

Índice para la identificación de fuentes armónicas en sistemas eléctricos de potencia empleando estimación de estado con error en las mediciones

Luis Alberto Hernández Armenta, David Romero Romero, Jaime Robles García

Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Ingeniería Eléctrica,
Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Distrito Federal,
México

gorson1@hotmail.com, dromero@ieee.org, jarobles@ipn.mx

Resumen. En este artículo se muestra que la Distorsión Armónica Total (THD) de la corriente es un índice confiable para identificar la ubicación de las fuentes armónicas en una red de potencia. Se prueba que los estimadores de armónicas fallan al identificar fuentes de armónicas al tener error en las mediciones. Se presenta un sistema de 14 nodos con dos fuentes de armónicas resuelto con dos métodos.

Palabras clave. THD, fuentes de armónicas, estimación de estado, método de inyecciones de corriente armónica, estimador de armónicas.

Identification of Harmonic Sources in Electrical Power Systems Using State Estimation with Measurement Error

Abstract. In this article we show that the Total Harmonic Distortion (THD) of the current is a reliable index to identify the location of harmonic sources in a power system. It is proved that the harmonic estimators fail to identify harmonic source measurement errors. A 14 node system with two sources of harmonic solved by two methods is tested.

Keywords. THD, harmonic sources, state estimation, harmonic current injection method, harmonic state estimation.

1. Introducción

Debido al incremento de las cargas no lineales y dispositivos controlados por electrónica de potencia se han desarrollado diferentes métodos para localizar las fuentes de armónicas en Sistemas de Potencia [1-19]. Estos métodos se

pueden emplear para ubicar las fuentes de armónicas, y así realizar estudios en la red, o resolver los problemas generados por ellas.

Las compañías suministradoras no siempre conocen la ubicación de las fuentes de armónicas, mismas que pueden no cumplir con los estándares de calidad.

Los estimadores de armónicas se basan en el método de inyecciones de corrientes, propuesto por Mahmoud en [15], el cual enuncia que los nodos donde no se tiene conectada una carga no lineal (o fuente de armónicas), tendrán una corriente armónica nodal igual a cero, esta consideración se emplea como índice para identificar las fuentes de armónicas [1-19].

Desafortunadamente los estimadores de armónicas son susceptibles a los errores en las mediciones, lo que lleva a no identificar la ubicación de las fuentes y a obtener resultados poco confiables durante los estudios [10-14]. Debido a este problema se han propuesto diferentes soluciones, como la ponderación de las mediciones [9-11], o la norma euclidiana [12].

Los métodos propuestos por Heydt en [1, 2] no fueron probados con error en mediciones. En [10-14] se observó que ante mediciones erróneas la estimación por ambos métodos era poco confiable. Por ello, se agregó el cálculo del THD de la corriente a los métodos propuestos por Heydt y Nguyen *et al.*

Los resultados en este trabajo muestran que el THD de la corriente es un índice confiable para localizar fuentes armónicas, aún ante mediciones con error. Utilizando un índice de THD de corriente

mayor a 15% (límite establecido por el Estándar IEEE 519-1992 [21]) se identifican fuentes de armónicas consistentemente.

2. Definición de la distorsión armónica total (THD)

El THD se define como la sumatoria del valor RMS de las armónicas al cuadrado sobre el valor RMS de la fundamental:

$$THD = \frac{1}{C_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} C_n^2}$$

El THD es una medida que indica la contaminación armónica en un nodo con respecto de la fundamental, por esta razón, también puede ser usado como índice para localizar las fuentes de armónicas en un sistema de potencia.

3. Método de cuadrados mínimos para la identificación de fuentes armónicas

Los métodos empleados en este trabajo para localizar fuentes de armónicas en los Sistemas de Potencia son el propuesto por Heydt en [1, 2].

Ambos métodos parten de la ecuación empleada para resolver el problema de flujos armónicos usando la técnica de inyecciones de corriente [20]:

$$I_h = Y_h V_h, \tag{1}$$

donde:

$I_h \in \mathbb{C}^n$, es el vector que contiene las corrientes nodales inyectadas por las fuentes de armónicas,

$Y_h \in \mathbb{C}^{n \times n}$, es la matriz Y_{bus} afectada por las armónicas en la red,

$V_h \in \mathbb{C}^n$, es el vector que contiene los voltajes armónicos nodales,

n es el número de nodos de la red,

h es el número de armónicas.

