Complementariedades dinámicas, eficiencia y equilibrio de Nash en un modelo de firmas y trabajadores

Elvio Accinelli,[1] Silvia London,[2] Lionello F. Punzo,[3]
Edgar J. Sánchez Carrera[4]

■ **Resumen:** En este trabajo se analiza la evolución de una economía con dos tipos de firmas (innovadoras y no-innovadoras) y dos tipos de trabajadores (altamente calificados y poco calificados), en el que las decisiones de los trabajadores se encuentran definidas por conductas imitativas de comportamiento y dependen de la distribución inicial de las firmas. Existe un continuo de niveles estables de equilibrios altos y sólo un nivel de equilibrio bajo asintóticamente estable. El modelo presenta un valor umbral en el número inicial de firmas que debe superarse para caer en la cuenca de atracción de un equilibrio de alto nivel. En cada equilibrio de alto nivel coexiste un porcentaje de firmas innovadoras (R&D o tecnológicamente avanzados) con un porcentaje de firmas no-innovadoras y un conjunto de trabajadores altamente calificados (capital humano) coexiste con un conjunto de trabajadores poco calificados. Si el porcentaje inicial de firmas innovadoras es menor que el valor umbral, la economía evoluciona a un equilibrio de bajo nivel totalmente compuesto por firmas no-innovadoras y trabajadores poco calificados.

■ **Palabras clave:** Comportamientos imitativos, trampas de pobreza, complementariedades estratégicas, juego normal de dos poblaciones, valor umbral.

■ **Clasificación JEL:** C72, C79, D83, O10, O12, O30.

1 El siguiente trabajo se encuentra financiado por fondos del subsidio del CONACYT-México, proyecto 46209, y la Secretaría de Posgrado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México, C07-FAI-11-46.82. Correo electrónico: elvio.accinell@eco.uaslp.mx

2 Departamento de Economía, UNS, Argentina y CONICET-Argentina. Correo electrónico: slondon@uns.edu.ar

3 Departamento de Economía, Universidad de Siena, Italia. Correo electrónico: punzo@unisi.it

4 Departamento de Economía, Universidad de Siena, Italia. Correo electrónico: sanchezcarre@unisi.it

■ **Abstract:** In this paper we show the evolution of an economy with two types of firms (innovative and non-innovative) and two types of workers (high-skilled and low-skilled). Workers' decisions are driven by imitative behavior, and depend on the initial distribution of the firms. There exists a continuous of high level steady states and only one low level state which is asymptotically stable. There exists a threshold number of the initial firms, which once overcame leads to the basin of attraction of one of the high level equilibria. We show that at each high level equilibrium, there exists a mix of innovative and non-innovative firms, as well as a combination of high-skilled and non-skilled workers. Instead, if the initial percentage of innovative firms is lower than the threshold value, then the economy evolves towards a low level equilibrium wholly composed of non-innovative firms and low-skilled workers.

■ *Introducción*

La noción de complementariedades estratégicas ha sido ampliamente estudiada. En particular, la complementariedad entre la inversión en I+D y firmas innovadoras por un lado y la acumulación de capital humano por el otro es comúnmente aceptada como un motor o fuente de crecimiento sostenido dentro de la Teoría del Crecimiento. Los trabajos pioneros de Nelson y Phelps (1966) y Schultz (1975) muestran, por otro lado, el rol fundamental de la educación para que los trabajadores puedan adaptarse a las nuevas tecnologías, así como fomentar el proceso de creación e innovación de éstas. En esta dirección, Redding (1996) formaliza las complementariedades entre trabajadores y firmas, encontrando trampas de pobreza o círculos viciosos para bajos niveles educativos y de innovación (I+D), argumento ya presente en el trabajo de Aghion y Howitt (1992).

La línea de trabajo señalada permite demostrar la probabilidad de un estancamiento en el proceso de desarrollo cuando ambos tipos de inversión se encuentran inactivos. Más recientemente, varios modelos han mostrado cómo altas habilidades de trabajo, producto de inversión en capital humano, y la alta tecnología en las firmas se complementan para establecer un nivel de equilibrio macroeconómico alto (véase, en particular, Acemoglu, 1997, 1998).[5]

[5] Acemoglu (1997) considera un tipo similar de interdependencia en un modelo de agentes con capital humano heterogéneo. En (1998) analiza el caso de surgimiento de desigualdades entre grupos de altas y bajas capacidades en capital humano, en un contexto de progreso técnico con fuertes complementariedades con trabajadores altamente calificados.

Sin embargo, aunque los problemas asociados con las complementariedades estratégicas entre diferentes clases o tipos de firmas y trabajadores son bastante bien comprendidos, sus fundamentos merecen una profundización en el análisis. En esta dirección, se propone estudiar cómo esas complementariedades estratégicas pueden conducir a una economía a asentarse en un equilibrio de alto o bajo nivel, a partir de un marco analítico basado en Teoría de Juegos. En cuanto a la intuición económica, se considera que el mecanismo descrito en el modelo es probable que ocurra en los países menos adelantados, donde son frecuentes las discrepancias o fallas de coordinación entre agentes económicos (firmas y de trabajadores). Un caso ilustrativo lo constituye México, un país que se presenta con una relativamente alta tecnología en comparación con otros países de América Latina, pero cuya acumulación de capital humano presenta serias deficiencias, por lo que podría interpretarse como un "país pobre" en dotación y generación de capital humano.[6] Por otro lado, Argentina y Uruguay son ejemplos de niveles relativamente buenos de acumulación de capital humano, junto con una tecnología poco avanzada o media en ciertas áreas productivas.[7] Estas observaciones empíricas podrían explicarse como el resultado de los comportamientos estratégicos adoptados por firmas y trabajadores, bajo una cierta distribución inicial de características (alto o bajo desempeño) entre los agentes económicos. Esta distribución inicial puede verse favorecida o perjudicada por políticas gubernamentales; esto obliga al planificador central a elegir cuidadosamente la política económica en función de las repercusiones de ésta sobre las condiciones iniciales, determinantes de la evolución futura.

