

DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS APLICADO A PILAS DE PUENTES

Fernando Gómez Sánchez¹.

RESUMEN

En la actualidad es una práctica común diseñar las estructuras para que tengan un comportamiento inelástico durante un sismo severo sin que la estructura colapse. De la incursión en el rango inelástico, la estructura sufrirá daños permanentes que deberán ser reparados. El método comúnmente utilizado en el diseño sismorresistente es el de las fuerzas laterales equivalentes que utiliza un espectro elástico de aceleraciones y un coeficiente de reducción debido al comportamiento inelástico de la estructura. El método de las fuerzas presenta algunas inconsistencias en la estimación de la respuesta y del daño en las estructuras durante un evento sísmico.

En este artículo se propone una alternativa de diseño para pilas de puentes de concreto armado aplicando el método de diseño directo basado en desplazamientos. Se incluyen los efectos de la interacción entre la cimentación de la estructura y el suelo circundante. Es utilizado un modelo matemático desarrollado en el software OpenSees teniendo en cuenta el comportamiento inelástico de los materiales y la interacción con el suelo.

Palabras clave: Diseño directo basado en desplazamientos, diseño sismorresistente de puentes, ductilidad, criterios de desempeño, interacción suelo-pilote, peligro sísmico.

ABSTRACT

Nowadays, it is a common practice to design structures to develop an inelastic behavior without collapsing during a severe earthquake. Because of the inelastic behavior, the structure will suffer some damage that must be repaired. The lateral equivalent force method is the typical approach for seismic design; this method uses an elastic acceleration spectrum and a reduction coefficient because of the inelastic behavior of the structure. The force method shows some inconsistencies in the actual response and the actual damage of structures during a seismic event.

In this article, a design alternative is proposed for reinforced concrete bents of bridges established from the direct-displacement based design method, it is also included the effect of soil-structure interaction. A mathematical model developed in the software OpenSees is used considering the inelastic behavior of the material and interaction with the surrounding soil.

Keywords: Direct-Displacement Based Design, seismic design of bridges, ductility, performance criteria, soil-pile interaction, seismic risk.

RESUMO

Atualmente é uma prática comum desenhar as estruturas para que tenham um comportamento inelástico durante um grave sismo sem colapsar a estrutura. Na incursão ao nível inelástico, a estrutura sofrerá danos permanentes que deverão ser reparados. O método usado comumente no desenho sismo resistente é o método de forças laterais equivalentes que utiliza um espectro elástico de acelerações e um coeficiente de redução devido ao comportamento inelástico da estrutura. O método de força apresenta algumas inconsistências na estimativa da resposta e os danos estruturais durante um evento sísmico.

Este artigo propõe uma alternativa de desenho para pilares das pontes de concreto armado aplicando o método de desenho direto baseado em deslocamentos, além de incluírem os efeitos da interação entre a fundação da estrutura e do solo circundante. Utiliza-se um modelo matemático desenvolvido através do software OpenSees tomando em conta o comportamento inelástico dos materiais e a interação com o solo.

Palavras chaves: Desenho direto baseado em deslocamentos; desenho sismo resistente de pontes; ductilidade; critérios de desempenho; Interação solo-piloti; perigo sísmico.

¹ Ingeniero de Sinecuanon Proyectos y Sistemas, Guayaquil, Ecuador.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad es habitual que se diseñen las estructuras para que desarrollen un comportamiento inelástico durante un sismo severo, pero sin que ésta colapse. El comportamiento inelástico se concentra en zonas conocidas como rótulas plásticas. En los lugares donde se formen las rótulas plásticas, los elementos estructurales sufrirán daños permanentes; por ejemplo en columnas de concreto armado se produce el descascaramiento del recubrimiento, las varillas de refuerzo longitudinal pueden pandearse, las varillas de refuerzo transversal pueden fracturarse e incluso el núcleo puede agrietarse extensamente.

De igual manera se producen daños no estructurales, los cuales dependen de la magnitud de las derivas inelásticas. El daño producido por un evento sísmico debe ser reparado para que la estructura pueda seguir funcionando; como es lógico, las reparaciones representan un costo de rehabilitación. El costo de rehabilitación debe ser menor que el elevado costo de construir estructuras diseñadas para que se comporten elásticamente durante un sismo, ya que la probabilidad de ocurrencia de un sismo severo durante su vida útil es relativamente pequeña.