El índice que emplean estos métodos para ubicar las fuentes de armónicas es la magnitud de la corriente armónica, esto es, donde no esté

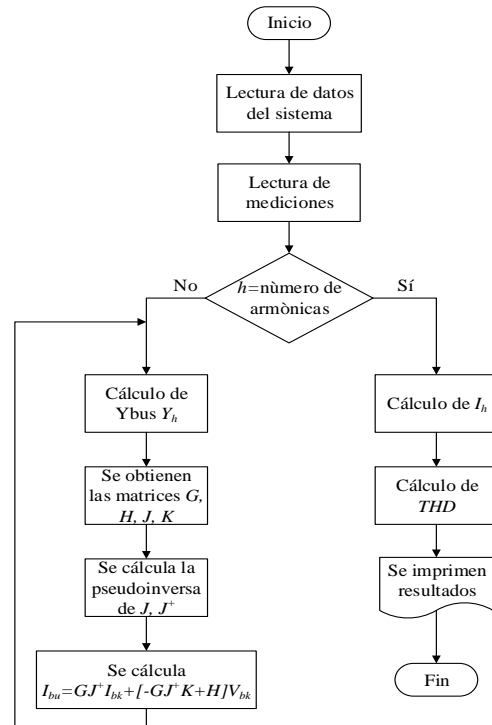


Fig. 1. Diagrama de flujo del método propuesto en [1]

una fuente de armónicas conectada se tendrá una magnitud de corriente igual o cercana a cero, mientras que para el caso contrario se tendrá una corriente diferente de cero.

A continuación se explican con más detalle ambos métodos.

a) Método propuesto por Heydt en [1]

Si se reacomoda (1) agrupando los datos conocidos y los desconocidos se tiene [1]

$$\begin{bmatrix} I_{bu_h} \\ V_{bu_h} \end{bmatrix} = Y_h V_h = \begin{bmatrix} G_h & H_h \\ J_h & K_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{bu_h} \\ V_{bk_h} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

donde:

$I_{bk_h} \in \mathbb{C}^m$, $V_{bk_h} \in \mathbb{C}^m$ son vectores que contienen corrientes y voltajes armónicos medidos en los nodos,

$I_{bu_h} \in \mathbb{C}^u$, $V_{bu_h} \in \mathbb{C}^u$ son vectores de corrientes y voltajes nodales armónicos desconocidos,

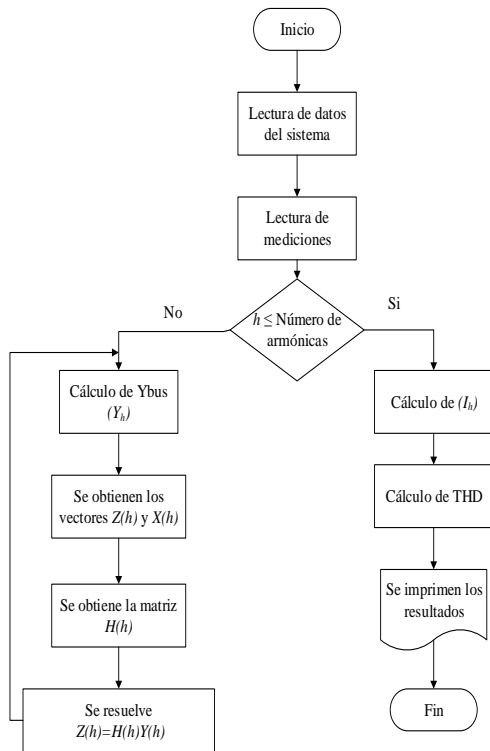


Fig. 2. Diagrama de flujo del método propuesto en [2]

$G_h \in \mathbb{C}^{u \times u}, H_h \in \mathbb{C}^{u \times m}, J_h \in \mathbb{C}^{m \times u}, K_h \in \mathbb{C}^{m \times m}$
 Son sub-matrices que se obtienen al reacomodar la matriz Y_n ,
 m es el número de mediciones nodales,
 u es el número de datos desconocidos.