De allí que la clave de la dinámica venga dada por el comportamiento estratégico, el cual será definido de la siguiente manera en el presente marco teórico: supongamos que los trabajadores imitan a sus vecinos a la hora de decidir si desean tener una alta o baja calificación. Dicha

---

6 Por ejemplo, un artículo publicado en Ward's Automotive Reports (1997) muestra que la tecnología del sistema automotriz mexicano difiere del de Estados Unidos con el propósito de tomar ventaja de la relativamente más barata mano de obra que, por otro lado, se refleja en la menor productividad de dichos trabajadores. Este tipo de tecnología conduce a una menor acumulación de capital humano (por los propios requerimientos de la industria), generando de esta forma una complementariedad tecnología-capital humano que no incentiva a la inversión en innovación o educación.

7 Ros (2003) señala a algunos países de América Latina como casos paradigmáticos, en los que se verifica que la educación es una condición necesaria pero no suficiente para el crecimiento y desarrollo económicos. Tal es el caso de Argentina, Uruguay y Panamá, cuyas condiciones iniciales (a principios del siglo XX) en capacitación y educación formal eran fuertemente superiores a países que luego presentaron un desempeño económico superior, como Estados Unidos o Australia.

decisión, específicamente basada en acceder o no al proceso educativo formal para convertirse en trabajadores calificados, o permanecer con baja calificación, es racional en el sentido de que ellos imitan el mejor comportamiento estratégico dado el estado actual de la economía (status quo). Por otro lado, las decisiones de las firmas dependen de la composición del mercado laboral. Una firma decide ser innovadora (invertir en I+D) si el número o proporción de trabajadores altamente calificados es "suficiente" o adecuado, así como de las posibilidades de adquirir o desarrollar tecnología de punta.

En este marco conceptual se analiza la existencia y propiedades de equilibrios múltiples, en una economía compuesta por dos poblaciones, firmas y trabajadores, actuando estratégicamente en la forma definida. Así, si el porcentaje de firmas innovadoras se encuentra por debajo de cierto valor de umbral, la economía evoluciona hacia una trampa de pobreza y el número de trabajadores de alta-habilidad va disminuyendo a cero. En este caso, la mejor estrategia de las firmas es no invertir en investigación y desarrollo. Por otro lado, cuando el porcentaje inicial de firmas innovadoras es mayor a dicho valor umbral, la economía presenta un mecanismo de retroalimentación positiva que le permite evolucionar hacia un equilibrio de alto nivel.

Nuestro principal resultado es que tal equilibrio es un estado estable del sistema dinámico, que se encuentra caracterizado por el hecho de que los diferentes tipos de poblaciones pueden coexistir: firmas no-innovadoras con firmas innovadoras, los trabajadores poco calificados con altamente calificados. Este resultado coincide con la experiencia de muchos países en desarrollo en los que se presentan dualismos productivos con marcadas diferencias en su proceso de acumulación (véase Ros, 2003). Por otra parte, el equilibrio de bajo nivel (la trampa de pobreza, según la definición de Azariadis, 2005) corresponde a un equilibrio Pareto-dominado de Nash, en un juego de dos poblaciones, una propiedad que no se mantiene cierta para cualquier nivel posible de equilibrio alto.

El documento está organizado como sigue: la sección 2 describe la forma básica del juego entre las dos poblaciones definidas como firmas y trabajadores y sus estrategias. En la sección 3 se presenta una dinámica de imitación para analizar la evolución de población del trabajador. En la sección 4 analizamos el comportamiento evolutivo de una economía a partir de sus condiciones iniciales. En la 5 se analizan las relaciones entre el equilibrio de Nash y un equilibrio dinámico y se introduce la definición de estrategia evolutiva estable (EES). En la sección 6 presentamos una dinámica de mercado para firmas, mientras que en la sección 7 se señalan algunas conclusiones.

■ *El modelo básico*

Consideremos una economía compuesta por dos poblaciones: los trabajadores, W, y firmas, F, conformando dos grupos o clubes.[8]

- La población W está compuesta por un sub-grupo S, cuyas estrategias se orientan a invertir en la mejora de sus habilidades individuales (para transformarse o permanecer como trabajadores de alta calificación) y un sub-grupo NS¡, cuyas acciones (estrategias) tienen como resultado permanecer o devenir en trabajadores poco calificados.
- La población F se divide en dos clubes: firmas cuyas estrategias son innovadoras, tecnológicamente mas avanzadas, I, y firmas no innovadoras, NI.

En el período de contratación entre los tipos de firmas y los trabajadores se verifican los siguientes supuestos:

- *Información asimétrica*. Al comienzo del período contractual, los trabajadores desconocen qué tipo de firmas los contratarán, mientras que las firmas sí conocen las habilidades de los trabajadores, a partir de sus certificados de estudios (véase Fudenberg y Tirole, 1991).
- *Costes de formación*. Para adquirir conocimientos, el trabajador incurre en un costo CS; mientras asumiremos para simplificar que no hay costos para que las firmas, que lo deseen, puedan convertirse en innovadoras.
- *Ingresos*. Sea $B_i(j)$ el beneficio bruto de la firma i de contratar el trabajador i, para todo $i \in \{I,Ni\}$ y $j \in \{S, NS\}$. Para toda firma, el trabajador de tipo *S¡* obtiene un salario s; mientras el del tipo *NS¡* obtiene $\bar{s} < s$:
- *Plus por calificación.*[9] Supongamos que las firmas innovadoras dan primas a sus trabajadores al final del período de contratación, mientras que las firmas *NI* no comparten sus beneficios.[10] Por lo tanto, los trabajadores de mayor capacitación, *S*, en una firma innovadora recibirá una priman $\bar{p}$ mientras que el no calificado recibirá una prima

---

8 Un club es un grupo voluntario que provee múltiples beneficios a sus miembros por participar en él (Sandler y Tschirhart, 1997). En nuestro caso, un club se encuentra definido por el hecho que sus miembros comparten una estrategia común.

