

## RESUMEN DE TESIS DOCTORAL

### Filtrado Digital en Tiempo Real: Análisis Computacional para Estimación de Parámetros en Sistemas Estocásticos Lineales Estacionarios

*Real-time Digital Filtering: Computational Analysis for Parameters Estimation in Stationary Linear Stochastic Systems*

#### Graduado: Pedro Guevara López

Centro de Investigación en Computación – IPN

Av. Juan de Dios Bátiz sn esq. Miguel Othón de Mendizábal C. P. 07738 México D. F.,

pguevara@df1.telmex.net.mx

Graduado en septiembre 01, 2004

#### Director de Tesis: José de Jesús Medel Juárez

Centro de Investigación en Innovación Tecnológica - IPN

Cerrada CECATI s/n. Col. Santa Catarina C.P. 02250 Azcapotzalco, D.F.

jjmedel@pollux.cic.ipn.mx

#### Resumen

Se describe el Filtrado Digital en Tiempo Real para estimación de parámetros en sistemas estocásticos lineales estacionarios; sus características temporales y de respuesta en forma local y global. Se presentan ejemplos con las técnicas de Variable Instrumental, Factor de Olvido Matricial y como caso especial el algoritmo Modos Deslizantes Tradicional. Los aportes de esta tesis son:

- Formalización de los conceptos de Filtrado Digital en Tiempo Real para estimación de parámetros en sistemas estocásticos lineales estacionarios,
- Definición de las características locales y globales en calidad de respuesta y tiempo de los FDTR y FDMTR:
  - o Características de las tareas,
  - o Sincronía,
  - o Periodos de muestreo,
  - o Tiempos de convergencia,
- Análisis computacional temporal de los FDMTR en función del tamaño de la matriz de parámetros a estimar.
- Procedimiento de implantación de un FDTR en un sistema operativo de tiempo real.

**Palabras clave:** *Filtro Digital, estimación, convergencia, restricción, Tiempo Real.*

#### Abstract

This doctoral thesis describe RTDF concepts by parameter estimators to stochastic stationary linear systems and it expose temporal and response quality characteristics in local and global form. Finally, I present examples of Instrumental Variable, Matrix Forgetting Factor and Sliding Modes Traditional techniques in SISO and MIMO cases. The advances in this thesis are:

- Formal definition of Real Time Digital Filters to parameter estimation of stationary lineal stochastic systems by RTDF and RTMDF concepts,
- Definition of local and global properties in response quality and time quality in RTDF and RTMDF:
  - o Tasks characterization,
  - o Synchrony,
  - o Sample periods,
  - o Convergence times,
- Temporal computational analysis of RTMDF by size of parameters matrix,
- Implantation of RTDF and RTMDF in a real time operating system.

**Keywords:** *Digital Filter, estimation, convergence, constraint, Real Time.*

## 1 Estado del Arte del Filtrado Digital en Tiempo Real

En [Baras, 1999] Se dice que los Filtros Digitales están en Tiempo Real si son capaces de expresarse en ecuaciones recursivas de acuerdo. En [Chui y Chen, 1999] se dice los filtros digitales como el de Kalman se implementan en

aplicaciones de Tiempo Real gracias al reciente desarrollo de computadoras de alta velocidad: Expresan al Tiempo Real como sinónimo de rápido y plantean la capacidad del filtro para expresarse en forma recursiva. En [Gustaffson, 2000] se describe a los filtros digitales RIF como “aplicaciones para procesamiento de señales estándares en Tiempo Real”, sin dar ningún argumento que valide sus afirmaciones. En [Kuo, 1996] se dan algunos ejemplos sencillos de sistemas (aplicables a filtrado) con restricciones de tiempo impuestas por el mundo físico. En [Ifeachor y Jervis 1996] se hace una revisión del procesamiento de señales en Tiempo Real; se describe al procesamiento digital en Tiempo Real como una secuencia: filtro de entrada, convertidor AD con retenedor, procesamiento digital, convertidor DA y filtro de salida. En ningún momento se hace el análisis temporal y se explica que todo depende de la potencia del hardware. En [Liu, 2000] se trata de establecer un lazo entre la teoría de filtrado y la de los STR, pero solo menciona al Filtro de Kalman dentro de su introducción sin explicar si lo implementó o no y cuál fue el proceso de implementación. En [Papaulis y Bertran, 1989] se hace una cuantificación de los tiempos de ejecución de cada etapa en el procedimiento de filtrado digital para el manejo de señales desde un punto de vista práctico, donde consideran: tiempos de ejecución del algoritmo de filtrado, el procesador, tiempos de conversión A/D y D/A, diagramas de tiempos y restricciones de precedencia. En [Stefan y Bodson, 1994] se presenta la estimación de parámetros “en tiempo real” y flujos de un motor de inducción por el método Mínimos Cuadrados Recursivo.

La justificación de la estimación en tiempo real viene de la implantación del algoritmo en un DSP Motorota 56001, un convertidor A/D y una computadora compatible con IBM, Tiempo Real es considerado sinónimo de En Línea. En [Takahashi, Sakaguchi y Ohya 1999] se presenta la estimación en Tiempo Real de posturas de cuerpo humano usando el filtro de Kalman. Estos investigadores toman fotografías de posturas del cuerpo humano con una cámara CCD y analizan las siluetas reconstruyéndolas con un modelo autoregresivo AR donde estiman sus parámetros con el filtro de Kalman. Su implantación fue en una PC con Windows NT y en C++; se trata de un filtro en línea sobre una plataforma de ambiente compartido (Windows) y no de Tiempo Real como QNX o RT-Linux.

## 2 Filtrado Digital en Tiempo Real: Estimación de Parámetros en Sistemas Estocásticos Lineales Estacionarios

Los FDTR y los FDMTR no son Filtros Digitales en Línea, ya que un “Sistema en Línea es aquel sistema que siempre debe estar encendido, disponible y generalmente conectados a una red de computadoras y depende de la capacidad del hardware para atender peticiones de servicio” y en ningún momento está en sincronía con el mundo real ni tiene restricciones temporales. Son diseñados de acuerdo a las necesidades del ambiente con que interactúan, las cotas de las restricciones de tiempo sin diferentes para cada filtro y el conjunto de filtros que pueda expresarse en Tiempo Real es variado. En este trabajo se describen formalmente los conceptos de Filtrado Digital en Tiempo Real como estimadores de parámetros en sistemas lineales estacionarios; se exponen sus características temporales y de respuesta en forma local y global.