Resolviendo en el sentido de mínimos cuadrados:

$$I_{bu_h} = G_h J_h^+ I_{bk_h} + [-G_h J_h^+ K_h + H_h] V_{bk_h}. \quad (3)$$

En (3) es necesario usar la definición de la pseudoinversa de J , ya que esta matriz no es cuadrada [1, 23-24].

En (3), $J_h^+ \in \mathbb{C}^{u \times m}$, es la pseudoinversa de J_h y se define como $J_h^+ = [J_h^T J_h]^{-1} J_h^T$ [1, 23-24].

El Diagrama de flujo del método se muestra en la Figura 1.

Este proceso no es iterativo, por lo que el resultado se obtiene en forma directa para cada armónica del sistema.

Las mediciones de corriente y voltaje armónica se encuentran en el mismo nodo.

Con este método solo se estiman las corrientes armónicas desconocidas, por lo que es necesario usar (1) para conocer los voltajes armónicos que se desconocen.

b) Método propuesto por Nguyen *et al.* en [2]

Según lo planteado en [2], se pueden tener mediciones de voltajes y corrientes armónicas en un mismo nodo, o sólo una de ellas. A partir de la ecuación (1), se identifican las variables medidas y desconocidas en cada nodo, y a través de una serie de despejes algebraicos detallados en [20], se tiene:

$$Z_h = A_h X_h, \quad (4)$$

donde:

$A_h \in \mathbb{C}^{n \times n}$, es la matriz de estado,
 $Z_h \in \mathbb{C}^u$, es el vector de mediciones,
 $X_h \in \mathbb{C}^u$, es el vector de variables a estimar.

Por ejemplo se tienen 4 nodos con las siguientes variables: en el nodo 1 $\{\bar{V}_1, \bar{I}_1\}$, nodo 2 $\{\bar{V}_2, \bar{I}_2\}$, nodo 3 $\{\bar{V}_3, \bar{I}_3\}$ y nodo 4 $\{\bar{V}_4, \bar{I}_4\}$; donde $\bar{}$ es un dato conocido o medido.

Acomodando los conjuntos con (1)

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix}_h \quad (5)$$

Resolviendo en el sentido de cuadrados mínimos

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_{13} & Y_{14} \\ -1 & 0 & Y_{23} & Y_{24} \\ 0 & 0 & Y_{33} & Y_{34} \\ 0 & -1 & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} \bar{I}_2 \\ \bar{I}_4 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} -Y_{11} \bar{V}_1 - Y_{12} \bar{V}_2 + \bar{I}_1 \\ -Y_{21} \bar{V}_1 - Y_{22} \bar{V}_2 \\ -Y_{31} \bar{V}_1 - Y_{32} \bar{V}_2 + \bar{I}_3 \\ -Y_{41} \bar{V}_1 - Y_{42} \bar{V}_2 \end{bmatrix}_h$$

donde:

$$A_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_{13} & Y_{14} \\ -1 & 0 & Y_{23} & Y_{24} \\ 0 & 0 & Y_{33} & Y_{34} \\ 0 & -1 & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}_h$$

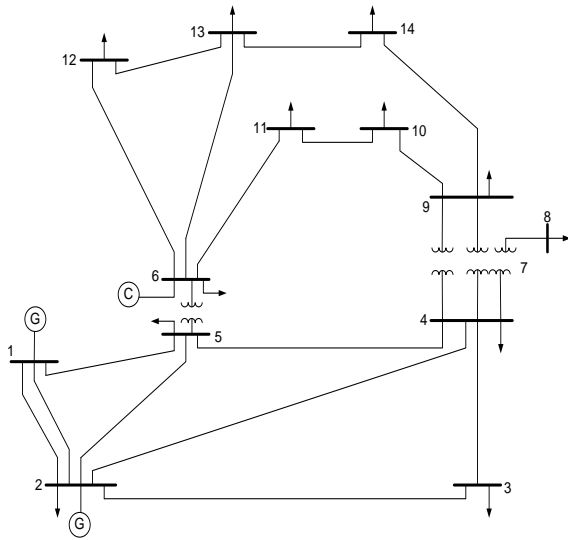


Fig. 3. Sistema de prueba de 14 nodos

$$Z_h = \begin{bmatrix} -Y_{11}\bar{V}_1 - Y_{12}\bar{V}_2 + \bar{I}_1 \\ -Y_{21}\bar{V}_1 - Y_{22}\bar{V}_2 \\ -Y_{31}\bar{V}_1 - Y_{32}\bar{V}_2 + \bar{I}_3 \\ -Y_{41}\bar{V}_1 - Y_{42}\bar{V}_2 \end{bmatrix}_h,$$