9 Sobre el concepto de primas por capital humano ver Acemoglu (2003).

10 Recordemos que los trabajadores no saben qué tipo de firma lo contrata. Por lo tanto, al comienzo del proceso productivo, cada trabajador no sabe si va a recibir una prima o no. Esta información se revela sólo al final del período.

p, tal que $0 < p < \bar{p}$. Dado que $CS > \bar{s}$; el incentivo a ser trabajador altamente calificado radica en los premios.

Además, existen complementariedades estratégicas entre los tipos de firmas, así como entre tipos de los trabajadores. Por lo tanto:

- Si la firma es innovadora, el *pay-off* de los trabajadores altamente calificados es mayor que el *pay-off* del poco calificado, es decir: $\bar{s}+\bar{p}$ - $CS > s + p$:
- Si la firma es no-innovadora, el *pay-off* de los trabajadores poco calificados será al menos tan buena como el *pay-off* de los trabajadores altamente calificados, es decir: $s \geq \bar{s}$ - CS:
- Por lo tanto, un trabajador de alta calificación recibirá un *pay-off* mayor de firmas innovadoras que no innovadoras, es decir, $B_I(S)$ - $\bar{p} > B_{NI}(S)$
- Para un poco calificados, los beneficios de pertenecer a una firma no-innovadora son mayores que los de la innovadora, es decir: $B_I(NS)$ - $p < B_{NI}(NS)$

En resumen, para el juego normal de dos poblaciones, la matriz de pagos está representada por:

Cuadro 1
Matriz de Pagos

(1)

W \ F	I	NI
S	$\bar{s} + \bar{p} - CS,\ B_I - (\bar{s}+\bar{p})$	$\bar{s} - CS,\quad B_{NI}(S) - \bar{s}$
NS	$s + p,\quad B_I(NS) - (s + p)$	$s,\ \ B_{NI}(NS) - s$

El pago esperado del trabajador tipo *S*, habida cuenta de las posibilidades de ser contratado ya sea por firma *I* o *NI*, es:

(2) $$E(S) = prob(I)[\ \bar{s} + \bar{p}\ ] + prob(NI)(\bar{s}) - CS;$$

donde *prob*(*I*) representa la probabilidad de ser contratado por la firma innovadora y prob(NI) la probabilidad de ser contratado por la firma no-innovadora. Análogamente:

(3) $$E(NS) = prob(I)\ [s + p] + prob(NI)$$

Por lo tanto, trabajadores prefieren ser estrategas de tipo *S* if *E(S)* > *E(NS)* y viceversa. Este último sucede si *prob*(*I*) es lo suficientemente grande, es decir, cuando

$$prob\ (I) > \frac{CS - (\bar{s} - s)}{\bar{p} - p} \tag{4}$$

Los trabajadores son indiferentes entre ser altamente calificados o poco calificados si y sólo si[11]

$$prob\ (I) = \frac{CS - (\bar{s} - s)}{\bar{p} - p} \tag{5}$$

Tomando $prob\ (I) = PU = \dfrac{CS - (\bar{s} - s)}{\bar{p} - p}$ se denota la probabilidad de una firma innovadora de emplear a trabajadores altamente calificados por prob *(S)*. Por lo tanto, una firma será innovadora si y sólo si su pago esperado es mayor que el pago esperado de ser no-innovadora, es decir, *E () > E(NI)*. Concretamente,

$$prob(S) > \frac{B_I(NS) - B_{NI}(NS) - p}{B_I(NS) - B_I(S) + B_{NI}(S) - B_{NI}(NS) + (\bar{p} - p)} \tag{6}$$

Tomamos $prob\ (S) = \bar{x}_s$. El nivel umbral a partir del cual firmas y trabajadores prefieren tener un alto desempeño (innovadoras y trabajadores calificados) es $(\bar{x}_s; P_U)$.

En este contexto encontramos tres equilibrios de Nash, dos de ellos de estrategias puras: *A = {S; I}* y *B = {NS; NI}*, y un equilibrio de Nash de estrategias mixtas dado por:

$$NE = (\bar{x}_s; (1 - \bar{x}_s); P_U; (1 - P_U)) \tag{7}$$

Se deduce que el equilibrio *A* es Pareto-dominante de *B*, mientras que el último es un equilibrio dominante en riesgo.

En las secciones siguientes estudiamos la dinámica de las complementariedades entre atributos de firmas y trabajadores. Para el caso de la dinámica de los trabajadores, supondremos que el número de firmas innovadoras, los niveles de salarios y los costos de educación son constantes. Plantearemos la dinámica del equilibrio y derivaremos un valor

11 Nótese que se cumple la condición, $0 < \frac{CS - (\bar{s} - s)}{\bar{p} - p} < 1$.

umbral a partir del cual la trampa de pobreza (nivel de equilibrio bajo) puede ser superada.

- *Dinámica de Imitación de los trabajadores*

A partir de ahora consideramos que las poblaciones de firmas y trabajadores se normalizan a 1. Por lo tanto, *prob (I) =PI = QI / Q* donde *QI* es el número de innovadores y *Q* es el número total de firmas. Entonces, *prob (NI) = PNI =* 1 – *PI.*

Sea R_i la probabilidad de que el trabajador *i*, con $i \in \{S; NS\}$ se plantee la pregunta de si debe cambiar o no su estrategia actual. Denotamos R_I la tasa promedio de tiempo en que un trabajador, utilizando actualmente estrategia $i \in \{S; NS\}$, revisa su elección[12].