En estos días, el método de las fuerzas laterales equivalentes es usado ampliamente en el diseño sismorresistente. Dicho método utiliza un espectro elástico de aceleraciones que depende de las condiciones locales del sitio y un coeficiente de reducción que considera el comportamiento inelástico de la estructura analizada. A partir de estos parámetros y de las características dinámicas de la estructura se obtiene el cortante basal, y finalmente se determina la distribución de las cargas sísmicas. Cabe decir que no obstante la sencillez en la aplicación del método y de su uso generalizado, el método de las fuerzas presenta algunas inconsistencias en la estimación de la respuesta y del daño en las estructuras durante un evento sísmico.

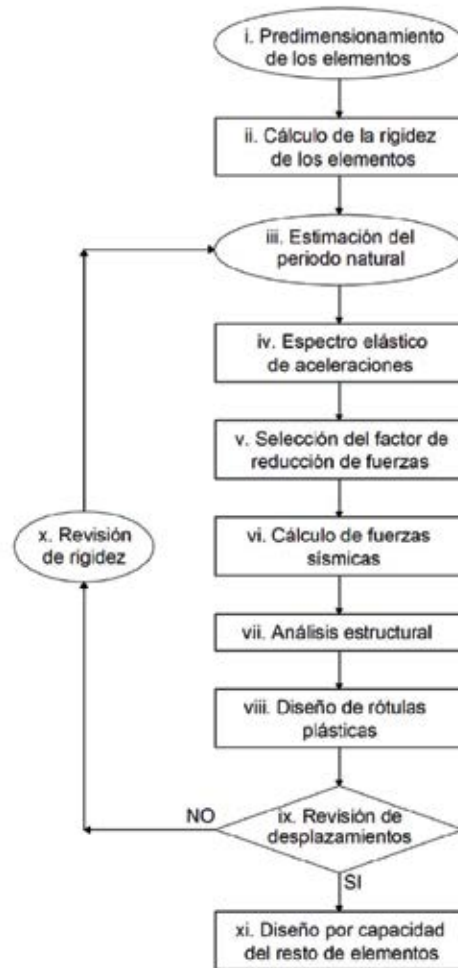


Fig. 1: Procedimiento del Método de las Fuerzas Laterales Equivalentes.

EL MÉTODO DE LAS FUERZAS Y SUS INCONSISTENCIAS

Este método tradicional de diseño está relacionado con la forma en que se diseñan las estructuras para resistir los otros tipos de carga como son la carga muerta; la carga viva; las cargas de tráfico; la carga de viento, etcétera. Se calculan las fuerzas internas en cada elemento y luego se diseña para que la capacidad de resistencia sea mayor que la demanda de resistencia. El método de las fuerzas se ha ido modificando en el tiempo para incorporar aspectos que inicialmente no incluía, por ejemplo la revisión de las deformaciones. El procedimiento de diseño es ampliamente conocido por lo cual no se describe, sin embargo, en la Fig. 1 (Gómez, 2012) se muestra un diagrama de flujo con los pasos a seguir.