$$X_h = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}.$$

En la Figura 2 se muestra el diagrama de flujo del método.

Este método no es iterativo, por lo que se obtiene el resultado para cada armónica de la red.

4. Sistema de prueba

Se probó el sistema mostrado en la Figura 3; el cual tiene conectadas dos fuentes de armónicas, un compensador estático de Vars en el nodo 8 y un horno de arco al inicio de la fundición en el nodo 12.

La Tabla 1 muestra los datos del compensador estático de Vars y la Tabla 2 los del horno de arco [21]. Los datos del sistema de prueba se encuentran en [22].

Los voltajes armónicos usados como medición tienen un error de $\pm 1\%$, como en [10], distribuidos uniformemente.

Tabla 1. Corriente Armónica del compensador estático de Vars [16]

Armónica	% de la corriente fundamenta	Desfasamiento
5	7.02	46.92
7	2.5	-29.87
11	1.36	-23.75
13	0.75	71.5
17	0.62	77.12
19	0.32	173.43
23	0.43	178.02
25	0.13	-83.45
29	0.4	-80.45

Tabla 2. Corriente Armónica del horno de arco (arco activo) [16]

Armónica	% de la corriente fundamental
2	7.7
3	5.8
4	2.5
5	4.1
7	3.1

4.1. Estimación por el método de Heydt

Se realizó la estimación del sistema de la Figura 3 por el método de Heydt, en el cual se estimaron las corrientes mostradas en la Tabla 3.

Como se observa en la Tabla 3, no es posible identificar los nodos donde están conectadas las fuentes de armónicas, ya que según la estimación se tienen cuatro fuentes de armónicas en los nodos 1, 8, 9 y 12, lo que se sabe es erróneo ya que sólo se tienen dos fuentes conectadas en los nodos 8 y 12.

En las Tablas 4, 5, 6 y 7 se comparan las corrientes estimadas contra las reales.

Al comparar las corrientes armónicas de las fuentes contra las estimadas se nota que los resultados dados por el estimador son correctos, aunque no fue posible localizar estas fuentes con el estimador, por lo que se considera necesario encontrar un índice capaz de encontrar la ubicación de estas fuentes.

Tabla 3. Corrientes Armónicas estimadas por el método de Heydt

Arm.	Nodo	Mag. de Corriente	Ang. de la Corriente
2	1	0.08298	133.7696
	8	0.06605	142.2545
	9	0.07517	-25.1934
	12	3.39417	28.23921
3	1	0.03989	-44.44376
	8	0.02578	-54.93373
	9	0.01228	105.4776
	12	2.55599	28.14369
4	1	0.00822	-63.86726
	8	0.00327	-91.25997
	9	0.00789	-17.45881
	12	1.08426	28.23454
5	1	0.01205	-48.29588
	8	0.49751	153.0916
	9	0.01752	147.8945
	12	1.79121	28.33512
7	1	0.0084	-121.4455
	8	0.17144	76.69427
	9	0.00873	55.12547
	12	1.35939	28.29991
11	1	0.00013	84.3364
	8	0.09979	81.75117
	9	0.00017	-95.42718
	12	0.00005	-94.55869
13	1	0.00002	179.2567
	8	0.05467	176.9946
	9	0.00014	-9.13673
	12	0.00004	2.47943
17	1	0.00002	-9.60823
	8	0.04557	-177.3744
	9	0.00004	173.7019
	12	0.00001	172.3275
19	1	0.00001	52.54
	8	0.02318	-81.05453
	9	0.00006	97.27443
	12	0.00003	-96.72175
23	1	0.00002	-62.76256
	8	0.0156	-76.50397
	9	0.00009	142.9397
	12	0.00001	100.2077
25	1	0	-156.9209
	8	0.00949	22.06505
	9	0.00002	-168.6933
	12	0	5.10247
29	1	0	97.11563
	8	0.02913	25.06145
	9	0.00032	-156.9266
	12	0.00003	25.62375