**Definición (Filtro Digital en Tiempo Real FDTR).** Todo FDTR es un Filtro Digital que debe cumplir ([Medel, Guevara y Flores, 2003] y [Medel, Guevara y Flores 2004]):

- Extracción y emisión de información observable y sincronizada con el tiempo de evolución del proceso considerando los criterios de Kotel'nikov (1933), Nyquist (1928), Whittaker, (1915), Shannon (1948), Ecker (2000).
- Emisión de respuestas correctas (por ejemplo, los criterios usados en [Haykin 1991], [Caines, 1986] o [Ogata, 1980] entre otros),
- Respuestas acotadas en tiempo a través de intervalos semi-abiertos en forma local y global de acuerdo a las restricciones temporales del proceso dinámico presentados por Buttazzo, (1997), Burns y Wellings, (1997),
- Capacidad de expresarse en forma recursiva a través de ecuaciones en diferencias finitas.

**Definición (Análisis global y local).** Todo FDTR debe ser analizado en calidad de respuesta y tiempo de manera global y local:

- Global.** La convergencia a un  $\varepsilon > 0$  a través del funcional de error  $J(k)_b$ , conforme a Haykin (1991), involucrando un intervalo de convergencia  $m$ , un tiempo de convergencia  $t_{c,i}$  y un plazo de convergencia  $d_i$ .

Todo FDTR como estimador de parámetros tiene un funcional de error acotado:

$$m^* = \arg \min_{k \geq m} \inf P\{|\alpha_k - a| \leq \Delta\} = 1, \quad (1)$$

Donde  $\Delta$  es la cota del error definida por la varianza de las perturbaciones del sistema.

- b. **Local.** Implica la estabilidad del proceso a través de sus parámetros  $a(k)_i$  y el de los tiempos de finalizado  $f(k)_i$  del FDTR dentro de los plazos absolutos correspondientes  $[ld(k)_{i\_min}, LD(k)_{i\_max}]$ .

Todo FDTR dará una respuesta local estable si al estimar el conjunto de parámetros del SLIT (Sistema Lineal Invariante en el Tiempo) a filtrar, caen todos ellos dentro del círculo unitario para todo intervalo  $k$ . Esto es:

$$\{a_e(k)\}_i < 1, k = l, \dots, n \quad (2)$$

**Definición (Tiempos de ejecución del FDTR o FDMTR).** El algoritmo de todo FDTR puede estar compuesto por el siguiente conjunto de sub-tareas ([Liu y Layland, 1973]) (ver Figura 1):

- $C(k)_x$  : Tiempo de ejecución del algoritmo de la ecuación de estado propuesta.
- $C(k)_y$  : Tiempo de ejecución del algoritmo de la ecuación de la señal observable.
- $C(k)_a$  : Tiempo de ejecución del algoritmo del estimador.
- $C(k)_f$  : Tiempo de ejecución del algoritmo del error de convergencia.
- $C(k)_{au}$  : Tiempo de ejecución del acondicionamiento de la entrada  $u(t)$  del sistema físico.
- $C(k)_{ay}$  : Tiempo de ejecución del acondicionamiento de la salida  $y(t)$  del sistema físico.
- $C(k)_{aye}$  : Tiempo de ejecución del acondicionamiento de la salida estimada  $\hat{y}(t)$  del sistema físico.

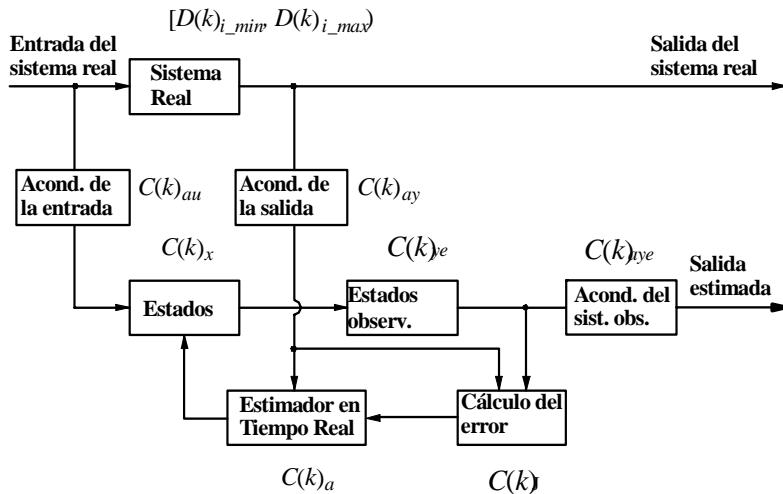


Fig. 1. Diagrama de implementación a bloques de un FDTR utilizado como estimador.

Como se considera que es un sistema concurrente, todos estos tiempos de ejecución deben ser sumados para obtener un tiempo de ejecución  $C(k)_i$ . Tal que:

$$C(k)_i = C(k)_x + C(k)_y + C(k)_a + C(k)_f + C(k)_{au} + C(k)_{ay} + C(k)_{aye} \quad (3)$$

**Definición (Filtro Digital Multivariable en Tiempo Real FDMTR).** Todo FDMTR es un filtro digital con restricciones impuestas por el proceso con el que interactúa; teniendo que cumplir con (ver [Medel, Guevara y Poznyak, 2004]):

- Extracción y emisión de información multivariable observable, donde  $\{u(k)_i \in \mathbf{U}(k)\}$  y  $\{y(k)_j \in \mathbf{Y}(k)\}$ , con  $i, j, k \in \mathbf{Z}^+$ , en sentido de los criterios de Kotel'nikov (1933), Nyquist (1928), Whittaker, (1915), Shannon (1948), Ecker (2000).
- Respuestas correctas en relación a algún criterio preestablecido como los de Haykin (1991) y Medel (2002).
- Expresarse en forma recursiva,
- Valor de convergencia acotado dentro de un intervalo finito sobre el cual estará oscilando el valor de la convergencia.
- Manejo de operaciones matriciales de acuerdo a la dinámica del proceso para cada iteración, respetando las restricciones de las dinámicas del proceso,
- Planificabilidad de las tareas concurrentes del filtro si es implantado en una computadora digital con un SOTR.