Sea P_{ij} la probabilidad de que, a partir de la revisión de estrategias, el trabajador cambie su estrategia a una $j \neq I$. Entonces,

(8) $$P(i \rightarrow j\ ) = R_i P_{ij},$$

es la probabilidad de que un trabajador del grupo ¡ cambie al ¡.[13] Indicamos e_S = (1 0) y e_{NS} = (0 1) los vectores de estrategias puras, *S* o *NS*.

Por lo tanto, se espera que el flujo de trabajadores altamente calificados (en porcentaje) $\dot{X}_S$ sea igual a la probabilidad de cambiar de bajo calificado a altamente calificado menos la probabilidad de que individuos de alta calificación cambien a poco calificados. Para poblaciones grandes, aplicamos la ley de los grandes números y modelamos los procesos estocásticos agregados como flujos deterministas, siendo cada uno de estos flujos igual a la tasa esperada de arribo del proceso de Poisson correspondiente.

---

12 Ésta es la regla del "comportamiento con inercia" (behavioural rule with inertia, véase Bjornerstedt y Weibull, 1993; Weibull, 1995 y Schlag, 1998;1999) que permite que un individuo reconsiderara su accionar o estrategia con probabilidad $R \in (0;1)$ en cada jugada.

13 Con poblaciones finitas es posible suponer la revisión de estrategias de una población *W* como un proceso de Poisson con tasa de arribo R_S y que, en cada arribo, el individuo selecciona una estrategia pura según la distribución de probabilidad condicional P_{SNS}. Suponiendo que todos los procesos de Poisson individuales son estadísticamente independientes, la probabilidad de que dos individuos cualquiera revisen simultáneamente sus estrategias es cero y, en el agregado, la revisión del jugador *W* entre *S*-estrategas es un proceso de Poisson. Si las elecciones son variables aleatorias estadísticamente independientes, la tasa de arribo de la estrategia es una variable aleatoria estadísticamente independiente y la tasa global de arribo del proceso de Poisson de individuos que cambian de una estrategia pura *S* a otro *NS* es *RSPSNS*.

A partir de estas definiciones obtenemos un sistema de ecuaciones diferenciales que caracteriza la dinámica de los trabajadores:

$$\dot{X}_S = R_{NS}P_{NSS}X_{NS} - R_S P_{SNS} X_S \qquad (9)$$
$$\dot{X}_{NS} = -\dot{X}_S$$

donde X_S es la fracción de los trabajadores altamente calificados y X_{NS} de poco calificados.

Una dinámica de imitación como la definida en (9) tiene sentido si hay al menos dos comportamientos distintos; uno de ellos es el corrientemente utilizado y otro que es un comportamiento candidato a imitar. Obviamente, en este modelo, si una de las dos poblaciones desaparece se desvanece el incentivo para el cambio.

Por lo tanto, dada la coexistencia de ambas poblaciones, los trabajadores revisan su estrategia actual y deciden imitar la exitosa. Una regla de evaluación que parece bastante natural en un contexto de imitación simple es la "regla del promedio", según la cual se evalúa una estrategia según los pagos promedio observados en el grupo de referencia (ver J. Apesteguia et al., 2007)[14]. Supongamos que los trabajadores no observan los pagos de sus vecinos individuales, pero pueden, de alguna manera, calcular los pagos promedio en su entorno e imitar el comportamiento del promedio de más alto valor.

Aunque un trabajador no conoce todos los verdaderos valores de pago de todos los trabajadores, puede tomar una muestra de valores verdaderos para estimar el promedio. Sea $\overline{E}(i)$ y $\overline{E}(j)$ el estimador de los valores verdaderos $E(i)$ y $E(j)$. Por lo tanto, un trabajador i cambia su estrategia actual si y sólo si $\overline{E}(i) < \overline{E}(j)$.

Supongamos que la probabilidad de que un trabajador i se convierta en un estratega de tipo j es tal que

$$P[\overline{E}(j)-\overline{E}(i) > 0]; \qquad (10)$$

14 Vega-Redondo (1997) y Schalg (1998, 1999) presentan dos teorías de imitación basadas en la idea que los individuos que se enfrentan a una elección repetida en el tiempo imitan a otras personas que hayan obtenido pagos (premios) altos. Los modelos difieren en las dimensiones en las que operan: la estructura informativa ("agentes que imitan") y la regla de comportamiento ("cómo los agentes imitan"). Se puede demostrar que la diferencia entre los dos modelos es principalmente debido a la diferencia de supuestos informativos en lugar de diferencias en las reglas de ajuste. Por lo tanto, es más importante quiénes imitan a cuáles son las reglas de imitación (ver, J. Apesteguia *et al*, 2007).

entonces, (7) puede escribirse como

$$\dot{X}_S = R_{NS} P[\overline{E}\,(NS) - \overline{E}\,(S) < 0] X_{NS} - R_S P[\overline{E}\,(NS) - \overline{E}\,(S) > 0] X_S \tag{11}$$
$$\dot{X}_{NS} = -\dot{X}_S$$

Asumimos que el valor de $P[\overline{E}\,(j) - \overline{E}\,(i) > 0]$ aumenta proporcionalmente al verdadero valor $E\,(j)$ si $E\,(j) > 0$, y supongamos que tal probabilidad es igual a cero si $E\,(j) < 0$, es decir, $\forall\ i \in \{S\,;\,NS\}$,

$$P[\overline{E}\,(j) > \overline{E}\,(i)] = \begin{Bmatrix} \lambda E(j) & si\ E(j) > 0 \\ 0 & si\ E(j) < 0 \end{Bmatrix} \tag{12}$$

donde $\lambda = \dfrac{1}{E(NS) + E(S)}$. Considerando que la cuota de P_I de firmas innovadoras es constante y que los salarios ($\bar{s}$; s), premios ($\bar{p}$; p) y costos de educación CS son constantes. Entonces, $E\,(S)$ y $E\,(NS)$ son también constantes.