Tabla 4. Comparación de la magnitud de la corriente del Compensador Estático de Vars contra las estimadas por el método de Heydt

Armónica	Mag. de Corriente estimada	Mag. de Corriente real	Error de la mag.
5	0.49751	0.51213	0.01462
7	0.17144	0.18238	0.01094
11	0.09979	0.0992	0.00059
13	0.05467	0.0547	0.00003
17	0.04557	0.04523	0.00034
19	0.02318	0.02335	0.00017
23	0.03156	0.03137	0.0002
25	0.00949	0.00948	0.00001
29	0.02913	0.02918	0.00005

Tabla 5. Comparación del ángulo de la corriente del Compensador Estático de Vars contra las estimadas por el método de Heydt

Armónica	Ang. de Corriente estimada	Ang. de Corriente real	Error del Ang.
5	153.0916	152.43	0.6616
7	76.69427	75.64	1.05427
11	81.75117	81.76	0.00883
13	176.9946	177.01	0.0154
17	-177.374	-177.37	0.004
19	-81.0545	-81.06	0.0055
23	-76.5039	-76.47	0.0339
25	22.06505	22.06	0.00505
29	25.0614	25.06	0.0014

Tabla 6. Comparación de la magnitud de la corriente del Horno de Arco contra las estimadas por el método de Heydt

Armónica	Mag. de Corriente estimada	Mag. de Corriente real	Error de la mag.
2	3.39417	3.37811	0.01606
3	2.54681	2.54455	0.00226
4	1.09428	1.09679	0.00251
5	1.79121	1.79874	0.00753
7	1.35939	1.36002	0.00063

Tabla 7. Comparación del ángulo de la corriente del Horno de Arco contra las estimadas por el método de Heydt

Armónica	Ang. de Corriente estimada	Ang. de Corriente real	Error del Ang.
2	28.23921	28.28	0.04079
3	28.14369	28.28	0.13631
4	28.23454	28.28	0.04546
5	28.33512	28.28	0.05512
7	28.29991	28.28	0.01991

Tabla 8. THD de la corriente obtenido por el método de Heydt

Nodo	%THD
1	0.037696
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	58.71343
9	0.237025
10	0
11	0
12	81.46159
13	0
14	0

Como se puede observar, al introducir el $\pm 1\%$ de error a las mediciones, no fue posible localizar las fuentes de armónicas usando el estimador propuesto por Heydt. Esto puede ser debido a que el estimador es determinista, y por lo tanto cualquier error en las mediciones puede causar una falla en el estimador.

La Tabla 8 contiene el índice de THD de la corriente obtenido para este sistema. El THD fue calculado con las corrientes de la Tabla 3.

Según el Estándar 519-1992 [21], el caso más crítico permitido de THD de corriente es de 15%; al observar la Tabla 8 se encuentra que en los nodos 8 y 12 se ha sobrepasado este límite, y es

Tabla 9. Corrientes Armónicas estimadas por el método de Nguyen *et al.*

Arm.	Nodo	Mag. de Corriente	Ang. de la Corriente
2	1	0.03717	-37.60175
	6	0.02490	51.83755
	8	0.00325	141.8626
	12	3.37335	28.25599
3	1	0.02181	-53.53283
	6	0.04263	26.16845
	8	0.00625	-46.34006
	12	2.49985	28.40857
4	1	0.00867	-61.83349
	6	0.00453	101.5283
	8	0.00294	120.2445
	12	1.08887	28.2718
5	1	0.01147	125.8842
	6	0.00783	-163.418
	8	0.51235	152.5023
	12	1.79977	28.25566
7	1	0.00053	5.88108
	6	0.01431	-102.0637
	8	0.17946	75.76572
	12	1.37011	28.34149
1	1	0.00009	-93.87218
	6	0.00033	85.24734
	8	0.09867	81.76891
	12	0.00015	-97.33141
3	1	0	112.1194
	6	0.00604	177.5522
	8	0.05472	177.0128
	12	0.00003	-4.14942
7	1	0.00001	167.4281
	6	0.00013	-173.9938
	8	0.04579	-177.3746
	12	0.00002	5.57186
19	1	0.00009	74.35248
	6	0.00001	31.91008
	8	0.02334	-81.06422
	12	0	81.57634
23	1	0.00013	-64.1489
	6	0.00002	-56.52486
	8	0.03158	-76.4709
	12	0.00003	112.0057
25	1	0.00003	-156.4541
	6	0.00005	23.14057
	8	0.00951	22.05853
	12	0	-157-5783
29	1	0.00003	-155.201
	6	0.00007	29.1994
	8	0.02951	25.05937
	12	0	-94.47672