**Proposición (Tiempo de muestreo en todo FDMTR).** Todo FDMTR recibe y da entradas y salidas ( $\mathbf{U}(k)$  y  $\mathbf{Y}(k)$  con  $k \in \mathbf{Z}^+$ ) con respecto a la variable de cambio más rápido considerando ambos vectores, esto es:

$$t_{\text{muestreo MIMO}} = \min \{t_{\text{muestreo}}(u(k)_i), t_{\text{muestreo}}(y(k)_j) \forall k\} \quad (4)$$

**Proposición (Tiempo de convergencia en todo FDMTR).** El tiempo de convergencia ( $t_c$ ) de todo FDMTR es un máximo valor escalar definido como:

$$t_c = \max \{f(k = m_{\max})_i\} \text{ con } \{f(k = m_{\max})_i\} \subseteq f(m) \quad (6)$$

### 3 Ejemplos de FDTR y FDMTR y su Análisis Computacional

Esta clase de FD pueden implementarse como sistemas dedicados (embedded systems) de acuerdo a lo escrito por Burns y Williams (1997) a través de microcontroladores, DSP's, etc.; o en computadoras con Sistemas Operativos de Tiempo Real (SOTR) [Liu, 2000], como es el caso de este trabajo. Para esta tesis los experimentos de FDTR y FDMTR se implantaron en QNX Neutrino 6.0 [QNX, 2003] y se graficaron en Matlab. Se presenta el método Variable Instrumental en sus variantes FDTR y FDMTR, como casos especiales se presentaron los estimadores Factor de Olvido Exponencial y Modos Deslizantes Tradicional; en el primero no es posible analizar su estabilidad directamente, el segundo no es un estimador para sistemas lineales; sin embargo ambos cumplen las condiciones temporales locales y globales desarrolladas en esta tesis. En este documento se presentará el primer método propuesto, considerando que se aplicó la misma metodología para los otros dos.

#### 3.1 Implantación del FDMTR Variable Instrumental para seguimiento de Tareas en Tiempo Real Periódicas

El sistema a analizar es un conjunto de 2 Tareas en Tiempo Real Periódicas concurrentes (TTRP) e independientes. Se tiene el conjunto de tiempos de arribo relativos  $\pi_{(k)}$  como señal observable y se desea estimar su matriz de parámetros  $A_{(k)}$ . Este modelo está descrito en [Guevara, Medel y Flores 2003] y [Guevara, Medel y Cruz, 2004].

Las ecuaciones del tiempo de arribo relativo de las TTRP se expresan a continuación:

$$X_{(k+1)} = AX_{(k)} + V_{(k)} \quad (6)$$

$$\pi_{(k)} = X_{(k)} + W_{(k)}. \quad (7)$$

Donde:

- $X_{(k+1)}$  es el estado del sistema,
- $\pi_{(k)}$  es la señal observable (tiempo de arribo relativo),
- $V_{(k)}$  y  $W_{(k)}$  son las perturbaciones internas y externas respectivamente.
- $\hat{A}$  es la matriz de parámetros a estimar.

Las condiciones hipotéticas del FDMTR son:

$$\begin{aligned} E \{W_{(k+1)} \pi_{(k)}^T\} &= [0] \\ E \{W_{(k)} \pi_{(k)}^T\} &= \Theta_{w(k)}^2 \\ E \{V_{(k)} \pi_{(k)}^T\} &= \Theta_{v(k)}^2 \\ E \{W_{(k)} (W_{(k)})^T\} &= \Theta_{w(k)}^2 \\ E \{V_{(k)} (V_{(k)})^T\} &= \Theta_{v(k)}^2 \\ E \{V_{(k)} (W_{(k)})^T\} &= [0]. \end{aligned} \quad (8)$$

El estimador está expresado en forma recursiva:

$$\hat{A}_{(k)} := (\hat{A}_{(k-1)} B_{(k-1)} + \pi_{(k)} Z_{(k)}^T) B_{(k)}^{-1}, \quad (9)$$

El error de estimación es definido por:

$$\Delta_{(k)} = \hat{A}_{(k)} - A, \quad (10)$$

De acuerdo a Medel (2002) el error de estimación está descrito por:

$$\Delta_{(k)} := ((-A\Theta_{w_{(k)}}^2 + \Theta_{v_{(k)}}^2)(I - A^2))(\Theta_{w_{(k)}}^2(2A^2 + I + A^2) + \Theta_{v_{(k)}}^2(I + 2A))^{-1} \quad (11)$$

Así como el funcional del error de acuerdo:

$$J_{(k)} = E(\Delta_{(k)}(\Delta_{(k)})^T) \cdot \quad (12)$$

Para el modelo de las TTRP se consideraron los siguientes datos:

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Theta_{v_{(k)}}^2 = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.93 \\ 0.97 & 0.94 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\Theta_{w_{(k)}}^2 = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.93 \\ 0.97 & 0.94 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Como resultado se presenta la matriz de precedencia de tareas:

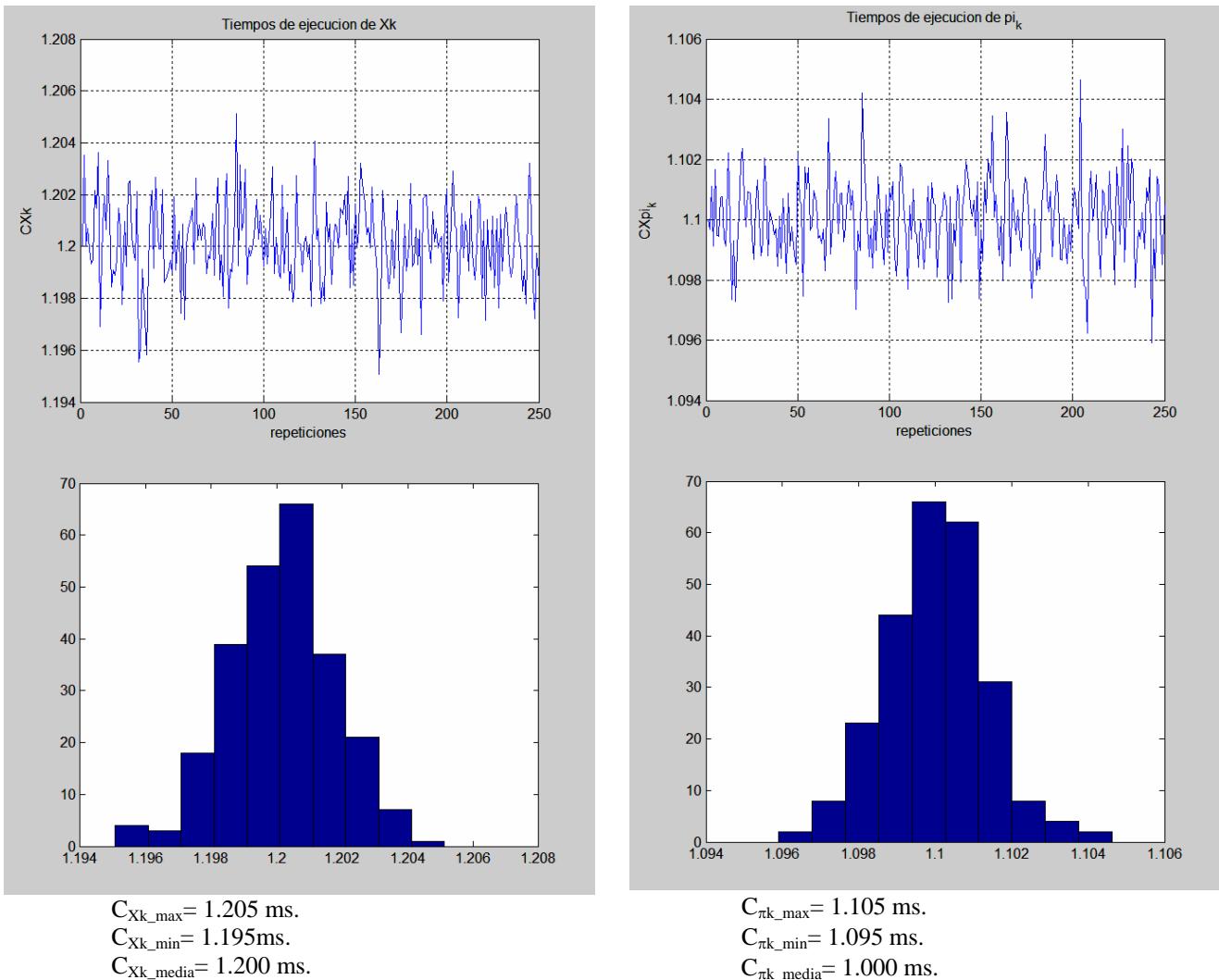
	$\pi_x$	$X_k$	$P_k$	$B_k$	$A_k$	$J_k$
$\pi_k$	↖	↖	→	↖	↖	
$X_k$	→		→	→	↖	↖
$P_k$	↖	↖		↖	→	↖
$A_k$	↖	→	↖	↖		→
$B_k$	↖	↖	↖		→	↖
$J_k$	↖	↖	↖	↖	↖	

**Tabla 1.** Matriz de precedencia de tareas para el FDMTR Variable Instrumental

Para la implementación experimental del FDMTR de tomaron las siguientes consideraciones:

- Los tiempos de ejecución ( $C_{(k)}$ ) obtenidos son los máximos y las técnicas de medición se describen en: [Guevara, Medel y Flores, 2003] y [Guevara, Medel y Flores 2004].
- El plazo máximo  $D_{(k), max}$ , del sistema es igual al período  $T_{(k)}$ .
- El tiempo de inicio ( $s_{(k)} - l_{(k)}$ ) se obtuvo tal que  $s_k = l_{(k)} + 0.0015$  ms.
- El período de muestreo  $T_{(k)}$  (impulso del temporizador de Tiempo Real) para la activación de tareas es de 10 ms.
- El plazo mínimo  $D_{(k)min} = 1$  ms.
- El plazo de convergencia del conjunto de TTRP es:  $d = 4$  s.

Los tiempos de ejecución máximos para cada tarea se obtuvieron midiendo el tiempo de ejecución de 250 instancias en QNX utilizando el código presentado en el anexo. Se presentan las gráficas de la medición de tiempos de ejecución. Los tiempos de ejecución obedecen a una función de distribución normal con ruidos gaussianos.



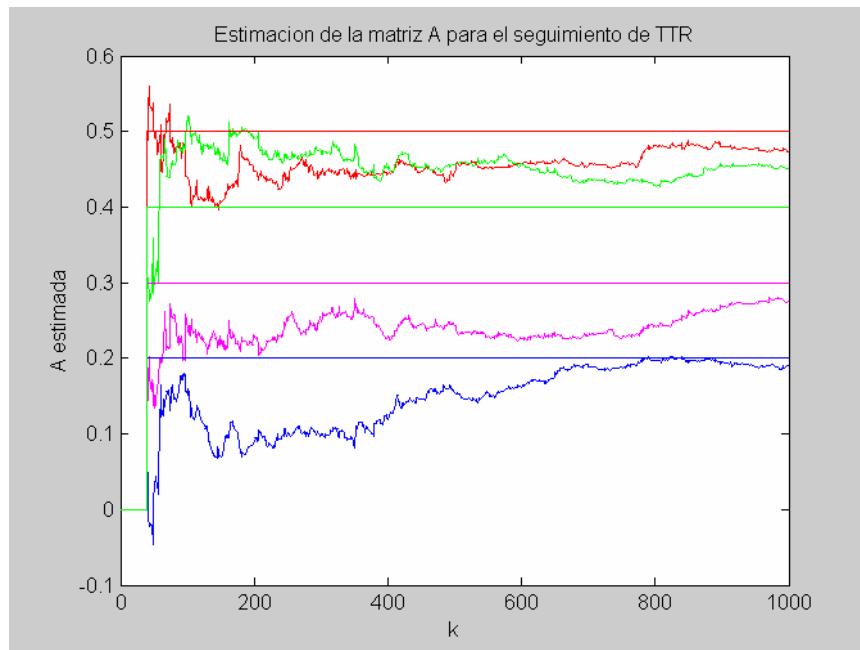
El tiempo de finalizado total  $\mathbf{f}_{\tau,k}$ , es igual a la suma del tiempo de ejecución  $\mathbf{C}_{(k)}$ , más la suma de sus cambios de contexto descritos por  $(\mathbf{s}_{(k)} - \mathbf{l}_{(k)})$ , para cada intervalo  $k$ . En este trabajo, se consideró al promedio de la suma de los cambios de contexto, para todas las evoluciones  $k$ :

$$\mathbf{f}_{\tau,k} = \mathbf{C}_{(k)} + 6(\mathbf{s}_{(k)} - \mathbf{l}_{(k)}). \quad (16)$$

Los tiempos medidos fueron los siguientes:

- a.  $T_{(k)} = 10 \text{ ms}$ ,
- b.  $\mathbf{l}_{(k)} = T_{(k-1)}k \text{ ms}$ ,
- c.  $\mathbf{s}_{(k)} = l_{(k)} + 0.09 \text{ ms}$ ,
- d.  $\mathbf{C}_{(k)} = 7.126 \text{ ms}$ ,
- e.  $\mathbf{D}_{(k)min} = 1 \text{ ms}$ ,
- f.  $\mathbf{D}_{(k)max} = 10 \text{ ms}$ ,
- g.  $\mathbf{f}_{(k)} = 7.135 \text{ ms}$ ,
- h.  $\mathbf{L}_{(k)} = -2.865 \text{ ms}$ ,
- i.  $\mathbf{P}_{(k)} = 0 \text{ ms}$ .