Recordemos que $E\ (NS) = PI(p) + s \geq 0$ mientras $E\ (S) = (PI)(\bar{p}) + \bar{s} - CS$ puede ser positivo o negativa dependiendo de los valores de PI y CS. Con los sueldos, premios y CS dados, $E\,(S) > 0$ si y sólo si $PI > \dfrac{CS - \bar{s}}{\bar{p}}$. Definimos:

$$\pi = \frac{CS - \bar{s}}{\bar{p}} \tag{13}$$

como el porcentaje de firmas innovador tales que la $E\,(S) = 0$. Por lo tanto, en el sistema de la ecuación (11) se pueden dar las relaciones siguientes:

(I) si E (S) ≤ 0 y, $P\,(\overline{E}(S) - \overline{E}(NS) > 0)$; la evolución de la participación de los trabajadores altamente calificados se describe por

$$\dot{X}_S = -R_S \lambda E(NS) X_S \tag{14}$$

cuya solución es

$$X_S(t) = X_S(0)\, exp\left(\frac{-R_S E(NS)}{|E(NS) + E(S)|} \right) t \tag{15}$$

siendo $X_S\,(0)$ el porcentaje de trabajadores altamente calificados en $t = 0$.

La participación en la población de los trabajadores altamente calificados decrece hasta desaparecer. Sin embargo, esta dinámica puede ser modificada cambiando los parámetros del modelo: una política que reduzca los costos de educación e incremente los premios a la calificación puede ser efectiva en este sentido.

(II) si *E(S)* > 0, el sistema dinámico toma la forma

$$\dot{X}_S = -[R_{NS}E(S) + R_S E(NS)]\lambda X_S + R_{NS}\lambda E(S)$$
(16)
$$\dot{X}_{NS} = -\dot{X}_S$$

Llamamos $A = \lambda\,[R_{NS}E(S) + R_S E(NS)]$ y $B = R_{NS}\lambda E(S)$

En este caso, la solución de la ecuación diferencial (16) es

(17) $$X_S(t) = \left(X_S(0) - \frac{B}{A}\right) exp\,(At) + \frac{B}{A}$$

donde

(18) $$\frac{B}{A} = \frac{R_{NS}E(S)}{R_{NS}E(S) + R_S E(NS)}$$

Nótese que la proporción de trabajadores altamente calificados converge a *B/A*: Sustituyendo por *E* (.) los pagos esperados, obtenemos

(19) $$\frac{B}{A} = \frac{R_{NS}\left[(PI)(\bar{p}) + \bar{s} - CS\right]}{R_{NS}\left[(PI)(\bar{p}) + \bar{s} - CS\right] + R_S\left[(PI)(p) + s\right]}$$

1. Considerando B/A como función del porcentaje inicial de firmas innovadoras *PI*, su valor aumenta con *PI*.

2. Véase que, incluso en el caso de que las firmas son todas innovadoras, es decir: PI = 1, no sigue que, en el límite, todos los trabajadores serán altamente calificados. En este caso, en el equilibrio su participación será:

$$\frac{R_{NS}\left[(\bar{p}) + \bar{s} - CS\right]}{R_{NS}\left[(\bar{p}) + \bar{s} - CS\right] + R_S\left[(p) + s\right]}: \qquad (20)$$

3. Un caso particularmente interesante es cuando
$PI = P_U = \frac{CS - (\bar{s} - s)}{(\bar{p} - p)}$. Aquí, la proporción de firmas innovadoras es tal que los trabajadores están indiferentes entre ser altamente calificados o poco calificados.

Como $P_U > \pi$, la economía está evolucionando hacia un equilibrio de alto nivel, donde

(21) $$\frac{B}{A} = \frac{R_{NS}}{R_{NS} + R_S}:$$

es el valor límite para la participación de los trabajadores calificados.

■ *El Rol de la Historia: la importancia de las condiciones iniciales*

¿Puede explicarse la evolución de la economía a partir del número inicial de firmas innovadoras? Para dar respuesta a esta interrogante supongamos dos economías, 1 y 2, y asumamos que el porcentaje de firmas innovadoras en $t = t_0$ es $PI_1 > PI_2$. La solución de la ecuación (16) muestra que la proporción de los trabajadores altamente calificados en la población en el país 1, es mayor que en el país 2 para cada $t > t_0$; es decir,

(22) $$X_{1S}(t) > X_{2S}(t);\ \forall\ t > t_0$$

Por lo que el equilibrio es mayor en el país 1 que en el país 2 :

En la gráfica 1 se muestra la evolución de los sistemas dinámicos cuando el porcentaje inicial de la firmas innovadoras está por encima o por debajo del valor umbral.

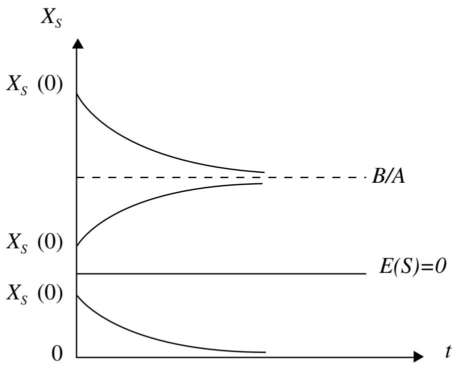
1. Si PI > π

- Si $X_S(0) > B/A$, la proporción de trabajadores altamente calificados disminuye convergiendo a B/A
- Si $X_S(0) < B/A$, aumentan trabajadores altamente calificados y convergen a B/A . En ambos casos, la economía converge al equilibrio de alto nivel.

