

# Modelación matemática del transporte de fluidos bifásicos a través de medios fracturados: sistema de placas paralelas irregulares

Suárez-Domínguez, Edgardo Jonathan; Palacio-Pérez, Arturo; Pérez-Sánchez, Josué Francisco;  
Izquierdo-Kulich, Elena Francisca

Modelación matemática del transporte de fluidos bifásicos a través de medios fracturados: sistema de placas paralelas irregulares

Ciencias Exactas y Aplicadas

CIENCIA *ergo-sum*, vol. 29, núm. 1, marzo-junio 2022 | e151

Universidad Autónoma del Estado de México, México

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional.



Suárez-Domínguez, E. J., Palacio-Pérez, A., Pérez-Sánchez, J. F. e Izquierdo-Kulich, E. F. (2022). Modelación matemática del transporte de fluidos bifásicos a través de medios fracturados: sistema de placas paralelas irregulares. *CIENCIA ergo-sum*, 29(1). <https://doi.org/10.30878/ces.v29n1a7>

# Modelación matemática del transporte de fluidos bifásicos a través de medios fracturados: sistema de placas paralelas irregulares

## Mathematical modeling of two-phase fluid transport through fractured media: irregular parallel plate system

*Edgardo Jonathan Suárez-Domínguez*

*Universidad Autónoma de Tamaulipas, México*

*edgardo.suarez@docentes.uat.edu.mx*

 <http://orcid.org/0000-0002-1342-5732>

Recepción: 20 de septiembre de 2019

Aprobación: 3 de febrero de 2021

*Arturo Palacio-Pérez*

*Universidad Nacional Autónoma de México, México*

*apalacio.p@iingen.unam.mx*

 <http://orcid.org/0000-0002-4093-6634>

*Josué Francisco Pérez-Sánchez*

*Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, México*

*jfperez@live.com.mx*

 <http://orcid.org/0000-0001-9828-3456>

*Elena Francisca Izquierdo-Kulich*

*Universidad de la Habana, Cuba*

*elenai.k@fq.uh.cu*

 <http://orcid.org/0000-0002-3681-3965>

### RESUMEN

Se desarrolla un modelo matemático para predecir el comportamiento del flujo bifásico a través de un medio fracturado que se analiza como un sistema de placas paralelas irregulares mediante la dimensión fractal perpendicular y longitudinal al flujo. Los resultados predicen un patrón de flujo anular simétrico cuando se inyecta un fluido con mayor afinidad por la pared. Para fluidos con igual afinidad, esto se logra si el fluido menos viscoso se inyecta en la pared. El modelo puede describir la inyección de agua en yacimientos fracturados para incrementar la producción de crudo y, en comparación con otros, permite estimar el gradiente de presión, los perfiles de velocidad y el flujo máscio de sistemas bifásicos.

**PALABRAS CLAVE:** flujo en medio fracturado, yacimiento fractal, crudo pesado.

### ABSTRACT

A mathematical model was developed to predict the behavior of biphasic flow through a fractured medium analyzed as a system of irregular parallel plates with the fractal dimension perpendicular and longitudinal to the flow. The results predict a symmetric annular flow pattern when a fluid with higher affinity is injected into the wall. The same behavior is achieved for liquids with equal affinity to the wall if the less viscous fluid is injected into the wall. The model can describe the injection of water into fractured reservoirs to increase oil production. Compared with other models, it allows estimation of the pressure gradient, velocity profiles, and mass flow of two-phase systems.

**KEYWORDS:** Flow in fractured elements, fractal reservoir, heavy crude-oil.

### INTRODUCCIÓN

El flujo de fluidos en formaciones fracturadas es importante por su relevancia en la producción de petróleo. En este sentido, comenzó a profundizarse en cuanto al entendimiento teórico a principios del siglo XXI

(Tsakiroglou *et al.*, 2003) a partir de la generación de diversos paradigmas por medio de los cuales se han desarrollado modelos de transporte de fluidos en medio poroso (Huang *et al.*, 2018). Modelar el flujo en medios porosos o fracturados favorece que se obtenga información relevante no sólo para una mejor producción (Zhao *et al.*, 2018), sino también para aplicaciones posteriores como el secuestro de gas CO<sub>2</sub> (Tripathy *et al.*, 2018). Ante esto, es esencial reconocer las características del medio heterogéneo de modo que pueda inducirse el flujo radial por inyección en las líneas de producción (Chen y Yan, 2017).

El entendimiento de las dimensiones de una fractura y del medio rocoso en el que ocurre permite reconocer la caída de presión en medio poroso mientras se realiza el transporte, donde es muy común la aplicación de análisis por microporo (Tang *et al.*, 2018), aunque se han visto algunas ventajas de la modelación de redes poro a poro (Yang *et al.*, 2017). Conviene señalar que la magnitud del análisis real es imprescindible por los efectos resultantes en la precipitación de fases sólidas inmersas en el fluido que se mueve. Los asfaltenos (Nikooey *et al.*, 2015), en el caso del crudo, tienden a precipitar en diversos medios (Matoug y Gordon, 2018) dependiendo de las condiciones de presión, temperatura y flujo que gobiernen el medio fracturado, lo que repercute en la permeabilidad (Valdes-Perez *et al.*, 2012). Existen, por ejemplo, diversas correlaciones para la formación de dedos viscosos de flujo de agua en crudo (Jamaloei *et al.*, 2016), pero los modelos requieren demasiados parámetros que deben cuantificarse. Es más común un análisis numérico (Salehi-Shabestari *et al.*, 2017) aplicable a crudos parafínicos y viscoplásticos que se mueven de manera inmiscible con agua. La situación se torna aún más compleja cuando se genera un flujo bifásico en el sistema como suele ocurrir cuando se inyecta agua en los yacimientos de crudos viscosos con el objetivo de aumentar la eficiencia de la explotación a través del arrastre del crudo atrapado entre las paredes de las fracturas. En estos casos el comportamiento del flujo en el sistema referente a la fuerza directora depende, además, del patrón de flujo producido y de las interacciones de los fluidos con las paredes de la roca, las cuales determinan la preferencia de uno u otro fluido por encontrarse en contacto con la pared.