Para un experimento del FDMTR como estimador de parámetros se obtuvo la Figura 3 con los siguientes resultados:

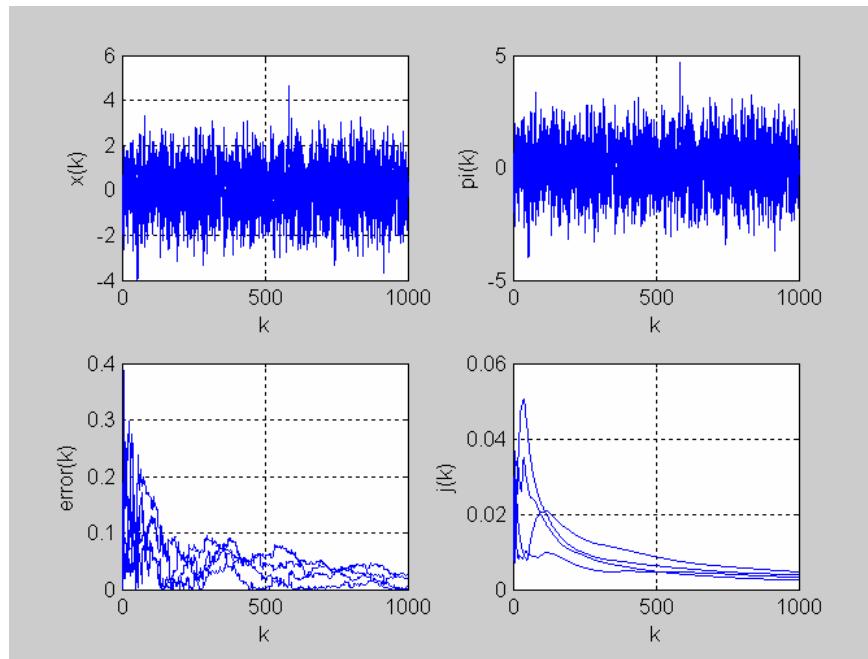


**Fig. 3.** Gráfica de la estimación de la matriz de parámetros “A” a través del FDMTR Variable Instrumental

Se observa que  $m_{max} = 354$  intervalos,  $t_{c\_max} = 3,54$  s, por lo tanto el tiempo de convergencia del FDMTR es  $t_c = 3.54$  s.

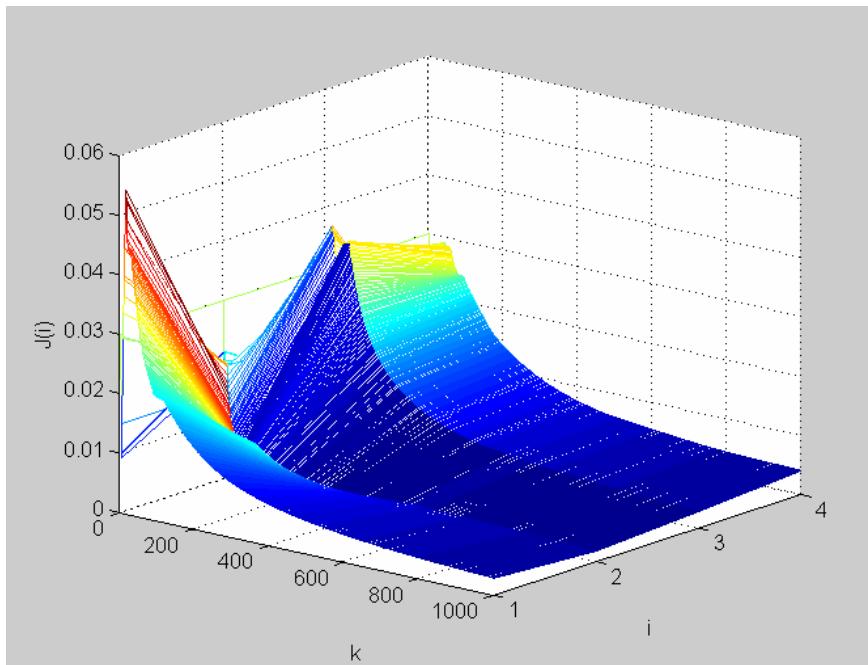
- a.  $m = [354, 213, 241, 318]$  intervalos,
- b.  $t_c = [3.54, 2.13, 2.41, 3.18]$  s,
- c.  $d = 4$  s. (400 intervalos)

Con  $t_c < d$  se muestra que el plazo de convergencia se cumplió. De ésta manera el FDMTR cumple sus condiciones locales y globales tanto en calidad de respuesta como en tiempo. La Figura 4 muestra las gráficas de los valores obtenidos.

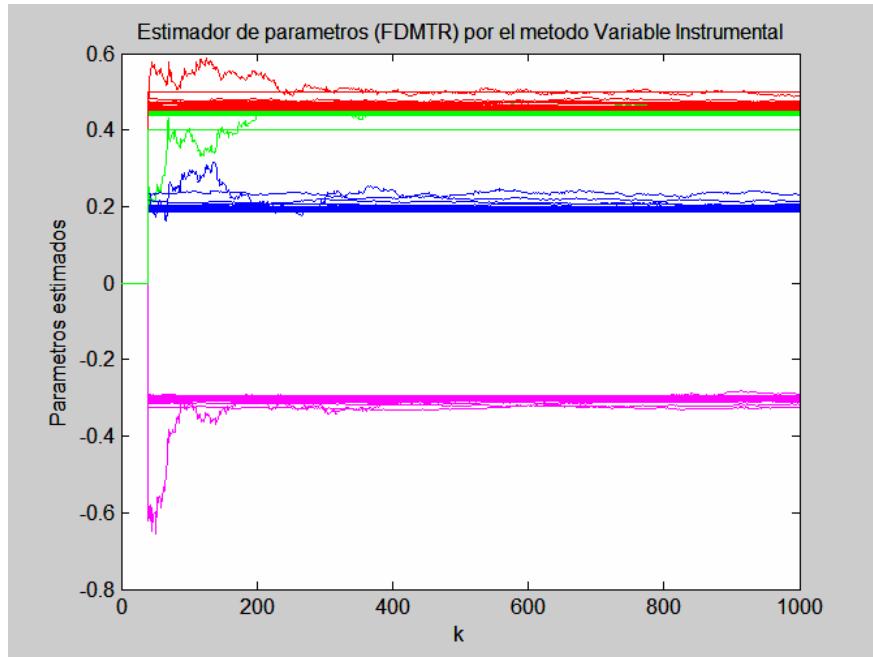


**Fig. 4.** Estado interno  $x_{(k)}$ , señal observable  $\pi_{(k)}$ , error de estimación y funcional  $j_{(k)}$  para el FDTR

Las Figuras 5, 6 y 7 son un ejemplo del comportamiento de un FDMTR usado como estimador de parámetros a través de la técnica de variable instrumental; sin embargo, es necesario hacer más de una ejecución para validar su funcionamiento.