2. Si PI ≤ π

- La proporción de trabajadores altamente calificados está disminuyendo a cero, $X_S(0) \rightarrow 0$. En este caso, la economía se encuentra en una trampa de pobreza y el comportamiento racional por parte de los traba-

Gráfica 1
Estabilidad de los equilibrios



jadores es optar por ser de baja calificación y las firmas ser no-innovadoras. Éste es el único equilibrio de Nash asintóticamente estable.

El siguiente teorema resume los resultados anteriores:

Teorema 1: Consideremos el flujo dinámico de trabajadores dado por el sistema (9). Existe un valor de umbral, $\pi = \dfrac{CS - \bar{s}}{(\bar{p})}$ tal que:

1. Si el número inicial de firmas innovadoras PI es mayor que este valor, es decir, $PI > \pi$, el porcentaje de trabajadores altamente calificados $X_S(t)$ converge a B/A
2. Si el número inicial de firmas innovadoras verifica $PI \leq \pi$, entonces, el porcentaje de trabajadores altamente calificados $X_S(t)$ converge a 0.

Demostración: Se desprende de la soluciones de los sistemas dinámicos (16), correspondiente al caso $E(S) > 0$, y (14), correspondiente a $E(S) \leq 0$.

Definición 1: Sea $\prod$ el porcentaje de firmas no-innovadoras en una determinada economía en el tiempo $t = t_0$ y sea π el valor umbral para la economía. Definimos el índice de evolución potencial de la economía:

$$U = PI / \pi \qquad (23)$$

Como se muestra en el siguiente corolario, este número resume las principales características de la evolución potencial de una determinada economía.

Corolario 1: Si el índice $U \leq 1$, economía se encuentra en una trampa de pobreza, es decir, converge en el equilibrio bajo en el que los trabajadores no presentan ningún grado de calificación y las firmas son todas no innovadoras. Si el índice $U > 1$, la economía ha superado la trampa de pobreza y converge a un equilibrio de nivel alto, en el que la principal característica se da por el cociente B/ A dado por ecuación (19).

Genéricamente, una economía se puede encontrar ya sea en una trampa de pobreza o en un equilibrio de alto nivel, dependiendo de la relación entre la parte de las firmas innovadoras y ciertos parámetros (formación de costos y primas) del modelo. Tal relación es resumida por el índice *U*.

En nuestro modelo, una política institucional tendiente a aumentar el valor de *U* también tiende a reducir el tamaño de la cuenca de atracción del equilibrio bajo. Por lo tanto, un cambio en los parámetros, impulsado por políticas como reducción de costos de educación y/o mayores premios a los trabajadores calificados, puede ayudar a la economía a reducir sus posibilidades de caer en una trampa de pobreza.

■ *Equilibrio dinámico, equilibrio de Nash y estrategias evolutivas estables*

El equilibrio de Nash "alto" en las estrategias de puras $(S; I) = (1 ; 0; 1\ 0)$ es sólo identificable como un equilibrio dinámico. Por el contrario, el equilibrio "bajo" de Nash en las estrategias de puros $(NS;NI) = (0; 1; 0; 1)$ es asintóticamente estable. Es importante destacar que, en este caso, la trampa de pobreza surge como *resultado de la conducta racional* de los agentes económicos.

Introducimos a continuación el concepto de una *estrategia evolutiva estable*, dada una cierta distribución de características de la población de las firmas indicada por y. Sea Δ^w el conjunto de las distribuciones de los trabajadores en la población y Δ^F el conjunto de las distribuciones las firmas. Tomemos $x_w = (x_s; x_{ns}) \in \Delta^w$ una determinada distribución sobre la población de los trabajadores y $y_f = (y, 1- y) \in \Delta^F$ una determinada distribución en la población de firmas. Consideremos una perturbación en la distribución inicial y. Sea y_ε la distribución perturbada, con $\varepsilon >$

0 suficientemente pequeño de forma tal que la distancia euclideana es $|y_f - y_\varepsilon| < \varepsilon$.

Definición 2: Sea x_w una mejor respuesta a y_f: Decimos que la distribución en la población de los trabajadores x_w es una estrategia estable evolutiva, para una distribución dada de la población de las firmas y_f, si existe $\varepsilon > 0$ tal que x_w continua siendo una mejor respuesta ante toda distribución y_ε, en un entorno V_ε de radio ε; centrado en *y*.

Intuitivamente, esto significa que x_w es la única mejor respuesta a y_f y sigue siendo la mejor frente a cualquier otra distribución aun en presencia de pequeñas perturbaciones.

Observe que, cuando $y \leq \pi$ la distribución $x_w = (0\ 1)$ (es decir, todos los trabajadores son poco calificados) es un *ESS* dada por y_f.

- *Dinámica de las firmas*

Para concentrarse en complementariedades estratégicas supongamos que la firmas innovadoras tienen la siguiente función de producción :

$$y = f(z; x_s; x_{ns}) \tag{24}$$

donde *z* es la tecnología, x_s el número de trabajadores altamente calificados y x_{ns} de los trabajadores poco calificados, ambos empleados por la firma, e *y* el producto final. Supongamos que tecnología es un insumo complementario con el trabajo calificado.[15] Por lo tanto, el producto marginal de la tecnología es creciente con el número de trabajadores altamente calificados.

Sea $x_s(t)$ la cantidad total de trabajadores altamente calificados contratado por firmas innovadoras en el tiempo *t*. Asumimos que, con $t_0 < t_1$, el monto de trabajadores altamente calificados es creciente en el tiempo, es decir, $x_s(t_0) < x_s(t_1)$.