Una de las metodologías más empleadas para estudiar el flujo de fluidos inmiscibles en medios porosos es la técnica de poro doble (*pore doublet model*) (Jamaloei *et al.*, 2010; Mohammadi *et al.*, 2020; Nabizadeh *et al.*, 2019; Siles Garner *et al.*, 2019; Zamula *et al.*, 2019), ya que es en donde se emula el medio poroso con un sistema micrométrico de patrones geométricos entre dos placas transparentes que facilitan observar la evolución del flujo. Sin embargo, esta técnica se limita precisamente a la geometría empleada para el análisis y, aunque pretende exemplificar un medio poroso real, no contempla su naturaleza irregular.

La modelación del flujo a través de medios fracturados mediante los conceptos de la geometría euclidianas tiene como limitación fundamental que no toma en cuenta de forma explícita la naturaleza irregular de estos sistemas, lo que conlleva al desarrollo de modelos como el del umbral del gradiente de presión (Jian-Chao *et al.*, 2014), los basados en capilaridad empacada (Huang *et al.*, 2018) o bien en redes ramificadas (Wang *et al.*, 2011), cuyos parámetros son difíciles de estimar y que en ocasiones no propicia que se obtengan soluciones analíticas exactas; de este modo, es necesario el empleo de métodos numéricos de solución como la dimensión fractal, que comenzó su aplicación en el análisis del flujo de fluidos a finales del siglo XX (Chang y Yortsos, 1990).

Con el objetivo de superar estas limitaciones, en este artículo se propone el empleo de la geometría fractal para caracterizar la naturaleza intrínseca irregular de las fracturas de forma que el medio fracturado se visualiza como un sistema de placas paralelas irregulares. Partiendo de esta suposición, se hace uso de las ecuaciones de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento para describir el perfil de velocidad que se genera en el sistema; para conseguirlo, se consideran diferentes tipos de patrones de flujo, cuya integración, al emplear el cálculo diferencial fraccionario, permite obtener el comportamiento del flujo y de la pérdida de presión por fricción. En la sección 1 se exponen con detalle las consideraciones establecidas y los pasos seguidos para la obtención del modelo; en la sección 2 se presentan y discuten los resultados teóricos y por último las conclusiones.

## 1. METODOLOGÍA

### 1. 1. Obtención del modelo matemático

Para obtener el modelo se establecen las siguientes consideraciones: *a*) la fractura se visualiza como un sistema de placas paralelas irregulares, en las cuales su separación  $\delta$  es significativamente mayor que la distancia  $W$  entre los puntos extremos (figura 1); *b*) la abertura de la fractura, identificada como la distancia  $\delta$  entre las placas, es constante; es decir, su valor se determina mediante los conceptos clásicos de la geometría euclíadiana; *c*) el contorno irregular de las paredes de la abertura se caracteriza a través de la dimensión fractal, siendo el ancho real  $W_0$  de la abertura mayor que la longitud lineal  $W$  entre los puntos extremos; *d*) en el interior del medio el flujo se mueve a través de un canal de morfología irregular de tal manera que la longitud  $L_0$  que recorre el fluido es mayor que la longitud lineal  $L$  entre los puntos extremos de la longitud de la fractura; *e*) el régimen de flujo es laminar, por lo que se considera un flujo bifásico en el cual se establecen tres patrones de flujo fundamentales: estratificado, anular con perfil no simétrico de la velocidad y anular con perfil simétrico tal y como se muestra en la figura 2; *f*) los fluidos son newtonianos e incompresibles; *g*) la fractura es horizontal y por ello los efectos gravitatorios pueden ser despreciados; *h*) el sistema se encuentra en estado estacionario.

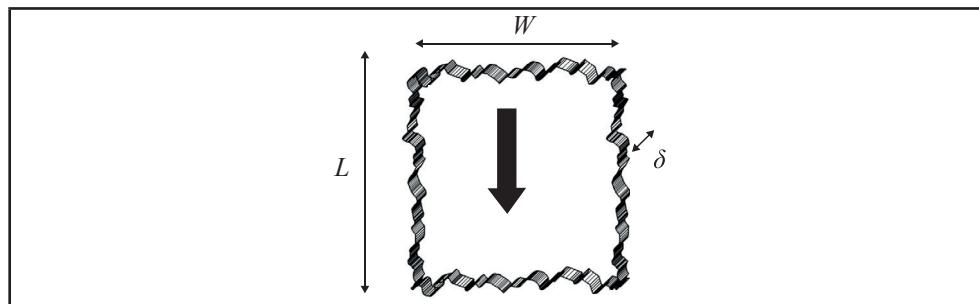


FIGURA 1

Sistema de placas paralelas irregulares empleado para visualizar la geometría de una fractura

Fuente: elaboración propia.