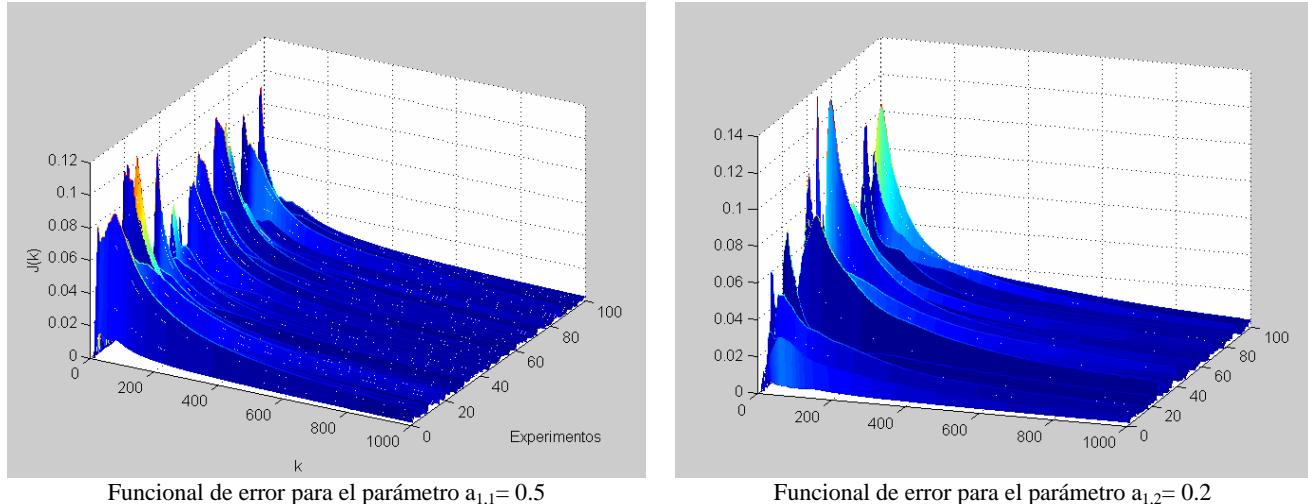


**Fig. 5.** Respuesta del funcional de error  $J(k)$  para el FDMTR por el método Variable Instrumental



**Fig. 6.** Gráfica de la estimación de la matriz de parámetros “A” a través del FDMTR Variable Instrumental para 100 experimentos

La Figura 7 muestra los funcionales de error para cada parámetro estimado por el FDTMR.



**Fig. 7.** Funcionales de error para el FDMTR del ejemplo como estimador de parámetros por el método Variable Instrumental para 100 experimentos ( $a_{1,1}$  y  $a_{1,2}$ )

De acuerdo a los 100 experimentos realizados para la estimación de parámetros usando un FDMTR con el método de Variable Instrumental, se obtuvieron un conjunto de valores de convergencia para tiempos máximos, tal que:

- a.  $m_{max} = [384, 255, 267, 345]$  intervalos,
- b.  $t_{c\_max} = [3.84, 2.55, 2.67, 3.45]$  s,
- c.  $d = 4$  s. (400 intervalos)

Por lo tanto el estimador Variable Instrumental cumple con la definición de FDMTR con un tiempo de convergencia (el mayor de todos) de 8.84 segundos, menor al plazo de convergencia.

### 3.2 Análisis computacional de los Filtros Digitales en Tiempo Real

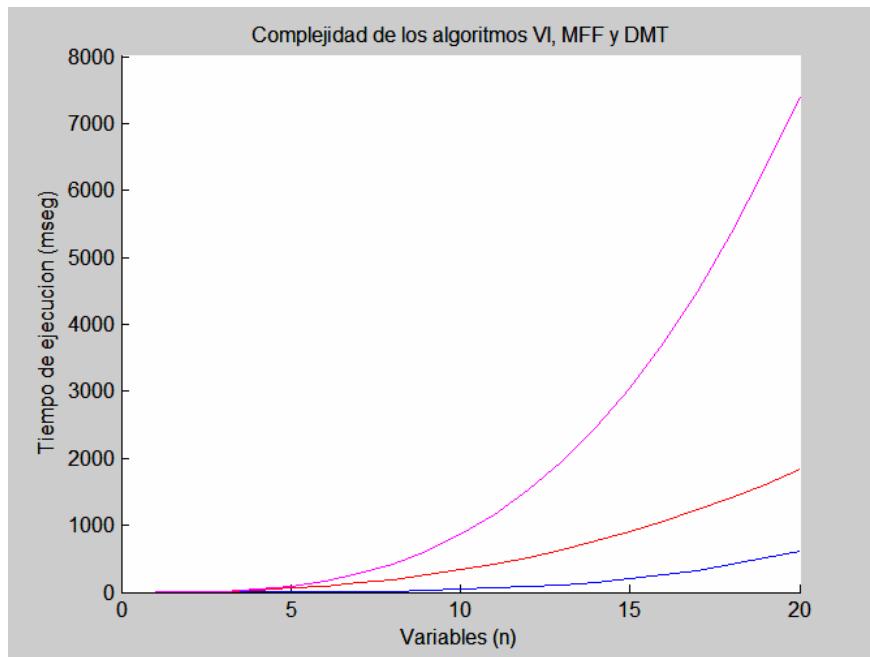
No es posible hacer una comparación en respuesta y decidir cual es mejor estimador: el estimador Variable Instrumental se utiliza para sistemas con parámetros invariantes en el tiempo, el estimador Factor de Olvido Matricial se usa con parámetros variantes en el tiempo y el estimador Modos Deslizantes Tradicional es de características no lineales (o bilineales) con parámetros con discontinuidades. Sin embargo, es necesario estudiar su *computabilidad* y *complejidad* [Brokshear, 1993], [Cutland, 1980]. Los tres FDTR (incluyendo su variante multivariable) presentados en este trabajo son computables, son funciones recursivas anidadas que mapean del conjunto de los números reales a los reales; esto es:

$$FDTR(y_{(k)}): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \text{ con } k, n \in \mathbf{Z}^+ \quad (17)$$

$$FDMTR(\mathbf{Y}_{(k)}): \mathbf{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbf{R}^{n \times n}, \text{ con } k, n \in \mathbf{Z}^+ \quad (18)$$