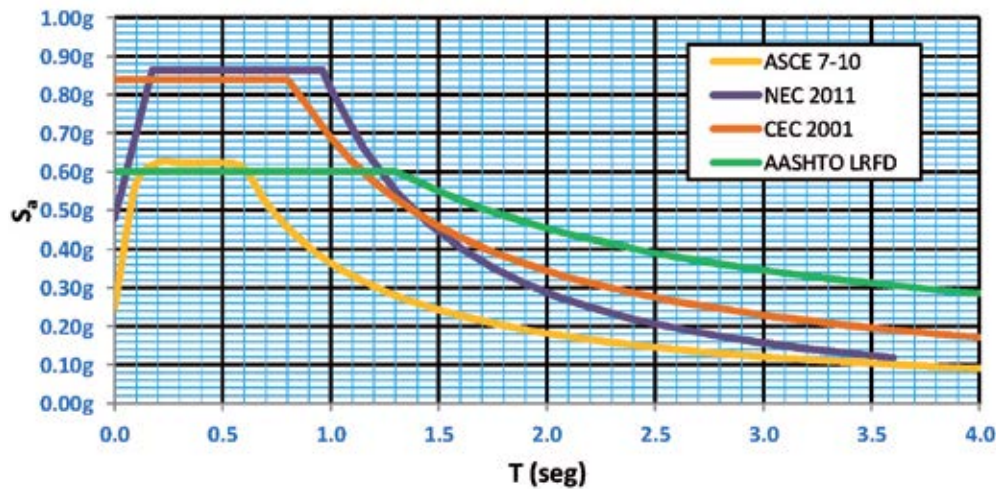
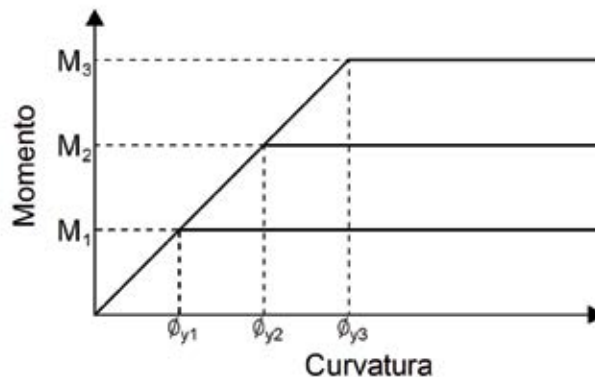
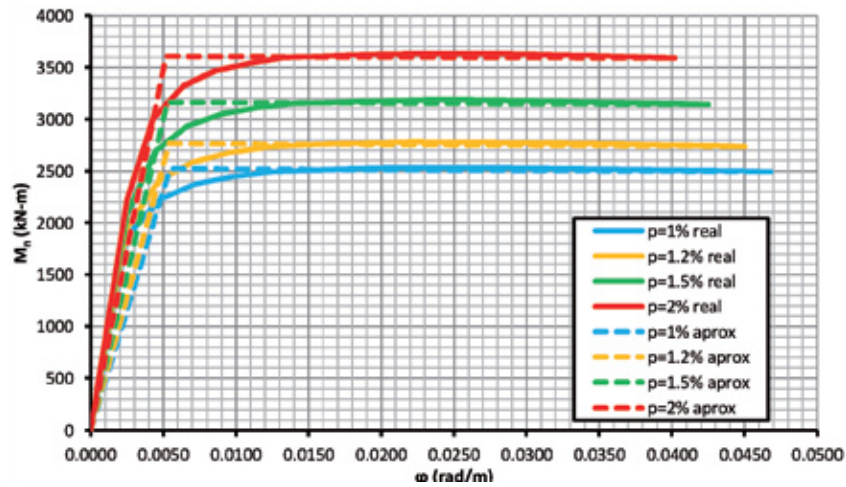


Fig. 2: Espectros elásticos de aceleraciones – Guayaquil (PGA=0.30g a 0.40g) – Suelo blando.

Debido a su fácil aplicación, el método de las fuerzas se incluye en la mayoría de las últimas versiones de las normas y códigos de diseño alrededor del mundo. Los códigos presentan detalles específicos para la elaboración de los espectros elásticos de aceleraciones en función de la aceleración en roca y las condiciones geotécnicas locales. En la Fig. 2, se pueden observar espectros elásticos de aceleraciones realizados de acuerdo a las normas: CEC 2001 (Código Ecuatoriano de la Construcción, 2001), NEC 2011 (Código Ejecutivo de la Norma Ecuatoriana de la Construcción, 2011), AASHTO LRFD 2007 (American Association of State Highway and Transportation Officials, 2007) y ASCE 7-10 (American Society of Civil Engineers, 2010). Los espectros mostrados en la Fig. 2 fueron elaborados para la ciudad de Guayaquil que tiene una aceleración en roca entre 0.30g y 0.40g, y también considerando un suelo blando típico de la zona. Asimismo, en estos códigos se presentan tablas con valores recomendados del coeficiente de reducción debido al comportamiento inelástico R que dependen del tipo de estructura y del detallamiento provisto en los elementos que la componen.



a) Hipótesis de diseño – Rigidez constante.



b) Condición real – Curvatura de fluencia constante.