A partir de nuestra hipótesis sobre la tecnología, se sigue que:

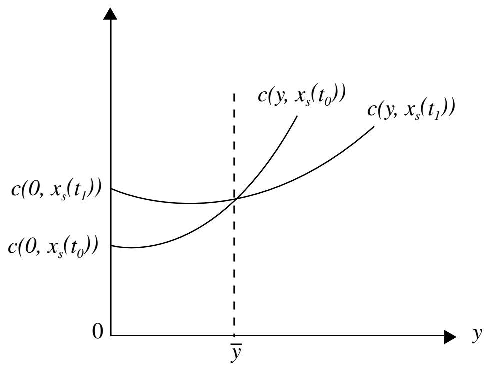
$$\frac{\partial c\left(y, x_s\left(t_1\right)\right)}{\partial y} \leq \frac{\partial c\left(y, x_s\left(t_0\right)\right)}{\partial y} \tag{25}$$

en donde $c(y; x_s)$ representa la función de costo en el corto plazo. Por lo tanto, existe $\bar{y}$ tal que $c(y; x_s(t_0)) > c(y; x_s(t_1))$; $\forall\ y > \bar{y}$. En la gráfica 2 representamos tal situación.

---

15 $y = z^{\alpha} x_s^{\beta} + x_{ns}$ donde $0 < \alpha, \beta < 1$

Gráfica 2
Costos de corto plazo oferta creciente de trabajadores calificados



Entonces, si el suministro de trabajadores altamente calificados es creciente, los costos de corto plazo para firmas innovadoras disminuy en en el largo plazo. De esta manera, las firmas innovadoras presentan beneficios positivos y hay incentivos para que las firmas que no son no innovadoras cambien sus decisiones.

El siguiente argumento refuerza la dinámica anterior en la evolución de la firmas. *Las firmas innovadoras prefieren contratar a trabajadores altamente calificados mientras que las firmas no-innovadoras prefieren a los poco calificados*, pero el número de estos últimos decrece cuando el número de firmas innovadoras está aumentando. Se observa entonces un flujo positivo de transformación de los trabajadores poco calificados a altamente calificados, como consecuencia de un aumento en el proceso de innovación

Un ejemplo

Para comprender la situación descrita analicemos el siguiente caso: supongamos que las firmas se caracterizan por una función de producción cuya tecnología viene descrita por:

(26) $$f\left(z, x_s, x_{ns}\right) = kz^{\alpha} x_s^{\beta} + x_{ns}^{\lambda}$$

donde:

$$k = \begin{cases} H & \text{Si la firma es innovadora} \\ h & \text{Si la firma es no innovadora} \end{cases}$$

H > h >0 : y α, β *y* λ, son constantes positivas tal que α + β = 1 y λ < 1.

Supongamos que la tecnología $z = \bar{z}$ es una constante positiva dada y que la bonificación para los trabajadores por mayor calificación (prima) es *pr*. Es fácil ver que la función de costos de corto plazo es:

$$C\left(x_{ns}, y, \bar{z}, \bar{x}_s\right) = \left(w_s + pr\right)x_s + w_s\left[y - k\bar{z}^{\alpha}x_s^{\beta}\right]^{\frac{1}{\lambda}} \tag{27}$$

Se sigue que:

$$C'y\left(x_{ns}, y, \bar{z}, \bar{x}_s\right) = w_{ns}\frac{1}{\lambda}\left[y - k\bar{z}^{\alpha}x_x^{\beta}\right]^{\frac{1}{\lambda}}$$

$$C'_{y,xns}\left(x_{ns}, y, \bar{z}, \bar{x}_s\right) = -w_{ns}\left(1 - 1/\lambda\right)\frac{1}{\lambda}\left[y - k\bar{z}^{\alpha}x_s^{\beta}\right]^{\frac{1}{\lambda}-2} k\bar{z}^{\alpha}x_s^{\beta-1} < 0$$

Entonces, para las firmas innovadoras, el costo decrece con la oferta x_s de trabajadores altamente calificados, en mayor proporción que para las firmas no innovadoras. Por lo tanto, si en $t = t_0$ la fracción de firmas innovadoras es mayor que el valor de umbral π la firma innovadora puede reducir sus costos más rápidamente que las no-innovadoras.

Supongamos que el precio de mercado para el producto final es *p*. Si las firmas son competitivas, la oferta óptima de cada una viene dada por:

$$\begin{aligned} Y_I^* &= pHz^{\alpha}x_{IS}^* + x_{Ins}^* \\ Y_{NI}^* &= pHz^{\alpha}x_{NIS}^* + x_{NIns}^* \end{aligned} \tag{28}$$

Con x^*_{is} y x^*_{ins}, $i \in \{I, NI\}$ la demanda de insumos para firmas innovadoras y no innovadoras en el largo plazo:

$$\begin{aligned} x_{Ins}^* = x_{NIns}^* &= \left(\frac{w_{ns}}{\lambda p}\right)^{\frac{1}{\beta-1}}, x_{NIns}^* = \left(\frac{w_s + pr}{\lambda pHz^{\alpha}\beta}\right)^{\frac{1}{\beta-1}}, \\ x_{NIns}^* &= \left(\frac{w_s + pr'}{\lambda pHz^{\alpha}\beta}\right)^{1/(\beta-1)} \end{aligned} \tag{29}$$

Sea $PI > \pi$ el número de firmas innovadoras existentes en $t = t_0$ y sea *X (p)* la demanda del bien final. La oferta total *S (p)* de las firmas innovadoras será igual a

$$S(p) = (PI)Y_I^*$$

Por otro lado, el número de firmas no innovadoras, para el mismo período, será igual a

$$max\left\{\frac{x(p)-s(p)}{Y_N^* I},0\right\}$$

Por lo tanto, en el largo plazo, un porcentaje positivo de las firmas innovadoras puede coexistir con las no innovadoras. Para visualizar este hecho, supongamos que hay un costo para ser innovadores, *C (h; H)*, de forma que la firma no innovadora tiene un incentivo a transformarse en innovadora si y sólo si:

$$B(NI) < B(I) - C(h;H):$$

Esta posibilidad depende, entre otras cosas, de la participación en el mercado que cada firma pueda obtener. Cuando $B(I) - C(h;H) < B(NI)$, la firma preferiría permanecer en el status quo.