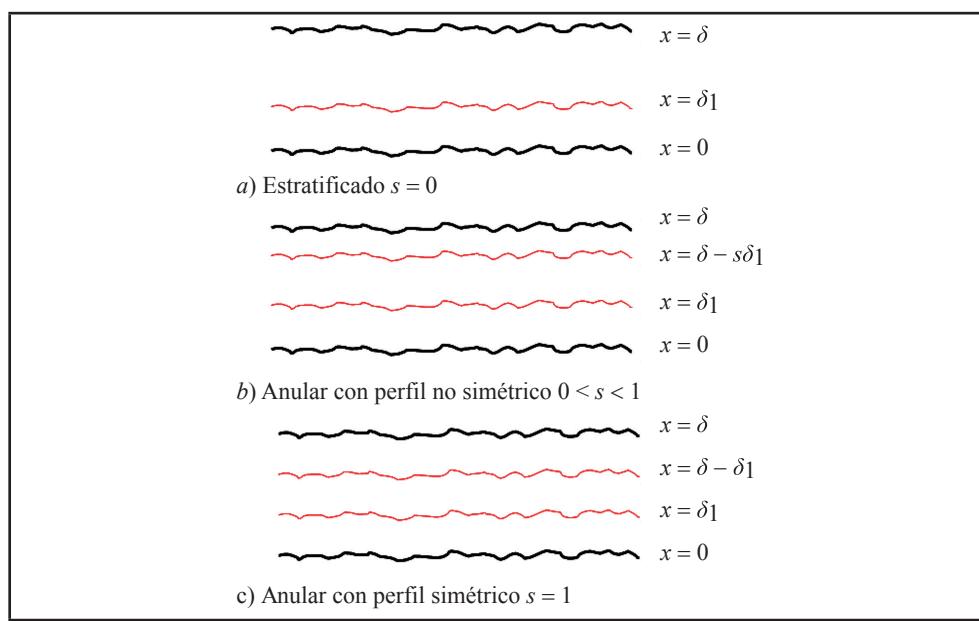


FIGURA 2

Patrones de flujo considerados de acuerdo con el perfil de velocidad y la disposición de los fluidos

Fuente: elaboración propia.

A partir de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento en coordenadas cartesianas y las suposiciones establecidas, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales parciales para describir el perfil de velocidad:

$$\begin{aligned} 0 &= \Phi + \mu_1 \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2}; 0 \leq x \leq \delta_1 \\ 0 &= \Phi + \mu_2 \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2}; \delta_1 \leq x \leq \delta - s\delta_1 \\ 0 &= \Phi + \mu_1 \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2}; \delta - s\delta_1 \leq x \leq \delta \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $v_n$  es la velocidad ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ),  $\mu$  es la viscosidad ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ),  $\delta_1$  y  $\delta - \delta_1$  representan las posiciones de las interfasas (m) (figura 2) y  $\Phi$  representa el gradiente de presión asociado a las pérdidas por fricción que, por tratarse de un medio irregular, se describe a través de la derivada fraccional de la presión  $p$  respecto a la coordenada  $z$ :

$$\Phi = \mathbf{D}_z^\beta p \quad (2)$$

donde  $\mathbf{D}_z^\beta$  es el operador que representa la derivada fraccional de orden igual a la dimensión fractal  $\beta$  del contorno longitudinal al flujo y que se relaciona con la morfología del poro (Herrera-Hernández *et al.*, 2019; Suárez-Domínguez *et al.*, 2020).  $s$  es un parámetro que se identifica con el grado de simetría del perfil de velocidad y su valor se encuentra entre 0 y 1. Para  $s = 1$  se tiene un flujo anular simétrico, para  $s = 0$  se tiene un flujo bifásico estratificado y los restantes valores caracterizan un flujo anular con un perfil no simétrico de la velocidad. Nótese en este caso que si se establece  $\delta = \delta_1$ ,  $s$  forzosamente tiene que ser igual a 0 y se tiene el caso de un sistema monofásico a través del cual se transporta el fluido 1, que es el que se encuentra en contacto con la pared de la fractura que se toma como referencia para establecer las posiciones de las interfasas.

El sistema de ecuaciones diferenciales parciales fraccionarias (ecuación 1) se encuentra sujeto a las siguientes condiciones frontera:

$$\begin{aligned} v_1(0) &= 0 \\ v_1(\delta_1) &= v_2(\delta_1) \\ v_2(\delta - s\delta_1) &= v_3(\delta - s\delta_1) \\ v_3(\delta) &= 0 \\ \left( \mu_1 \frac{dv_1}{dx} \right)_{\delta_1} &= \left( \mu_2 \frac{dv_2}{dx} \right)_{\delta_1} \\ \left( \mu_2 \frac{dv_2}{dx} \right)_{\delta - s\delta_1} &= \left( \mu_1 \frac{dv_3}{dx} \right)_{\delta - s\delta_1} \end{aligned} \quad (3)$$