en ellos donde se encuentran las fuentes de armónicas. Por lo mencionado, con el THD de

corriente fue posible encontrar la ubicación de las fuentes de armónicas.

4.2. Estimación por el método de Nguyen *et al.*

Se implementó también el método de Nguyen *et al.* para llevar a cabo la identificación de las

fuentes armónicas del sistema de la Figura 3, empleando la estimación de estado.

Las corrientes estimadas por este método se encuentran en la Tabla 9.

Tabla 10. Comparación de la magnitud de la corriente del Compensador Estático de Vars contra las estimadas por el método de Nguyen *et al.*

Armónica	Mag. de Corriente estimada	Mag. de Corriente real	Error de la mag.
5	0.51235	0.51213	0.00022
7	0.17946	0.18238	0.00292
11	0.09867	0.0992	0.00053
13	0.05472	0.05471	0.00001
17	0.04579	0.04523	0.00056
19	0.02334	0.02335	0.00001
23	0.03158	0.03137	0.00021
25	0.00951	0.00948	0.00003
29	0.02951	0.02918	0.00033

Tabla 11. Comparación del ángulo de la corriente del Compensador Estático de Vars contra las estimadas por el método de Nguyen *et al.*

Armónica	Ang. de Corriente estimada	Ang. de Corriente real	Error del Ang.
5	152.5023	152.43	0.0723
7	75.76572	75.64	0.12572
11	81.76891	81.76	0.00891
13	177.0128	177.01	0.0028
17	-177.375	-177.37	0.005
19	-81.0642	-81.06	0.0042
23	-76.4709	-76.47	0.0009
25	22.05853	22.06	0.00147
29	25.05937	25.06	0.00063

Tabla 12. Comparación de la magnitud de la corriente del Horno de Arco contra las estimadas por el método de Nguyen *et al.*

Armónica	Mag. de Corriente estimada	Mag. de Corriente real	Error de la mag.
2	3.37335	3.37811	0.00476
3	2.49985	2.54455	0.0447
4	1.08887	1.09679	0.00792
5	1.79977	1.79874	0.00103
7	1.37011	1.36002	0.01009

Tabla 13. Comparación del ángulo de la corriente del Horno de Arco contra las estimadas por el método de Nguyen *et al.*

Armónica	Ang. de Corriente estimada	Ang. de Corriente real	Error del Ang.
2	28.25599	28.28	0.02401
3	28.40857	28.28	0.12857
4	28.2718	28.28	0.0082
5	28.25566	28.28	0.02434
7	28.34149	28.28	0.06149

Tabla 14. THD de la corriente obtenido por el método de Nguyen *et al.*

Nodo	%THD
1	0.018307
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0.123362
7	0
8	59.9417
9	0
10	0
11	0
12	81.36157
13	0
14	0

Como se observa en la Tabla 9, no es posible identificar la ubicación de las fuentes armónicas, ya que en los resultados obtenidos al realizar la estimación, se encuentra que se tienen fuentes de armónicas en los nodos 1, 6, 8 y 12. Estos resultados no son correctos, ya que sólo se tienen fuentes de armónicas conectadas en los nodos 8 y 12.

En las Tablas 10, 11, 12 y 13 se comparan las corrientes de las fuentes armónicas estimadas contra las reales. Como se observa al comparar los resultados estimados con los reales son exactos, aunque el estimador no pudo identificar la ubicación de las fuentes de armónicas por lo que se considera necesario considerar otro índice que pueda dar resultados más confiables.