■ *Conclusión*

Se presentó un modelo en el que se plantea un juego de complementariedades estratégicas entre grupos de firmas y trabajadores. Estos últimos exhiben un comportamiento de imitación de conductas acorde al éxito o no de los demás jugadores. Por otro lado, las firmas deciden invertir o no en procesos innovadores, según la dotación de mano de obra calificada

Los resultados alcanzados son consistentes con el escenario teórico planteado en Accinelli et al. (2007), donde se muestra que, para evitar caer en una situación de trampa de pobreza, es necesario un valor umbral de firmas innovadoras. En el modelo aquí desarrollado, a partir de dicho valor los trabajadores tendrán incentivos para mejorar sus habilidades, mientras que las firmas obtendrán aún mayores beneficios mediante la inversión en investigación y desarrollo, situando a la economía en una senda de crecimiento y desarrollo sostenido.

Es interesante destacar que la situación de trampa de pobreza se plantea aun cuando todos los jugadores (agentes) actúen de manera racional; más aún, este comportamiento es el único racional bajo cierto contexto, desde que se entiende por racional aquella conducta tendiente a maximizar el beneficio individual. Bajo este marco, la racionalidad diferente sería la del planificador central, que vela por el bienestar social. Esto nos lleva a la conclusión de que el inicio de un proceso tendiente a superar la trampa de pobreza es solamente posible a partir de una decisión central, que no puede ser obtenida a partir de decisiones individuales, las que, aun en agregado, no hacen más que fomentar el bajo desempeño de la economía atraída por la trampa de pobreza. El resultado de equilibrio bajo es consistente con las expectativas de los jugadores, quienes maximizan su utilidad en dicho contexto. Por otro lado, a partir del valor umbral señalado (una suerte de exigencia mínima de número de empresas innovadoras para que la inversión en capital humano sea eficiente), el conjunto de equilibrios asociados son Pareto-superior, cada uno de ellos compuesto por diferentes proporciones de firmas innovadoras y trabajadores calificados.

Desde el punto de vista de la política económica, la consecución de un objetivo de mayor crecimiento y desarrollo lleva a diseñar mecanismos que promuevan la sustitución de firmas no innovadoras por innovadoras. Otra alternativa de política se plantea con la reducción del valor umbral π, de tal manera que se amplíe el número de posibles trayectorias que caigan en la cuenca de atracción del equilibrio superior. Para tal fin, las medidas de política pueden concentrarse en la reducción de costos educativos o la introducción de incentivos a firmas innovadoras para aumentar sus premios a los trabajadores calificados (por medio de subsidios o reducciones impositivas, por ejemplo). En general, la reducción del valor umbral está relacionada con mejoras cuantitativas y cualitativas en el sistema de educación formal y en el proceso de acumulación y aprovechamiento del capital humano.

En resumen, los responsables de la política económica deberían identificar aquellos mecanismos que induzcan a los participantes del juego a elegir un comportamiento (racional) que los conduzca a mejorar los niveles de capacitación e innovación. En este sentido, parte de las diferencias internacionales en grados de desarrollo podrían ser explicadas a partir de la carencia de políticas adecuadas a tal fin.

■ *Bibliografía*

Accinelli, E., Brida, G. y London, S. (2007). Crecimiento Económico y Trampas de Pobreza: cuál es el rol del capital humano?, *Investigación Económica* 261.

Acemoglu, D. (1997), Matching, heterogeneity and the evolution of income distribution, *Journal of Economic Growth* 1, pp. 40-65.

Acemoglu, D. (1998). Why do new technologies complement skills? Directed technical change and wage inequality," *Quarterly Journal of Economics* 113, pp. 10551089.

Acemoglu, D. (2003). Patterns of Skill Premia, *Review of Economic Studies* 70(2), pp. 199-230.

Apesteguia, J., Huck, S. y Oechssler, J. (2007). Imitation-Theory and Experimental Evidence, *Journal of Economic Theory* 136, pp. 217-235.

Björnerstedt, J. y Weibull, J. (1993). Nash Equilibrium and Evolution by Imitation, en Arrow, K. y Colombatto, E. (eds.) *Rationality in Economics* (New York, NY: Macmillan).

Fudenberg, D. y J. Tirole (1991). *Game Theory*, MIT Press.

Nelson, R. y Phelps, E. (1966). Investment in Humans, Technological Di®usion, and Economic Growth," *American Economic Review* 61, pp. 69-75.

Redding, S. (1996). Low-Skill, Low Quality Trap: Strategic Complementarities between Human Capital and R&D, *Economic Journal* 106, pp. 458-70.

Schultz, T.W. (1975). The value of the ability to deal with disequilibria, *Journal of Economic Literature* 13, pp. 827-846.

Ros, J. (2003). *Development Theory and Economics of Growths*, The University of Michigan Press.

Sandler, T. y Tschirhart, J. (1997). Club theory: Thirty years later, *Public Choice* 93, pp. 335-355.

Schlag, K. (1998). Why imitate, and if so, how? A boundedly rational approach to multi-armed bandits, *Journal of Economic Theory* 78, 130-156.

Schlag, K. (1999). Which one should I imitate?, *Journal of Mathematical Economics* 31, 493-522.

Vega-Redondo, F. (1997). The evolution of Walrasian behavior, *Econometrica* 65, 375-384.

Ward's Automotive Reports (1997). Mexico's Higher Exports to U.S. *Debated*. 72(30):1-4.

Weibull, JÄorgen W. (1995). *Evolutionary Game Theory*, The MIT Press.