers. Studies on Their Professional Growth", en K. Krainer y T. Wood, *Participants in Mathematics Teacher Education*, Sense, pp. 35-59.
- Secretaría de Educación Pública (2009), *Matemáticas 1. Cuaderno de Trabajo para el alumno. Primer grado*, México, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, SEP.
- Schulman, L. (1986), "Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching", *Educational Researcher*, vol. 15, núm. 2, pp. 4-14.

DATOS DE LOS AUTORES

David Block

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN
dblock@cinvestav.mx

Patricia Martínez

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN
mfalcon@unam.mx

Tatiana Mendoza

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN
tataniux47@hotmail.com

Margarita Ramírez

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN
mramirezba@yahoo.com.mx

Anexo 1 Secuencia de las actividades entre sesiones presenciales

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6	Semana 7	Semana 8
Sesión presencial 1	Maestros hacen y envían planeación a asesores	Asesores revisan y devuelven comentarios	Maestros hacen ajustes a la planeación	Maestros realizan actividad, hacen el informe y lo envían	Asesores revisan informes y preparan sesión 2	Sesión presencial 2	Se reinicia el proceso

Anexo 2 Temas de las sesiones de análisis de los planes e informes de clase

Sesión	Tema	Descripción
2	El uso del material concreto	Se analizaron dos ejemplos en los que el material se usa de distinta manera, en un caso es para verificar, en el otro, para resolver. Se destacó la manera en que la primera modalidad da lugar a un trabajo más interesante por parte de los alumnos.
	La consigna.	Se mostraron ejemplos de consigna que, involuntariamente, al mismo tiempo que se da la instrucción de la tarea, se dice cómo resolverla.
	¿Que nadie se equivoque?	En los informes de clase que los maestros entregaron en esta primera ocasión, las resoluciones de los alumnos no contenían errores. Se mostraron algunos ejemplos y se invitó a los maestros a analizar las causas.
3	Conocimientos de los niños sobre las fracciones	Se invitó a los maestros a reconstruir los procedimientos que pudieron haber realizado algunos alumnos a partir de las representaciones que dejaron en su hoja; se analizó el efecto de algunas variables y se analizaron errores de los alumnos.
	Las intervenciones del maestro durante la resolución de un problema	Se destacó y valoró un conjunto de intervenciones de uno de los maestros participantes, interesante desde varios puntos de vista: sugerir un procedimiento específico, devolución de una pregunta con un contraejemplo, quitar dificultad a un problema, proponer analogías.
	Características de una situación interesante que resultó difícil.	Se compararon dos problemas destacando características que hicieron que uno fuera más complejo que el otro: los contextos (mezclas y escala); el tipo de números (enteros y fraccionarios); el tipo de razones (enteras, fraccionarias), entre otros.
4	Evolución de procedimientos	Se compararon procedimientos para resolver un problema poco común de división, destacando los recursos que los alumnos ponen en juego.
	Dificultades de los procedimientos o dificultades en los problemas	Se analizaron dificultades que tuvieron alumnos para resolver un problema cuya consigna resultó ambigua.