Y tiene como solución exacta el perfil de velocidad que se establece en el siguiente sistema descrito:

$$v_1 = \frac{1}{2} \frac{\Phi \delta^2}{\mu_1} \left( \frac{(\mu_1 - \mu_2)(\delta_1^2(1 - \phi^2) + 2\phi\delta_1) - \mu_1}{\delta_1(\phi + 1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} \frac{x}{\delta} - \left( \frac{x}{\delta} \right)^2 \right) \quad (4)$$

$$v_2 = \frac{1}{2} \frac{\Phi \delta^2}{\mu_2} \left( \frac{(\mu_1 - \mu_2)(\delta_1^2(1 - \phi^2) + 2\phi\delta_1) - \mu_1}{\delta_1(\phi + 1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} \frac{x}{\delta} - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2 \right) \quad (5)$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\Phi \delta^2}{\mu_2} \frac{(\phi + 1) \left( \frac{\mu_2^2}{\mu_1} + \mu_1 - 2\mu_2 \right) \phi \delta_1^3 + ((4\mu_2 - \frac{2}{\mu_1} \mu_2^2 - 2\mu_1)\phi + \mu_2 - \mu_1)\delta_1^2 + (\mu_1 - \mu_2)\delta_1}{\delta_1(\phi + 1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1}$$

$$v_3 = \frac{1}{2} \frac{\Phi \delta^2}{\mu_1} \left( \frac{(\mu_1 - \mu_2)(\delta_1^2(1 - \phi^2) + 2\phi\delta_1) - \mu_1}{\delta_1(\phi + 1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} \frac{x}{\delta} - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2 \right) \quad (6)$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\Phi \delta^2}{\mu_1} \frac{\delta_1(1 - \phi)(\mu_1 - \mu_2) - \delta_1^2(1 - \phi^2)(\mu_1 - \mu_2)}{\delta_1(\phi + 1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1}$$

El valor del flujo se estima a partir de la integración del perfil de velocidad de acuerdo con el área de flujo. En este caso se obtiene para el fluido 1:

$$Q_1 = \int_0^{\delta_1} \int_0^W \frac{1}{\Gamma(\alpha)} (y - u)^{\alpha-1} v_1(x) du dx + \int_{\delta - s\delta_1}^{\delta} \int_0^W \frac{1}{\Gamma(\alpha)} (y - u)^{\alpha-1} v_3(x) du dx \quad (7)$$

y para el fluido 2:

$$Q_2 = \int_{\delta_1}^{\delta - s\delta_1} \int_0^W \frac{1}{\Gamma(\alpha)} (y - u)^{\alpha-1} v_1(x) du dx \quad (8)$$

donde el flujo total  $Q$  ( $\text{m}^{-3} \cdot \text{s}$ ) está dado por:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (9)$$

Las ecuaciones (7) y (8) involucran la integración fraccional respecto a la coordenada y asociada al ancho de la fractura, donde el orden de la integral fraccional es la dimensión fractal  $\alpha$  del contorno de la fractura perpendicular al flujo, siendo  $\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-x} x^{t-1} dx$  la función gamma. Resolviendo las integrales (7) y (8), se obtiene:

$$Q_1 = \frac{1}{12} \Phi \delta^3 W^\alpha \frac{k_1^{1-\alpha}}{\alpha \Gamma(\alpha)} \Phi_1 \quad (10)$$

$$Q_2 = \frac{1}{12} \Phi \delta^3 W^\alpha \frac{k_1^{1-\alpha}}{\alpha \Gamma(\alpha)} \Phi_2 \quad (11)$$

de tal forma que el flujo total está dado por:

$$Q = \frac{1}{12} \Phi \delta^3 W^\alpha \frac{k_1^{1-\alpha}}{\alpha \Gamma(\alpha)} (\varphi_1 + \varphi_2) \quad (12)$$

donde  $k_1$  es la precisión (m) con la cual se mide el ancho de la fractura y

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & \frac{h_1^2}{\mu_1} \left( 3 \frac{(\mu_1 - \mu_2)(h_1^2(1-s^2) + 2sh_1) - \mu_1}{h_1(s+1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} - 2h_1 \right) \\ & + \frac{sh_1}{\mu_1} \left( (6 - 3sh_1) \frac{(\mu_1 - \mu_2)(h_1^2(1-s^2) + 2sh_1) - \mu_1}{h_1(s+1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} \right) \\ & + \frac{sh_1}{\mu_1} \left( 6 \frac{h_1(1-s)(\mu_1 - \mu_2) - h_1^2(1-s^2)(\mu_1 - \mu_2)}{h_1(s+1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} - 2s^2h_1^2 + 6sh_1 - 6 \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 = & \frac{(h_1(1+s) - 1)}{\mu_2} \left( 2h_1 - 6 \frac{(s+1) \left( \frac{\mu_2^2}{\mu} + \mu_1 - 2\mu_2 \right) sh_1^3 + \left( \left( 4\mu_2 - \frac{2}{\mu_1} \mu_2^2 - 2\mu_1 \right) s + \mu_2 - \mu_1 \right) h_1^2 + (\mu_1 - \mu_2) h_1}{h_1(s+1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} \right) \\ & + \frac{(h_1(1+s) - 1)}{\mu_2} \left( (3h_1(s-1) - 3) \frac{(\mu_1 - \mu_2)(h_1^2(1-s^2) + 2sh_1) - \mu_1}{h_1(s+1)(\mu_1 - \mu_2) - \mu_1} + (1 + s(s-1)) 2h_1^2 - 4sh_1 + 2 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\delta_1 = h_1 \delta \quad (15)$$