Al igual que en el método de Heydt, al introducir un error de $\pm 1\%$ a las mediciones, no fue posible encontrar la localización de las fuentes de armónicas. La explicación es la misma que se expuso líneas arriba, estos métodos son deterministas, y son susceptibles ante el error de las mediciones.

La tabla 14 contiene el THD de la corriente para todos los nodos de la red, mismo que se busca emplear como índice para conocer la ubicación de las fuentes de armónicas. Este índice fue calculado con las corrientes estimadas de la Tabla 9.

Al observar la tabla 14, los nodos 8 y 12 sobrepasan el 15% de THD de corriente permitido por el Estándar 519-1992 de la IEEE [21], que como se dijo anteriormente es donde se encuentran las fuentes de armónicas.

5. Conclusiones

Se demuestra que el índice THD de la corriente es un índice para identificar la ubicación fuentes de armónicas en una red de potencia, aun cuando se tengan mediciones con error.

Como se demostró con los métodos empleados para la identificación de fuentes armónicas, al introducir error en las mediciones no es posible estimar confiablemente la ubicación de las fuentes de armónicas.

Agradecimientos

Agradecemos a los revisores de este artículo por sus valiosos comentarios que han mejorado este trabajo.

Referencias

1. Heydt, G.T. (1989). Identification of Harmonic Sources by a State Estimation Technique. *Transaction on Power Delivery*, IEEE, Vol. 4, No. 1, pp. 569–576. DOI: 10.1109/ICSPC.2007.4728416
2. Nguyen, H.T., Yang, J.J., & Choi, S.S. (2010). On Harmonic State Estimation and the Evaluation of Harmonic Power Contribution from Sources.

