

# Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas

Reseñado por María Consuelo Cañadas Santiago

## OBJETIVO GENERAL

Esta investigación tiene como objetivo general describir y caracterizar el razonamiento inductivo empleado por estudiantes de 3º y 4º de educación secundaria obligatoria, al resolver problemas que pueden modelarse mediante una progresión aritmética de números naturales cuyo orden sea 1 o 2.

## MARCO TEÓRICO Y PRINCIPALES ANTECEDENTES

Consideramos que el razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que permite avanzar en el conocimiento mediante la obtención de más información de la que aportan los datos iniciales con los que se inicia el proceso.

El trabajo de Cañadas (2002) es el estudio piloto de la tesis doctoral y constituye una aproximación al razonamiento inductivo de los estudiantes de esos niveles educativos. Este trabajo se centró en la descripción del razonamiento inductivo que ponen de manifiesto 12 estudiantes de educación se-

cundaria y bachillerato. Se llevaron a cabo entrevistas semiestructuradas individuales mientras resolvían dos problemas matemáticos de características diferentes. Siguiendo los trabajos de Pólya (1966), Castro (1995) y Reid (2002), el estudio piloto ayudó al establecimiento de un modelo de razonamiento inductivo compuesto por los siguientes pasos: *a*) trabajo con casos particulares, *b*) organización de casos particulares, *c*) identificación de patrón, *d*) formulación de conjectura, *e*) justificación de conjectura (con base en casos particulares), *f*) generalización y *g*) demostración (Cañadas y Castro, 2007). Este modelo ha sido el que se ha utilizado en la tesis doctoral para la descripción del razonamiento inductivo de los estudiantes.

Diversas investigaciones centran su interés en algunos de los pasos considerados en el modelo, principalmente en la identificación de patrones (Castro, 1995; Phillips, 1992), la generalización (Fou-Lai y Kai-Lin, 2004; Mason, 1996; Stacey, 1989), los procesos de validación (tanto formales como informales) (Cañadas, Castro y Gómez, 2006; Healy y Hoyles, 1998, 2000; Küchemann y

Hoyles, 2001a, 2001b; Maher y Martino, 1996; Sowder y Harel, 2003), y la relación que existe entre algunos de los pasos (Haverty, Koedinger, Klahr y Alibali, 2000; Lee y Wheeler, 1987; Radford, 2000).

La mayoría de los trabajos relacionados con el razonamiento inductivo se desarrollan en el contexto de la resolución de problemas, considerando que es una actividad que pone de manifiesto diversos tipos de razonamiento, en particular, el razonamiento inductivo. Siguiendo esta idea, tenemos en cuenta la resolución de problemas como contexto general de la investigación.

Los resultados del estudio piloto nos hicieron ver la necesidad de considerar un contenido matemático específico. Atendiendo a los documentos curriculares de educación secundaria españoles, seleccionamos las progresiones aritméticas de números naturales de órdenes 1 o 2. A partir del análisis de este contenido matemático, basado en la propuesta de organizadores del currículo para educación secundaria de Rico (1997) y en el análisis de contenido de Gómez (2007), obtuvimos criterios justificados para identificar unos tipos de problemas adecuados para nuestro objetivo general de investigación.

En la descripción del trabajo que llevan a cabo los estudiantes en la resolución de los problemas, desempeñan un papel importante las estrategias

de resolución, que se consideran los métodos que conducen a la solución de problemas de cualquier tipo. En nuestra investigación llamamos *estrategias inductivas* a un tipo particular de estrategias que se pueden utilizar en la resolución de problemas donde el razonamiento inductivo es susceptible de ser utilizado como heuristicó. Siguiendo el trabajo de Cañadas y Castro (2006), estas estrategias se determinan teniendo en cuenta los elementos de las progresiones involucradas, los sistemas de representación y las transformaciones que surgen del análisis del contenido matemático. Según este procedimiento, cada estrategia queda expresada como una secuencia de transformaciones entre representaciones.

El marco presentado permitió desglosar el objetivo general de investigación en una serie de objetivos específicos que se refieren a aspectos relativos a los pasos del razonamiento inductivo del modelo, a las estrategias inductivas y a posibles diferencias en estos dos elementos centrales del trabajo en función de los tipos de problemas y en función de los diferentes centros y cursos a los que pertenecen los estudiantes.

## MARCO METODOLÓGICO

Una vez determinados los objetivos específicos, podemos establecer las variables de esta investigación. Los pasos

del modelo de razonamiento inductivo y las estrategias inductivas constituyen las variables dependientes de la investigación. Los valores de la primera son cada uno de los pasos del modelo considerado. Para determinar los valores de la segunda, seguimos el procedimiento descrito en Cañadas y Castro (2006) para identificar todas las posibles estrategias inductivas que se pueden utilizar en la resolución de un problema concreto. El conjunto de todas esas estrategias es el conjunto de valores de esa variable.

A partir del análisis de contenido de las progresiones aritméticas de números naturales, determinamos las variables independientes del problema: orden de la progresión aritmética (1 o 2), sistema de representación en el que se expresan los casos particulares en el enunciado (numérico, gráfico o verbal) y la tarea que se propone (continuación o extrapolación).

La recogida de información se realizó mediante una prueba individual escrita compuesta por seis problemas, junto con las notas que tomó la investigadora durante la realización de la prueba.

La muestra fue intencional y la conformaron 359 estudiantes de 3º y 4º de educación secundaria, que trataron de resolver los problemas de la prueba durante una de sus horas lectivas, en sus aulas habituales y en presencia de la investigadora. Los estudiantes

pertenecen a centros públicos españoles (de Granada, Madrid y Teruel). El 91.9% de ellos tenían entre 14 y 16 años. Considerando los objetivos específicos del trabajo y las características de la muestra, centro y curso constituyen las variables independientes de sujeto.

## ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

El análisis de la información se fundamenta en el análisis de los pasos del razonamiento inductivo que se observan en las producciones de los estudiantes y en las estrategias inductivas utilizadas. Hemos adoptado un paradigma que combina lo cuantitativo y lo cualitativo. Dentro de este esquema, hemos realizado análisis de frecuencias de los pasos de razonamiento inductivo y de las diferentes estrategias inductivas identificadas para cada problema. Además, hemos planteado varios análisis logarítmico-lineales y contrastes de hipótesis basados en la chi-cuadrada para realizar análisis de independencia estadística de los diferentes pasos y para detectar los valores de las variables independientes que se asocian a las diferencias significativas que se detectan.

En relación con los pasos que siguen los estudiantes del modelo de razonamiento inductivo considerado,

los resultados revelan que los estudiantes siguen una tendencia general de actuación en el trabajo con casos particulares, con una ligera alteración en dos de los problemas. En general, en todos los problemas se produce una disminución en el número de alumnos que organizan los casos particulares con respecto a los que han trabajado con éstos. En los pasos sucesivos se observa un aumento en el número de estudiantes que, pasando por la identificación de un patrón, llegan a la formulación de una conjectura. En todos los problemas existe un máximo en número de estudiantes que realizan este paso. En el otro extremo, se encuentran la justificación de las conjecturas y la demostración de la expresión general, que son los pasos empleados por el menor número de estudiantes en cinco de los seis problemas de la prueba. En todos los problemas, excepto en uno, se observa un leve aumento en el número de estudiantes que generalizan sus conjecturas. Finalmente, la demostración no es realizada por ningún estudiante en ninguno de los problemas.

Las diferencias puntuales identificadas en algunos de los problemas se analizan mediante diversos análisis logarítmico-lineales que tienen en cuenta las características específicas de los problemas y se describen en el análisis de las producciones de los estudiantes en cada problema. De los criterios tenidos en cuenta para la selección de los

problemas, el sistema de representación en el que se plantean los casos particulares es el que más diferencias significativas produce en la frecuencia de realización de los pasos del razonamiento inductivo.

Para cada problema, realizamos un análisis que combina lo cualitativo y lo cuantitativo, arroja información complementaria sobre el avance de los estudiantes en el proceso de razonamiento inductivo (como el modo de organizar la información, el tipo de patrón o la manera de expresar la generalización, entre otros) y permite identificar las relaciones de (in)dependencia entre la realización de los pasos que se han considerado en el modelo para cada problema. En este sentido, no han sido constantes las relaciones de dependencia o independencia entre los diferentes pasos para todos los problemas. En la mayoría de los problemas, se observa que la organización de los casos particulares depende del trabajo con ellos y que el patrón depende de estos dos pasos del razonamiento inductivo. Sin embargo, en el resto de los pasos, la generalización es el único paso que depende de la identificación de un patrón.

El análisis de frecuencias de las estrategias inductivas permite concluir la preferencia de los estudiantes por el trabajo con los casos particulares (no llegan a la generalización) y la tendencia a expresar éstos en el sistema de

representación numérico. Las estrategias inductivas que utilizan con mayor frecuencia los estudiantes revelan que éstos utilizan ocasionalmente el sistema de representación gráfico cuando éste está presente en el enunciado y recurren al sistema de representación verbal al final de sus respuestas en el intento de justificarlas.

Considerando las variables de sujeto, el mayor número de diferencias significativas, tanto para los pasos del razonamiento inductivo como para las estrategias, se han identificado por centro, mientras que han sido puntuales por curso.

## CONCLUSIONES

Consideramos que el principal aporte teórico de este trabajo es la elaboración de un modelo de razonamiento inductivo que ha permitido describir el trabajo de los estudiantes. Hemos corroborado que no se trata de un modelo lineal y que los estudiantes no utilizan todos los pasos considerados previos hasta el paso más avanzado observado en sus producciones.

El procedimiento para la identificación y descripción de las estrategias inductivas es el aporte metodológico destacado. Éste ha sido útil para describir diferentes procedimientos de resolución empleados por los estudiantes en problemas donde aparecen

involucradas las progresiones de números naturales lineales y cuadráticas. De una manera análoga, se podría trabajar con otros contenidos matemáticos en los que se realice un análisis con base en los sistemas de representación y las transformaciones entre ellos, que son los que fundamentan la definición de las estrategias inductivas.

## PERSPECTIVAS FUTURAS

Seguimos nuestro trabajo de investigación sobre los procesos de razonamiento y argumentación, así como en la resolución de problemas y las estrategias que utilizan los estudiantes.

Actualmente estamos trabajando en la divulgación de la tesis doctoral, por lo que esperamos que pronto les lleguen resultados más detallados de esta investigación.

## AGRADECIMIENTOS

Esta tesis se ha realizado dentro del grupo de investigación de la Junta de Andalucía FQM-193 y en el proyecto del plan nacional de I+D+I *Representaciones, nuevas tecnologías y construcción de significados en educación matemática*, financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia y cofinanciado con fondos FEDER, con referencia SEJ2006-09056.

## DATOS DE LA TESIS

Correo electrónico de la autora: mconsu@ugr.es

Directores: Encarnación Castro Martínez y Enrique Castro Martínez

Programa de doctorado: Didáctica de la Matemática

Lugar de lectura: Departamento de Didáctica de la Matemática,  
Universidad de Granada, España

Fecha de lectura: 27 de julio de 2007

Disponible gratuitamente en: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CannadasM07-2850.PDF>