El valor de  $\delta_1$  depende de la composición del sistema y del valor de simetría  $s$  supuesto, y su valor se determina al especificar ambos parámetros a través de la solución de la ecuación (16):

$$\frac{\varphi_1(s)}{\varphi_1(s) + \varphi_2(s)} = v_1 \quad (16)$$

$$v_1 + v_2 = 1$$

donde  $v_1$  representa a la fracción en volumen del fluido 1, que se encuentra en contacto con la pared de la fractura de referencia, y  $v_2$  la fracción en volumen del fluido 2. Para determinar el comportamiento de la diferencia de presión entre dos puntos situados a una distancia lineal  $L$  se resuelve la ecuación diferencial fraccionaria:

$$\mathbf{D}_z^\beta p = \frac{12Q}{W^\alpha \delta^3} \frac{\Gamma(\alpha+1)}{(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (17)$$

$$p(0) = P_0$$

que tiene como solución analítica exacta:

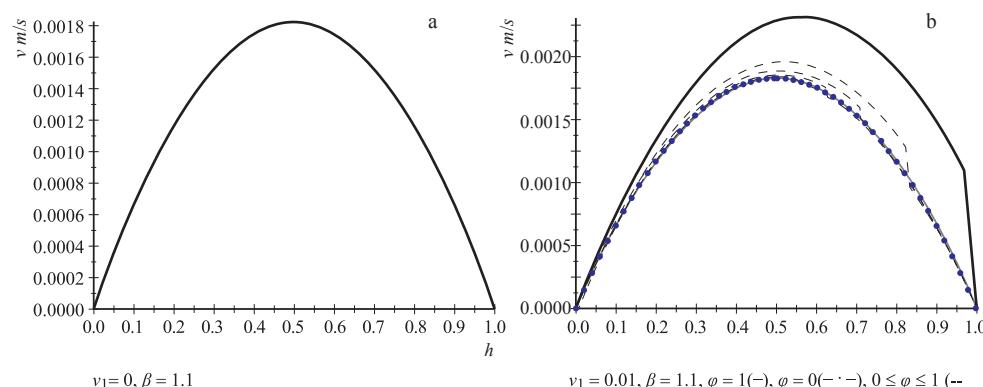
$$P_0 - P_L = \frac{12Q}{k_1^{1-\alpha} W^\alpha \delta^3} \frac{\Gamma(\alpha+1)}{(\varphi_1 + \varphi_2)} \frac{k_2^{1-\beta} L^\beta}{\Gamma(\beta+1)} \quad (18)$$

donde  $k_2$  (m) representa la precisión en la medición de la longitud del medio fracturado.

## 2. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 2. 1. Sobre las predicciones del modelo

La gráfica 1a muestra el perfil de velocidad que se desarrolla para un fluido con viscosidad igual a 0.3 Pa·s, suponiendo una diferencia de presión de  $10^5$  Pa y una longitud  $L$  lineal de 100 m. La gráfica 1b presenta el comportamiento de este sistema cuando en el medio se inyecta un flujo de viscosidad 0.05 Pa·s, considerando un flujo bifásico donde el fluido más viscoso está en contacto con la pared de la fractura; toma en cuenta diferentes valores de asimetría y una fracción en volumen  $v_2$  igual a 0.01 referida al fluido que se inyecta. Al comparar los perfiles de velocidad mostrados en la gráfica 1a y en la gráfica 1b se aprecia que la velocidad incrementa respecto al caso monofásico y depende significativamente del patrón de flujo formado, disminuyendo con la simetría. Esto significa que si el fluido más viscoso tiene una mayor tendencia a encontrarse en contacto con la pared, el patrón estratificado es el que ocasiona una mayor velocidad. Por otra parte, es posible observar que el incremento de velocidad logrado no resulta muy significativo. Esto cuenta con una explicación si se considera que las pérdidas de presión por fricción dependen de la tensión de corte en la pared de la fractura, la cual es proporcional a la viscosidad. En este caso, si por las características que presentan ambos fluidos o por la forma como se lleva a cabo la inyección del fluido menos viscoso, el más viscoso es el que se transporta en contacto con la pared. No se producen incrementos de flujo importantes si se crea un perfil anular simétrico, mientras que sí sucede en un 25% aproximadamente si se establece un flujo estratificado.