- Power and Energy Society Meeting, IEEE. DOI: 10.1109/PES.2010.5589637
3. **Du, Z.P., Arrillaga, J., Watson, N.R., & Chen, S. (1999).** Identification of Harmonic Sources of Power Systems Using State Estimation. *Proceedings Generation Transmission and Distribution*, IEEE, Vol. 146, No. 1, pp. 7–12. DOI: 10.1049/ip.gtd:19990061
 4. **Sakis, A.P., Zhang, F., & Zelingher, S. (1994).** Power System Harmonic State Estimation. *Transactions on Power Delivery*, IEEE, Vol. 9, No. 3, pp. 1701–1709. DOI: 10.1109/61.311191
 5. **Lobos, T., Kozina, T., & Koglin, H.J. (1999).** Power System Harmonic State Estimation Using Linear Least Square Method and SVD. *Proceedings Generation Transmission and Distribution*, IEEE, Vol. 148, No. 6, pp. 567–572. DOI: 10.1049/ip-gtd:20010563
 6. **Zhang, Y., Xu, Y., & Xu, Y. (2011).** Research on Power System Harmonic State Estimation. *International Conference on Power System Technology*, IEEE. DOI: 10.1109/DRPT.2011.5993962
 7. **Liao, H. (2007).** Power System Harmonic State Estimation and Observability Analysis via Sparsity Maximization. *Transactions on Power Systems*, IEEE, Vol. 22, No. 1, pp. 15–23. DOI: 10.1109/TPWRS.2006.887957
 8. **Hou, S., Xu, Z., Lv., H., Jiang Z., & Wang, L. (2006).** Research into Harmonic State Estimation in Power System Based on PMU and SVD. *International Conference on Power System Technology*, IEEE. DOI: 10.1109/ICPST.2006.321871
 9. **Moghadasian, M., Mokhtari, H., & Baladi, A. (2010).** Power System Harmonic State Estimation Using WLS and SVD; A practical Approach. *14th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, IEEE. DOI: 10.1109/ICHQP.2010.5625307
 10. **Kanao, N., Yamashita, M., Yanagida, H., & Muzykami, M. (2005).** Power System Harmonic Analysis Using State-Estimation Method for Japanese Field Data. *Transactions on Power Delivery*, IEEE, Vol. 2, No. 2, pp. 970–977. DOI: 10.1109/TPWRD.2004.838632
 11. **Kent, K.C., Neville, R.W., & Arrillaga, J. (2005).** Error Analysis in Static Harmonic State Estimation: A Statistical Approach. *Transactions on Power Delivery*, IEEE, Vol. 20, No. 2, pp. 1045–1050. DOI: 10.1109/ICSPC.2007.4728416
 12. **Kumar, A., Das, B., & Sharma, J. (2004).** Determination of location of Multiple Harmonic Sources in a Power System. *Electric Power Delivery Systems*, Vol. 26, pp. 73–78.
 13. **Jain, S.K. & Singh, S.N. (2011).** Harmonic Estimation in Emerging Power Systems: Key Issues and Challenges. *Electric Power System Research*, Vol. 81, pp. 1754–1756.
 14. **Hernández, L.A. (2012).** *Identificación de Fuentes Armónicas por Métodos de Estimación en Sistemas Eléctricos de Potencia*. Tesis, SEPI-ESIME Zacatenco, IPN.
 15. **Arruda, F.E., Nagan, N., & Ribeiro, P.F. (2010).** Three-phase Harmonic Distortion State Estimation Algorithm Based on Evolutionary Estrategies. *Electric Power System Research*, Vol. 80, pp. 1024–1032.
 16. **Dag, O., Uçac, E., & Usta, Ö. (2012).** Harmonic Source Location and meter placement optimization by impedance network approach. *Elect. Eng.*, Vol. 94, pp. 1–10.
 17. **Rakpenthai, C., Uatrongjit, S., Watson, N.R., & Premrudeepreechacharn, S. (2013).** On Harmonic State Estimation of Power System with Uncertain Network Parameters. *Transaction on Power Systems*, IEEE, Vol. 28, No. 4, pp. 4829–4838.
 18. **Gursor, E. & Niebur, D. (2009).** Harmonic Load Identification Using Complex Independent Component Analysis. *Transactions on Power Delivery*, IEEE, Vol. 24, No. 1, pp. 285–292.
 19. **D’Antona, G., Muscas, C., & Sulis, S. (2011).** Localization of Nonlinear Loads in Electric Systems through Harmonic Source Estimation. *Transactions on instrumentation and measurements*, IEEE, Vol. 60, No. 10.
 20. **Mahmoud, A.A. & Schultz, R.D. (1982).** A Method for Analyzing Harmonic Distribution in A.C. Power Systems. *Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, Vol. PAS-101, No. 6, pp. 1815–1824.
 21. **IEEE STD 519-1992 (1993).** *IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*.
 22. **Task Force on Harmonic Modeling and Simulation (1996).** Modeling and Simulation of the Propagation of Harmonics in Electric Power Networks. *Transactions on Power Delivery*, IEEE, Vol. 11, No. 1, pp 452–465.
 23. **Moore, R.H (1920).** On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society*, Vol. 26, pp. 394–395.
 24. **Penrose, R. (1955).** A generalized inverse for the matrices. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 51, pp. 406–413.

Luis Alberto Hernández Armenta es ingeniero electricista (2010) por el Instituto Politécnico Nacional. Estudiante del programa de graduados en Ingeniería Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional. Áreas de interés: Calidad de la Energía, Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia, Análisis Armónico de Sistemas Eléctricos de Potencia y Estimación de Estado.

David Romero Romero es ingeniero electricista (1974) por el Instituto Politécnico Nacional. M. en C. 1976, Instituto Politécnico Nacional. PhD. D. 1984 Universidad de Purdue en Indiana, E.U.A. Profesor investigador del programa de graduados en Ingeniería Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional en la ciudad de México. Áreas de interés:

Análisis Estocástico de Sistemas Eléctricos de Potencia, el Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia y el Control Inteligente.

Jaime Robles García es ingeniero electricista (1987) por el Instituto Politécnico Nacional, M. en C. 1993, PhD. 1996, Instituto Politécnico Nacional. Profesor investigador y Jefe del programa de graduados en Ingeniería Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional en la Ciudad de México. Áreas de interés: Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencias, Sistemas inteligentes y sus aplicaciones en el Sistema Eléctrico de Potencia.

*Artículo recibido el 17/10/2013; aceptado el 01/12/2014.
Autor de correspondencia es Luis A. Hernández Armenta.*