Fig. 3: Espectros elásticos de aceleraciones – Guayaquil (PG)

Se han encontrado algunas inconsistencias en el método de las fuerzas, principalmente debido a que se conoce que cuando una estructura desarrolla su comportamiento inelástico; el daño en la misma se correlaciona mejor con los desplazamientos generados que con la resistencia lateral desarrollada. Algunas de las inconsistencias más importantes son (Gómez, 2012):

- Se debe suponer que la rigidez del elemento no depende de la resistencia para una sección dada, de donde se concluye que la curvatura de fluencia varía según la resistencia, como se muestra en la Fig. 3a. Sin embargo, realizando análisis de momento-curvatura y experimentalmente (Priestley, *et al.*, 1996) se ha demostrado que la curvatura de fluencia no depende de la resistencia como se muestra en la figura 3b.
- Suponer que la ductilidad de desplazamiento y el factor de reducción R del sistema estructural no varían en estructuras similares. Considerando vigas empotradas similares a la Fig. 4 y una distribución de curvatura aproximada (Park & Paulay, 1976) como se muestra en la Fig. 5, se demuestra que para vigas de distinta longitud e igual sección la ductilidad de desplazamiento no puede ser la misma, ni siquiera pueden ser aproximadamente iguales, y por ende el valor de R no puede ser el mismo.

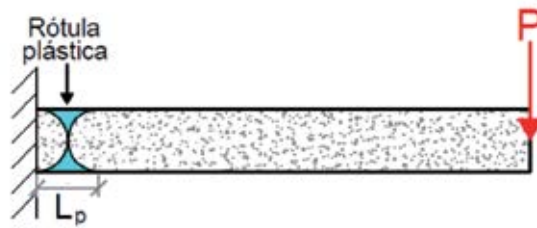


Fig. 4: Viga empotrada con rótula plástica en el empotramiento.



Fig. 5: Distribución idealizada de curvatura de la viga (Park & Paulay, 1976)

- Gran dispersión en la definición de los factores de reducción R para estructuras similares en los distintos códigos, lo que resulta en una gran dispersión en las cargas sísmicas obtenidas, lo cual resulta en una gran dispersión en las características de los elementos.

- Utilizar un factor de reducción global para disminuir las fuerzas sísmicas. Lo cual es inadecuado en estructuras con distintas alturas de columnas como un muelle marginal o un puente sobre un río con lecho irregular, ya que es posible que las columnas más largas se mantengan en el rango elástico mientras las columnas más cortas actúen inelásticamente.

- Hacer una estimación adecuada de la rigidez de los elementos, lo cual resulta en un proceso iterativo considerando que se inicia con un conjunto de elementos cuya geometría cambia constantemente, y por lo tanto cambian las fuerzas sísmicas ya que el periodo se ve afectado.

- Realizar una estimación adecuada del agrietamiento en estructuras de concreto armado, el cual es necesario para la determinación de la rigidez de cada elemento; el nivel de agrietamiento a considerar usualmente es recomendado en los códigos y entre ellos presentan una gran dispersión. La rigidez queda afectada directamente por el nivel de agrietamiento adoptado, de tal manera se ve afectado el periodo y el cortante basal tiene una variación significativa.

- Se asume que las propiedades elásticas de la estructura son buenos indicadores del comportamiento inelástico. Lo cual contradice las curvas de esfuerzo – deformación del concreto bajo carga cíclica (Takeda, *et al.*, 1970), en donde se observa que luego de varios ciclos de carga, la rigidez elástica inicial no representa el comportamiento del elemento en el rango inelástico.

- Utilización de la aproximación de los desplazamientos iguales y de la aproximación de igual energía. Se ha demostrado que la aproximación de desplazamientos iguales no es adecuada para estructuras con periodo corto ni para estructuras con periodo largo, y para estructuras con periodo medio se cumple cuando el comportamiento inelástico es cercano a la idealización elasto-plástica (Priestley, *et al.*, 2007).

Realizando un análisis y un detallamiento sismorresistente adecuado, se obtienen diseños seguros y satisfactorios para sismos moderados y poco frecuentes utilizando este método, pero el daño producido en los eventos sísmicos severos es muy variable (Priestley, *et al.*, 2007).

Las deficiencias en el método de diseño basado en fuerzas han sido reconocidas desde hace mucho tiempo, y por tal motivo se han desarrollado métodos alternativos en los cuales el desplazamiento es el parámetro más importante (Priestley, *et al.*, 2007). Se han desarrollado métodos de diseño cuyo objetivo es diseñar las estructuras para que alcancen un cierto nivel de deformación, de tal modo que éstas tengan un riesgo uniforme de daño; mediante un detallamiento adecuado, se puede lograr simultáneamente un riesgo uniforme de daño y un riesgo uniforme de colapso. Dentro de estos métodos se encuentran: el diseño por desempeño y el análisis no lineal de historia en el tiempo (ITHA). Estos métodos son efectivos, sin embargo, toman mucho tiempo para estructuras de un tamaño considerable, por lo cual se realizan con poca frecuencia en estructuras normales.