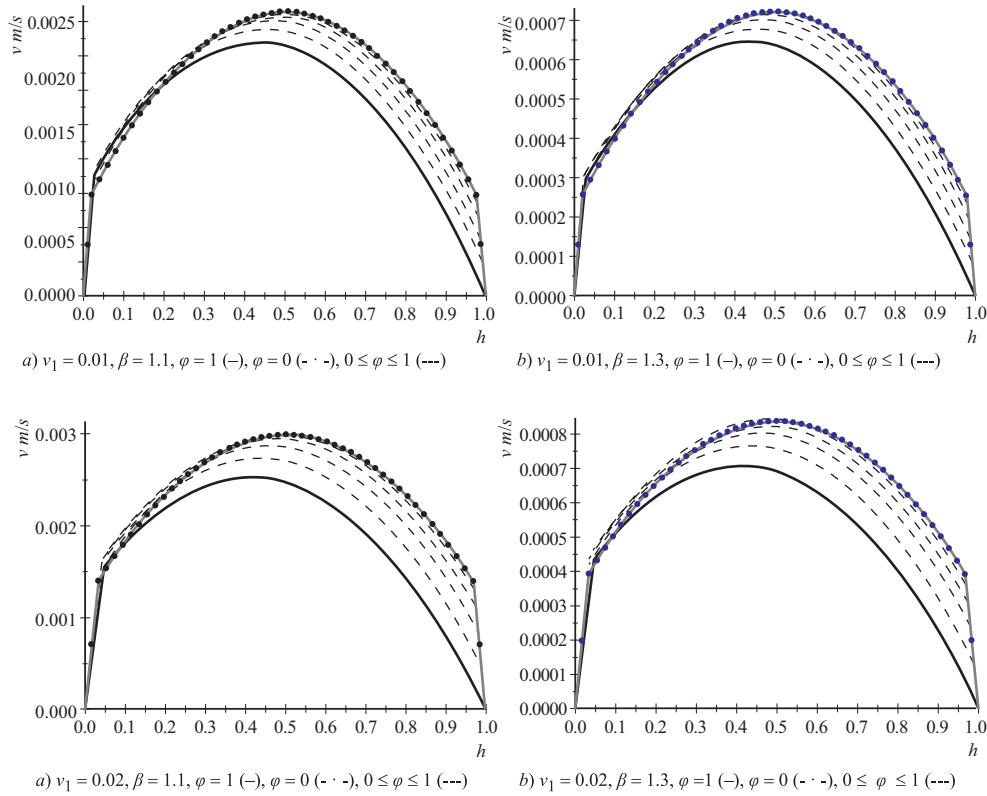
GRÁFICA 1  
Perfil de velocidad para un fluido con viscosidad

Fuente: elaboración propia

Nota: a) perfil de velocidad de un fluido monofásico de viscosidad 0.3 Pa·s; b) perfil de velocidad del flujo bifásico ( $\mu_1 = 0.3$  Pa·s,  $\mu_2 = 0.05$  Pa·s), donde el fluido más viscoso se encuentra de forma preferencial en contacto con la pared ( $\Delta P = 105$  Pa,  $L = 100$  m,  $\alpha = 1.3$ ,  $k_1 = 0.01$ ,  $k_2 = 0.1$  m,  $W = 0.1$  m,  $\delta = 0.001$  m,  $\phi = s$ )

En la gráfica 2 están los perfiles de velocidad originados en el sistema cuando el fluido menos viscoso es el que tiene una mayor afinidad por la pared de la fractura o se inyecta en contacto con la pared de tal manera que se transporta en contacto con la pared y el menos viscoso por el centro si se trata de flujo anular. Si se comparan los valores de velocidad mostrados en la gráfica 2 a) con los formados en el flujo monofásico (gráfica 1 a), se consigue

apreciar cómo el inyector del fluido menos viscoso incrementa la velocidad en un 40% cuando se genera un perfil anular simétrico, donde el flujo total se incrementa con la simetría (gráfica 3).



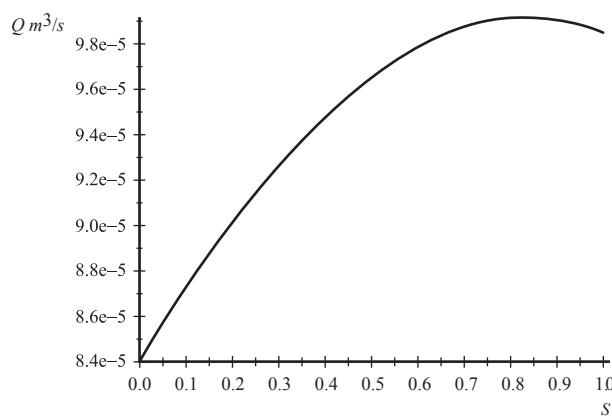
GRÁFICA 2

Perfiles de velocidad cuando el fluido menos viscoso presenta afinidad por la pared de fractura

Fuente: elaboración propia

Nota: considera como parámetros la composición del flujo, la morfología longitudinal y la simetría del patrón de flujo ( $\Delta P = 105$

Pa,  $L = 100$  m,  $\alpha = 1.3$ ,  $k_1 = 0.01$ ,  $k_2 = 0.1$  m,  $W = 0.1$  m,  $\delta = 0.001$  m,  $\phi = s$ )



$\beta = 1.1, \alpha = 1.3, v_1 = 0.01, L = 10$  m,  $\Delta P = 10^5$  Pa

GRÁFICA 3

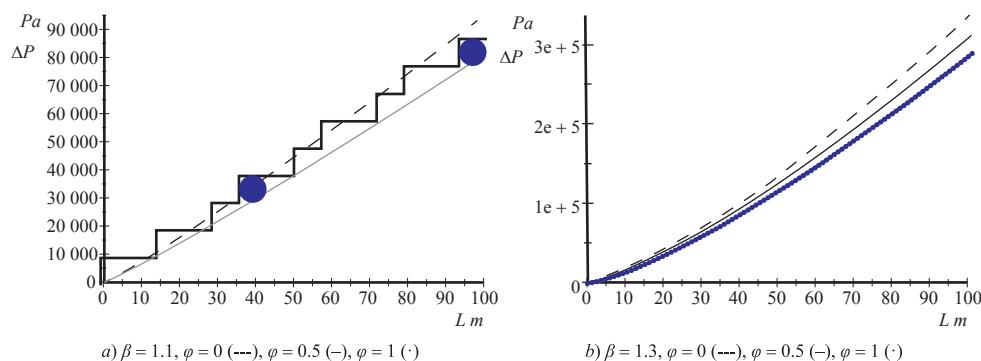
Comportamiento del flujo respecto a la simetría del perfil de velocidad cuando el fluido menos viscoso se transporta en contacto con la pared de la fractura