En la se presentan los resultados del análisis de complejidad temporal de los FDMTR: Variable Instrumental, Factor de Olvido Matricial y Modos Deslizantes Tradicional. El estudio consistió en la medición de los tiempos de ejecución máximos para  $n$  variables, es decir, para matrices de parámetros de dimensión  $n \times n$ ; se inició el experimento para  $n=1$  (FDTR) y se fue incrementando en número de variables hasta llegar a matrices de  $20 \times 20$ .

En la Figura 8 se superponen los resultados del análisis computacional de complejidad temporal de los FDMTR estudiados en este trabajo. Se observa que el algoritmo más complejo temporalmente es el de Factor de Olvido Matricial seguido del Variable Instrumental y por último el Modos Deslizantes Tradicional. La justificación principal es el uso extensivo de matrices y operaciones matriciales a través de arreglos de apuntadores en lenguaje C aunado a la cantidad de operaciones binarias que componen al filtro. El algoritmo Factor de Olvido Matricial es el que involucra más operaciones, un mayor número de matrices y tareas concurrentes.



**Fig. 8.** Complejidad temporal polinomial de los FDMTR (de arriba a abajo): Factor de Olvido Matricial, Variable Instrumental y Modos Deslizantes Tradicional

De acuerdo a este análisis computacional, los algoritmos de los FDTR y FDMTR son computables y de complejidad  $P$ , por lo tanto pueden implementarse en computadoras digitales con plataformas de Tiempo Real.

## 4 Conclusiones

Independientemente de la plataforma en Tiempo Real en que se implanten los FDTR y FDMTR, deben cumplir con: la interacción con procesos reales, emisión de repuestas correctas, sincronía con los procesos, un error de convergencia acotado por un valor predefinido y la expresión en forma recursiva para seguir la dinámica del proceso. Las restricciones temporales mínimas en los FDTR y FDMTR son: tiempo de muestreo, tiempo de ejecución, plazo mínimo, plazo máximo, tiempo de convergencia y plazo de convergencia.

El algoritmo Variable Instrumental se utiliza para estimar parámetros en sistemas invariantes en el tiempo con perturbaciones correlacionadas con la señal observable pero no entre ellas. Los tiempos de convergencia estuvieron acotados por una cota  $\Delta$  del error de estimación definida por las varianzas de las perturbaciones internas y externas; los tiempos de convergencia fueron los segundos más aceptables.

El algoritmo Factor de Olvido Matricial se utiliza para estimar parámetros variantes en el tiempo. El error de convergencia  $\Delta$  estuvo acotado en función del proceso real; en la estimación se apreció un pequeño defasamiento temporal respecto a los parámetros reales. Otro problema que se presentó en la implantación fue la elección de la mejor matriz de olvido  $R$ , debido a que se apreció cierta sensibilidad de hasta diezmilésimos en sus elementos, dando como resultado una deformación en la secuencia de la matriz de parámetros estimada o un disparo y una indeterminación en la ganancia  $\Gamma$ .

Como caso especial se presentó el algoritmo Modos Deslizantes Tradicional para estimación de parámetros con discontinuidades; se aplica para sistemas lineales con parámetros discontinuos. El tiempo de convergencia estuvo acotado por un  $\Delta$  predefinido con resultados muy buenos y próximos al vector de parámetros en función del incremento del tiempo.

El análisis temporal de los filtros se realizó con los tiempos máximos de ejecución medidos para 1000 iteraciones en cada caso; de igual manera, para la convergencia se repitieron 250 experimentos por cada algoritmo para obtener los tiempos de convergencia máximos. En base a esto se presentó un análisis computacional en función de su computabilidad y complejidad temporal. Los tres algoritmos son computables, mapean de los números reales a los números reales y a través de programas de cómputo con funciones recursivas (ciclos while) lograron implementarse y calcular respuestas en tiempos finitos. Los tres algoritmos estudiados tienen complejidad  $P$ , pueden resolverse en tiempos accesibles en función del número de variables que manejen. La complejidad temporal es mayor en el FDMTR Factor de Olvido Matricial, debido al manejo extensivo de operaciones matriciales mediante arreglos de apuntadores a dobles en C; enseguida se tiene el FDMTR Variable Instrumental, el número de operaciones matriciales es menor al MFF y se ve reflejado en sus tiempos de ejecución; finalmente se tiene el filtro Modos Deslizantes Tradicional, éste cuenta con el menor número de operaciones matriciales y por lo tanto con menor tiempo de ejecución.

La teoría y procedimientos presentados en esta tesis son generales y aplicables a todos los filtros digitales lineales que interactúen con procesos físicos reales, que impongan restricciones temporales y requieran ser descritos a través de los procedimientos de estimación o identificación de manera dinámica. Los aportes principales son:

- Formalización de los conceptos de Filtrado Digital en Tiempo Real para estimación de parámetros en sistemas estocásticos lineales estacionarios a través de los conceptos de FDTR y FDMTR,
- Definición de las características locales y globales en calidad de respuesta y tiempo de los FDTR y FDMTR:
  - o Características de las tareas,
  - o Sincronía,
  - o Periodos de muestreo,
  - o Tiempos de convergencia,
- Análisis computacional temporal de los FDMTR en función del tamaño de la matriz de parámetros a estimar.
- Procedimiento de implantación de un FDTR en un sistema operativo de tiempo real.

## Referencias

1. **Baras J.**, “*Symbolic and numeric Real-time signal processing*”, Technical Report University of Maryland, USA. pp 226, 1999
2. **Brookshead G.** “*Teoría de la Computación. Lenguajes formales, autómatas y complejidad*”. Marquette University, Prentice Hall, Addison Wesley, 1993.
3. **Burns A. and Wellings A.** *Real-time systems and programming languages*. University of York, Addison Wesley, 1997.
4. **Buttazzo G.** *Hard real-time computing systems*. Scuola Superiore S. Anna, Kluwer Academic Publishers, 1997.
5. **Caines P.** “*Linear Stochastic Systems*”. Ed. Wiley, Canada, 1986.
6. **Chui C., Chen G.** “*Kalman Filtering with Real-time Applications*”. Ed. Springer, USA, 1999.
7. **Cutland.** “*Computability: An introduction to recursive function theory*”, Cambridge, Inglaterra, Cambridge University Press, 1990.