Por otro lado, existe otro método denominado Diseño Directo Basado en Desplazamientos (DDBD), el cual consiste en sustituir la estructura por una estructura equivalente; existen dos formas de realizar el DDBD (Goel & Chopra, 2001). La primera alternativa considera un espectro de desplazamientos inelástico, y la estructura considerada tiene la misma rigidez elástica, el mismo amortiguamiento viscoso lineal y la misma ductilidad. La segunda alternativa considera un espectro de desplazamientos elástico, y la estructura elástica considerada tiene una rigidez igual a la rigidez secante y un amortiguamiento viscoso equivalente. La segunda alternativa requiere muy pocas iteraciones y se obtiene un resultado análogo al de la primera alternativa, por lo cual esta alternativa se utilizará en el presente trabajo.

MÉTODOS DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS

En el método de Diseño Directo Basado en Desplazamiento se reemplaza la estructura real por una estructura equivalente de un grado de libertad ya que se reconoce que el primer modo de vibración en la mayoría de los casos controla la respuesta, genera mayores deformaciones y rotaciones inelásticas en las rótulas plásticas (Moehle, 1992).

La estructura equivalente se basa en una linealización de la respuesta inelástica de la estructura real (Shibata & Sozen, 1976). En vez de utilizar la rigidez elástica inicial, la estructura equivalente tiene una rigidez igual a la rigidez secante de la estructura hasta el máximo desplazamiento inelástico, es decir, la rigidez secante en el punto de respuesta máximo. En la Fig. 6 se puede observar el concepto de la linealización del sistema real. Asimismo, la estructura equivalente tiene una masa agrupada equivalente a la masa participativa del modo fundamental de vibración de la estructura real, y también tiene una tasa de amortiguamiento viscoso que es mayor al 5% asumido usualmente para concreto armado, e igual al amortiguamiento viscoso equivalente, el cual se obtiene por medio de la siguiente expresión:

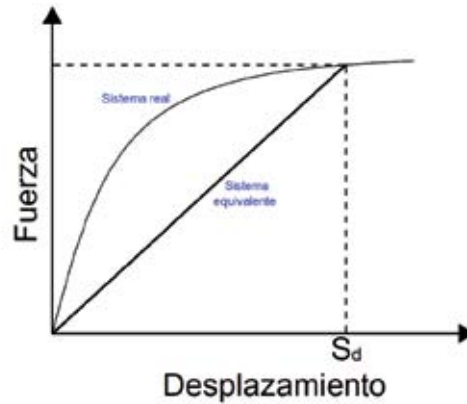


Fig. 6: Linearización del sistema real.

$$\xi_{eq} = \xi_e + \xi_h \quad (1)$$

Donde:

ξ_e : Amortiguamiento viscoso (típicamente 5% para estructuras de concreto armado)

ξ_h : Amortiguamiento hysterético

Si se realiza un experimento de vibración forzada a una estructura, se tiene la siguiente expresión para la tasa de amortiguamiento hysterético (Chopra, 2006):

$$\xi_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_d}{E_{So}} \quad (2)$$

Para un ciclo de histéresis en forma de paralelogramo se puede definir el amortiguamiento hysterético en función de la demanda de ductilidad de desplazamiento (μ) y la relación entre las pendientes del rango plástico y el rango elástico (α) (Applied Technology Council, 1996):

$$\xi_h = k \frac{2 (\mu-1) (1-\alpha)}{\pi \mu (1+\alpha\mu-\alpha)} \quad (3)$$

METODOLOGÍA DE DISEÑO PARA PILAS DE PUENTES

En las pilas de puentes se busca que se formen rótulas plásticas en las columnas, y por tal motivo el resto de elementos deben diseñarse para que se comporte elásticamente, entre estos elementos se tiene la viga cabezal y la cimentación. En la Fig. 7 (Gómez, 2012) se muestra el diagrama de flujo del método de diseño directo basado en desplazamientos para pilas de puentes con cimentación superficial.