Fuente: elaboración propia

Nota:  $s = 0$  se corresponde con el patrón estratificado y  $s = 1$  se corresponde con un patrón anular simétrico;  $\Delta P = 105$  Pa,  $L = 100$  m,  $\alpha = 1.3$ ,  $k_1 = 0.01$ ,  $k_2 = 0.1$  m,  $W = 0.1$  m,  $\delta = 0.001$  m,  $\phi = s$ .

Por otra parte, nótese que la velocidad se incrementa además con la fracción en volumen del fluido menos viscoso, que es un resultado esperado, y con la disminución de la dimensión fractal longitudinal  $\beta$ . Este último aspecto es debido a que se ha considerado igual diferencia de presión, de modo que el aumento de la dimensión fractal implica un incremento en la longitud total  $L_0$  que debe recorrer el fluido con el consiguiente aumento de las pérdidas por fricción.

En la gráfica 4 se muestra el comportamiento de la diferencia de presión para un flujo especificado respecto a la longitud lineal  $L$  del medio fracturado tomando en cuenta como parámetros la simetría del patrón de flujo y la dimensión fractal longitudinal. En correspondencia con los comportamientos predichos de los perfiles de velocidad para igual diferencia de presión ( $\Delta P = 105$  Pa) mostrados en la gráfica 2 la diferencia de presión disminuye con la simetría y se incrementa con la dimensión fractal longitudinal considerando en todos los casos el mismo valor de flujo total ( $Q = 8 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>.s). Nótese, además, cómo la presencia de las irregularidades en la morfología le confiere un comportamiento no lineal a la diferencia de presión en cuanto a la longitud lineal  $L$  a pesar de tratarse de un fluido newtoniano en régimen laminar.



GRÁFICA 4

Comportamiento predicho del gradiente de presión respecto a la longitud del medio fracturado

Fuente: elaboración propia

Nota: cuando el flujo total se considera  $8 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>.s.

## CONCLUSIONES

A partir de los resultados teóricos predichos, se infiere que el transporte de un fluido altamente viscoso bajo una diferencia de presión especificada, puede incrementarse si se inyecta un fluido inmiscible que muestre mayor afinidad por la pared de la fractura y que no tenga una diferencia de densidad apreciable en relación con la del fluido de interés de tal forma que se genere un patrón de flujo anular simétrico.

En el caso de que ambos fluidos presenten igual afinidad por la pared de la fractura, este efecto se logra si el fluido menos viscoso se inyecta. Por otra parte, si la afinidad por la pared del fluido inyectado es menor, es necesario que existan diferencias de densidad apreciables entre ambos fluidos para que así se favorezca el establecimiento de un patrón de flujo estratificado, el cual causará el mayor incremento de flujo.

Por otra parte, para un valor de flujo requerido es posible lograr una disminución de la diferencia de presión si se favorece el patrón estratificado cuando el fluido más viscoso tiende a estar en contacto con la pared, o si se favorece el patrón de flujo anular simétrico si el fluido menos viscoso es el que presenta mayor afinidad por la pared. De acuerdo con los perfiles de velocidad, determinados bajo el mismo incremento de presión ( $\Delta P = 105$  Pa), la diferencia de presión disminuye con la simetría y se incrementa con la dimensión fractal longitudinal. Con esto se observa que el aumento del índice fractal, es decir, el de las irregularidades en la morfología, le confiere un comportamiento no lineal a la diferencia de presión respecto a la longitud lineal  $L$ , aun para fluidos newtonianos en régimen laminar.

Si bien hay algunos modelos que se aplican a flujo de fluidos en medios porosos, los resultados encontrados en este artículo no podrían compararse con ellos debido a las consideraciones planteadas para su desarrollo, a las variables involucradas y al análisis sobre la afinidad de los fluidos respecto a las paredes de los poros. Sin embargo, será relevante desarrollar un modelo experimental que permita determinar su efectividad con el objetivo de demostrar de forma empírica los resultados predichos.

## ANÁLISIS PROSPECTIVO

El modelo obtenido puede utilizarse para tomar en cuenta explícitamente los aspectos relacionados con la tensión superficial y la afinidad de cada fluido por la roca fracturada, ya que definen el patrón de flujo (menos viscoso o más viscoso en la pared), el cual determina la eficiencia de la inyección de un fluido menos viscoso sobre el transporte del flujo más viscoso. Dado que el flujo de fluidos en formaciones fracturadas es de vital importancia en la producción de petróleo y también para aplicaciones como el secuestro de CO<sub>2</sub>, la relevancia de este artículo recae en su aplicabilidad para el estudio preliminar de la ejecución de sistemas adecuados de extracción y producción. Por lo tanto, se convierte en una herramienta de evaluación de las metodologías empleadas como mejoradores de flujo no sólo en las tuberías de producción sino también en los sistemas fracturados.