8. **Ecker K. H.** "Overview on Distributed Real-time Systems. Requirements, Analysis, Specification, Operating Systems, Case Studies". Institute of Informatik, Technical University of Clausthal, Germany, 2000.
9. **Guevara P., Medel J. J., Cruz D.** "Modelo Dinámico para una Tarea en Tiempo Real". Revista Computación y Sistemas, ISSN 1405-5546, Vol. VIII No. 1, México, Septiembre de 2004
10. **Guevara P., Medel J. J., A. Flores.** "Un Modelo Dinámico para el Arribo de Tareas en Tiempo Real". Congreso Argentino de Ciencias de la Computación CACIC 3002, Rio de la Plata Argentina, Octubre, 2003.
11. **Gustafsson F.** "Adaptive filtering and change detection". Ed. John Wiley & Sons, LTD, Linkoping University Sweden, 2000.
12. **Haykin S.** Adaptive filter theory. Prentice Hall information and system sciences series, 1991.
13. **Ifeachor C., Jervis B.** "Digital Signal Processing, a Practical Approach", 1996.
14. **Kotel'nikov V. A.** "On the transmission capacity of "ether" and wire in electrocommunication ". Izd, Red. Upr. RKKA (Moscow URSS) (Material for the first all-union conference on questions of communications), vol. 44, 1933.
15. **Kuo B. C.** "Sistemas de control automático". Prentice Hall 7<sup>a</sup> edición, México, 1996.
16. **Liu J.** "Real-time Systems" Ed. Prentice Hall USA, 2000.
17. **Liu C., Layland J.** "Scheduling algorithms for multiprogramming in hard-real-time environment". Journal of the ACM, Vol. 20, No. 4, 1973, pp273-250.
18. **Medel J. J.** "Análisis de dos métodos de estimación para sistemas lineales estacionarios e invariantes en el tiempo con perturbaciones correlacionadas con el estado observable del tipo: Una entrada una salida" Computación y Sistemas volumen 6 número 1, México, 2002.
19. **Medel J., Guevara P., Flores A.** "Constraints for Real-time Digital Filters". Automatic Control and Computer Sciences AVT, Vol. 37, No. 5 pages 63-69 ISSN 0132-4160, September 2003, (ISI), Latvia.
20. **Medel J., Guevara P., Flores A.** "Caracterización de Filtros Digitales en Tiempo Real para Computadoras Digitales". Revista Computación y Sistemas, ISSN 1405-5546, Vol. VII No. 3, México, Marzo de 2004.
21. **Medel J., Guevara P., Poznyak A.** "Real-time Multivariable Digital Filter using Matrix Forgetting Factor and Instrumental Variable". Automatic Control and Computer Sciences Vol. 38, No. 1 pages 63-69 ISSN 0132-4160, February. 2004, (ISI), Latvia.
22. **Nyquist, H.** Certain Topics in Telegraph Transmission Theory. USA. AIEE Transactions, 1928.
23. **K. Ogata.** "Teoría de Control Moderno". USA, 1980.
24. **Papoulis A., Bertrán M.** "Sistemas y circuitos", Ed. Marcombo, 1<sup>a</sup> edición, España, 1989.
25. **QNX Real-time Platform and QNX Neutrino 2003.** QNX LTD software, Canada. <http://www.qnx.com>
26. **Shannon C. E.** "A mathematical theory of communication". Bell Syst. Tech. J. vol. 27, pp. 379-423, 623-656, July-Oct, 1948.
27. **Stephan J., Bodson M.** "Real-time estimation of the parameters and fluxes of induction motors". IEEE Transactions on industry applications, vol. 30, no. 3, May/June 1994, USA.
28. **Takahashi K., Sakaguchi T., Ohya J.** "Real-time estimation of human body postures using Kalman filter". 8<sup>th</sup> International Workshop on Robot and Human Interaction, September 27-29, 1999 Italy.
29. **Whittaker E. T.** "On the functions which are represented by the expansion of interpolation theory". In Proc. Roy. Soc. Edinburgh, vol. 35, pp. 181-194, 1915.



**Pedro Guevara López.** Es Doctor (2004) y Maestro en Ciencias (1999) de la Computación (Sistemas de Control en Tiempo Real) egresado del Centro de Investigación en Computación, es Ingeniero Electricista (1997) (Sistemas Eléctricos de Potencia) egresado de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica y Técnico Electricista (1992), todos del Instituto Politécnico Nacional en México. Entre sus publicaciones destacan un libro, cinco artículos en revistas con arbitraje estricto (ISI y/o CONACyT) y cerca de treinta artículos en extenso presentados en congresos nacionales e internacionales; además ha dirigido tesis de Maestría y proyectos de investigación en Ciencias de la Computación. Sus áreas de investigación son: Sistemas en Tiempo Real, Filtrado Digital y Teoría de Control.



**José de Jesús Medel Juárez.** Es Doctor (1998) y Maestro en Ciencias (1996) en Ingeniería Eléctrica (Control Automático) egresado del Centro de Investigación y Estudios Avanzados, es Ingeniero Aeronáutico (1994) egresado de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, todos del Instituto Politécnico Nacional en México, Actualmente es Subdirector de Investigación Tecnológica del Centro de Investigación e Innovación Tecnológica y Profesor Titular C del Centro de Investigación en Computación, ambos del IPN. Entre sus publicaciones destacan un libro, una decena de artículos en revistas con arbitraje estricto (ISI y/o CONACyT), cerca de cuarenta artículos en extenso presentados en congresos nacionales e internacionales y diversas publicaciones de divulgación científica; además ha dirigido varias tesis de Doctorado y Maestría y dirigido proyectos de investigación. Cuenta con numerosos reconocimientos logrados gracias a su labor científica: SNI nivel I, los títulos honoríficos de Magíster en Gestión Educativa y Honorable Educador Iberoamericano otorgados por el Consejo Iberoamericano en Honor a la Calidad Educativa, es revisor de proyectos CONACYT y tuvo el premio de primer lugar al mejor artículo de alumnos de doctorado otorgado por el CINVESTAV. Sus áreas de investigación son: Filtrado Digital, Teoría de Control y Sistemas en Tiempo Real.