Paso I: Primero se debe realizar el diseño de los elementos de la superestructura en función de las cargas gravitacionales, luego se realiza un prediseño de la columna de la pila. Debido a que las cotas del puente están definidas por otros parámetros como el perfil de la vía, nivel de socavación, etcétera; la altura de la pila está previamente definida por factores no estructurales, y por ende sólo se debe elegir la forma, las dimensiones de la misma y los materiales a ser utilizados.

Paso II: Se eligen los estados límites para el diseño: servicio, de control de daño y de supervivencia. En función de los estados límites, se tienen los criterios de desempeño de la estructura y también el nivel de riesgo sísmico representado por el PGA (tabla 1). El procedimiento descrito a continuación se debe repetir para cada estado límite como se muestra en la Fig. 6.

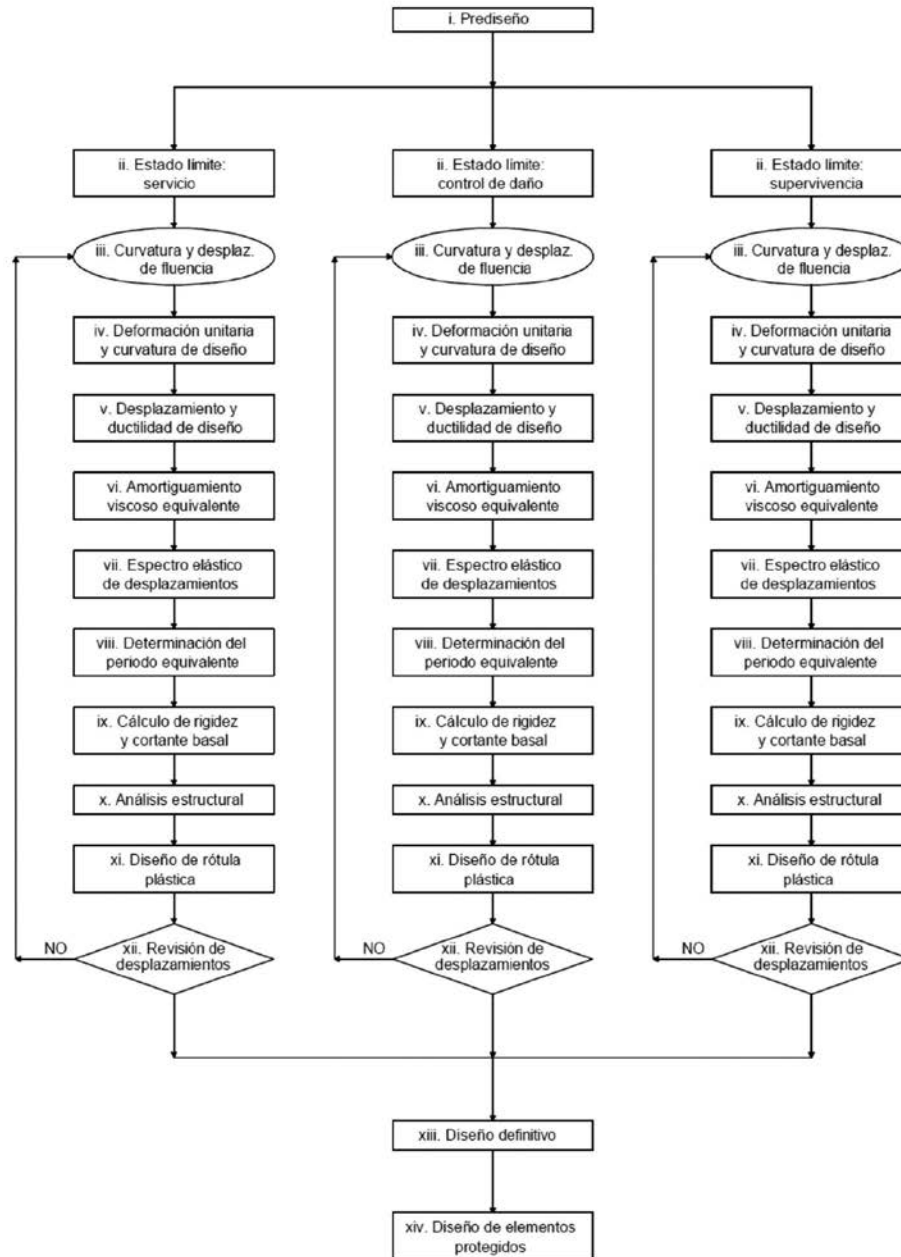


Fig. 7: Procedimiento del Método de Diseño Directo Basado en Desplazamientos.