## AGRADECIMIENTOS

El desarrollo del artículo recibió apoyo del Conacyt mediante el proyecto 282278 y proyecto de fortalecimiento de laboratorios 316443. Los autores agradecen a los árbitros que contribuyeron a la mejora del artículo.

## REFERENCIAS

- Chang, J., & Yortsos, Y. C. (1990). Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE Formation Evaluation*, 5(01), 31-38.
- Chen, C. Y., & Yan, P. Y. (2017). Radial flows in heterogeneous porous media with a linear injection scheme. *Computers & Fluids*, 142, 30-36.
- Herrera-Hernández, E. C., Aguilar-Madera, C. G., Ocampo-Pérez, R., Espinosa-Paredes, G., & Núñez-López, M. (2019). Fractal continuum model for the adsorption-diffusion process. *Chemical Engineering Science*, 197, 98-108.
- Huang, S., Yao, Y., Zhang, S., Ji, J., & Ma, R. (2018). A fractal model for oil transport in tight porous media. *Transport in Porous Media*, 121(3), 725-739.
- Jamaloei, B. Y., Asghari, K., Kharrat, R., & Ahmadloo, F. (2010). Pore-scale two-phase filtration in imbibition process through porous media at high-and low-interfacial tension flow conditions. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 72(3-4), 251-269.
- Jamaloei, B. Y., Babolmorad, R., & Kharrat, R. (2016). Correlations of viscous fingering in heavy oil waterflooding. *Fuel*, 179, 97-102.
- Jian-Chao, C. (2014). A fractal approach to low velocity non-Darcy flow in a low permeability porous medium. *Chinese Physics B*, 23(4), 044701.
- Matoug, M. M., & Gordon, R. (2018). Crude oil asphaltenes studied by terahertz spectroscopy. *ACS Omega*, 3(3), 3406-3412.
- Mohammadi, S., Mahani, H., Ayatollahi, S., & Niasar, V. (2020). Impact of oil polarity on the mixing time at the pore scale in low salinity waterflooding. *Energy & Fuels*, 34(10), 12247-12259.

- Nabizadeh, A., Adibifard, M., Hassanzadeh, H., Fahimpour, J., & Moraveji, M. K. (2019). Computational fluid dynamics to analyze the effects of initial wetting film and triple contact line on the efficiency of immiscible two-phase flow in a pore doublet model. *Journal of Molecular Liquids*, 273, 248-258.
- Nikooey, A., Khaksar Manshad, A., & Ashoori, S. (2015). Dynamic pore scale modeling of asphaltene deposition in porous media. *Petroleum Science and Technology*, 33(8), 908-919.
- Salehi-Shabestari, A., Raisi, M., & Sadeghy, K. (2017). Immiscible displacement of viscoplastic waxy crude oils: A numerical study. *Journal of Porous Media*, 20(5), 417-433.
- Siles Garner, J., Sareen, A., & Longmire, E. (2019). Evolution of a liquid-liquid interface through a symmetric pore doublet model. *Bulletin of the American Physical Society*, 64.
- Suárez-Domínguez, E. J., Palacio-Pérez, A., Pérez-Sánchez, J. F., & Izquierdo-Kulich, E. (2020). Flow pattern effect on the pressure drop of biphasic flow through porous media from a fractal dimension perspective. *CienciaUAT*, 14(2), 146.
- Tang, M., Lu, S., Zhan, H., Wengjie, G., & Ma, H. (2018). The effect of a microscale fracture on dynamic capillary pressure of two-phase flow in porous media. *Advances in Water Resources*, 113, 272-284.
- Tripathy, A., Srinivasan, V., & Singh, T. N. (2018). A comparative study on the pore size distribution of different Indian shale gas reservoirs for gas production and potential CO<sub>2</sub> sequestration. *Energy & Fuels*, 32(3), 3322-3334.
- Tsakiroglou, C., Theodoropoulou, M., & Karoutsos, V. (2003). Fluid flow in fractured formations. In *New paradigms in subsurface prediction* (pp. 161-172). Berlin: Springer, Heidelberg.
- Valdes-Perez, A., Pulido, H., Cinco-Ley, H., & Galicia-Muñoz, G. (2012). Discretization of the resistivity, capillary pressure and relative permeability for naturally fractured reservoirs. In *Proceedings: Thirty-seventh workshop on geothermal reservoir engineering* (pp. 1-9). SGP-TR-194.
- Wang, S., Yu, B., Zheng, Q., Duan, Y., & Fang, Q. (2011). A fractal model for the starting pressure gradient for Bingham fluids in porous media embedded with randomly distributed fractal-like tree networks. *Advances in Water Resources*, 34(12), 1574-1580.
- Yang, J., Bondino, I., Regaieg, M., & Moncorgé, A. (2017). Pore to pore validation of pore network modelling against micromodel experiment results. *Computational Geosciences*, 21(5-6), 849-862.
- Zamula, Y. S., Batyrshin, E. S., Latypova, R. R., Abramova, O. A., & Pityuk, Y. A. (2019). Experimental study of the multiphase flow in a pore doublet model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1421(1). IOP Publishing.
- Zhao, M., He, H., Dai, C., Sun, Y., Fang, Y., Liu, Y., & Wu, Y. (2018). Enhanced oil recovery study of a new mobility control system on the dynamic imbibition in a tight oil fracture network model. *Energy & Fuels*, 32(3), 2908-2915.