Paso III: Inicialmente se asume una curvatura de fluencia y se calcula el desplazamiento de fluencia de la estructura, se debe colocar un valor razonable para empezar el proceso. Se puede estimar la curvatura de fluencia empleando las siguientes fórmulas (Priestley, *et al.*, 2007):

$$\phi_y = \begin{cases} \frac{2.25 \varepsilon_y}{D} ; \text{círculo} \\ \frac{2.10 \varepsilon_y}{H} ; \text{rectángulo} \end{cases} \quad (4)$$

Tabla 1. PGA para la ciudad de Guayaquil en función del tipo de estructura y el nivel de sismicidad.

	Intensidad sísmica	Estructuras normales	Estructuras esenciales	Estructuras críticas
Probabilidad de excedencia en 50 años.	Nivel 1	50%	20%	20%
	Nivel 2	10%	4%	2%
	Nivel 3	2%	1%	1%
Periodo de retorno (años).	Nivel 1	72	224	224
	Nivel 2	475	1225	2475
	Nivel 3	2475	4975	4975
PGA (Z) Guayaquil (fracción de g).	Nivel 1	0.19	0.31	0.31
	Nivel 2	0.40	0.54	0.65
	Nivel 3	0.65	0.87	0.87

Donde:

ε_y : Deformación unitaria de fluencia del acero de refuerzo.

D : Diámetro de columna circular.

H : Altura de columna rectangular (distancia perpendicular al eje de flexión).

Para una pila empotrada, el desplazamiento de fluencia se calcula por medio de la siguiente ecuación básica:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3} \quad (5)$$

Paso IV: En función de los criterios de desempeño escogidos, por ejemplo los mostrados en la tabla 2 (Priestley, *et al.*, 2007), se determina las deformaciones unitarias máximas a compresión en el concreto y a tensión en el acero de refuerzo. Se asume una posición del eje neutro, se calcula las respectivas curvaturas para ambas deformaciones unitarias, y se elige la menor curvatura obtenida como la curvatura de diseño.

Paso V: A partir de la curvatura de diseño, la curvatura de fluencia y el desplazamiento de fluencia, se calcula el desplazamiento de diseño utilizando la ecuación 6 (Park & Paulay, 1976).

$$\Delta_u = \Delta_y + \left(\phi_u - \phi_y \right) L_p \left(L - \frac{L_p}{2} \right) \quad (6)$$

Donde:

Δ_u : Desplazamiento de diseño.

Δ_y : Desplazamiento de fluencia.

ϕ_u : Curvatura de diseño.

ϕ_y : Curvatura de fluencia.

L : Longitud de la columna.

L_p : Longitud de la rótula plástica.

La longitud de la rótula plástica se puede evaluar por medio de la ecuación 7 (Priestley, *et al.*, 1996). La ecuación 7, obtenida a partir de evidencia experimental, toma en cuenta el fenómeno de penetración de fluencia a la cimentación,

el cual se produce debido a que la acción inelástica del acero se introduce hasta cierta profundidad en la cimentación, y ésta provoca rotaciones y deformaciones adicionales en el elemento.

$$L_p = 0.08L + 9d_{\text{long}} \geq 18d_{\text{long}} \quad (7)$$

Donde:

d_{long} : Diámetro de las varillas de refuerzo longitudinal asumidas.

Posteriormente, es calculado el desplazamiento de diseño en función de la rotación máxima total acorde al estado límite de diseño escogido. Se comparan los desplazamientos de diseño obtenidos por ambos métodos y se escoge el menor de ellos. Luego se calcula la ductilidad de diseño utilizando la ecuación:

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (8)$$

Donde:

μ_Δ : Ductilidad de desplazamiento de la pila.

Paso VI: Se determina el amortiguamiento viscoso equivalente de la estructura como la suma del amortiguamiento viscoso y el amortiguamiento histérico que depende del material y la ley de histéresis considerada.

Paso VII: Se construye un espectro elástico de desplazamientos para un amortiguamiento viscoso igual al amortiguamiento viscoso equivalente, se consideran los parámetros adecuados del suelo y de sismicidad local que toman en cuenta el PGA de acuerdo al estado límite escogido (tabla 1).

Tabla 2. Criterios de desempeño para elementos de hormigón armado.

Estado límite	Deformación unitaria a compresión en el hormigón	Deformación unitaria a tracción en el acero	Derivas inelásticas
Servicio	0.004	0.015	0.010
Control de Daño .	$\varepsilon_{c-cd} = 0.004 + 1.4 \frac{\rho_v f_{yh} E_{su}}{f'_{cc}} \leq 0.02$ $\rho_v = \frac{4A_u}{d_x s}$	0.060	0.025
Supervivencia	$1.50\varepsilon_{c-d compr}$	$1.50\varepsilon_{c-d tracc}$	No colapso

Paso VIII: Utilizando el desplazamiento de diseño, se obtiene el periodo equivalente a partir del espectro elástico con un amortiguamiento igual al amortiguamiento viscoso equivalente como se muestra en la figura 8. En el caso de que sólo se disponga de un espectro de desplazamientos con amortiguamiento igual al 5%, se debe utilizar un factor de reducción de la demanda sísmica para modificar el periodo obtenido del espectro de desplazamientos.

Paso IX: Se calcula la rigidez equivalente en función de la masa y el periodo equivalente, por medio de la ecuación 9.

$$K_{eq} = \frac{4\pi^2 m_{eq}}{T_{eq}^2} \quad (9)$$

Donde:

K_{eq} : Rigidez de la estructura equivalente.

m_{eq} : Masa participativa de la pila.

T_{eq} : Periodo de la estructura equivalente.

Se determina el cortante basal en función del desplazamiento de diseño y la rigidez equivalente, por medio de la ecuación 10.

$$V_s = K_{eq} \Delta_u \quad (10)$$

V_s : Cortante basal actuante.

Paso x: A partir del cortante basal se halla la fuerza de fluencia, si se utiliza el diagrama bilineal de fuerzas versus desplazamiento para la estructura real, se debe utilizar la ecuación 11.

$$f_y = \frac{V_s}{1 + \alpha \mu - \alpha} \quad (11)$$

α : Relación entre la pendiente del rango plástico y la pendiente del rango elástico en la curva bilineal de fuerza versus desplazamiento.

f_y : Fuerza de fluencia.

Se determina el momento de fluencia y el momento último en la columna a partir de la fuerza de fluencia, el cortante basal y la altura de la pila, y se calcula la carga axial en función de la masa. Se deben evaluar los efectos $P - \Delta$ en la pila y amplificar los momentos obtenidos si es necesario.

Paso XI: A partir de las fuerzas internas del paso anterior, se determina el refuerzo longitudinal y transversal correspondiente si el elemento es de concreto armado, se debe realizar un análisis de momento curvatura de la sección, del cual se obtienen el momento de fluencia y la curvatura de fluencia.

Se calcula la rigidez del sistema a partir de las propiedades determinadas, y luego se determina el desplazamiento de fluencia utilizando la rigidez del sistema y la fuerza de fluencia del elemento por medio de la siguiente ecuación:

$$\Delta_y = \frac{f_y}{K} \quad (12)$$

K : Rigidez de la columna calculada en función de las propiedades.

Paso XII: Si el desplazamiento de fluencia y la curvatura de fluencia del paso anterior no coinciden con el desplazamiento de fluencia y la curvatura de fluencia asumidos inicialmente, se debe regresar al paso iii y repetir el proceso. Además, se deben revisar las demás hipótesis utilizadas como la ubicación del eje neutro, el diámetro del acero de refuerzo longitudinal utilizado y la cuantía de refuerzo transversal.

Paso XIII: En la evaluación del procedimiento para cada estado límite se pueden obtener distintos diseños para el acero de refuerzo longitudinal y transversal. Se escoge el más severo de todos los diseños obtenidos como el diseño definitivo de la columna.

Paso XIV: A partir del diseño definitivo se debe hallar la capacidad probable de la columna utilizando un factor de sobrerresistencia que puede ser 1.25 si se consideraron en el diseño los efectos del endurecimiento por deformación en el acero de refuerzo o 1.60 si no se consideraron (Priestley, *et al.*, 2007); en su defecto, se puede hallar la resistencia probable de la columna utilizando las capacidades probables de los materiales de acuerdo a la tabla 3 (American Association of State Highway and Transportation Officials, 2007).

Tabla 3. Capacidad probable de los materiales.

Capacidad probable de cada material.	
Esfuerzo de fluencia del acero	1.25 f_y
Resistencia del hormigón	1.50 f'_c

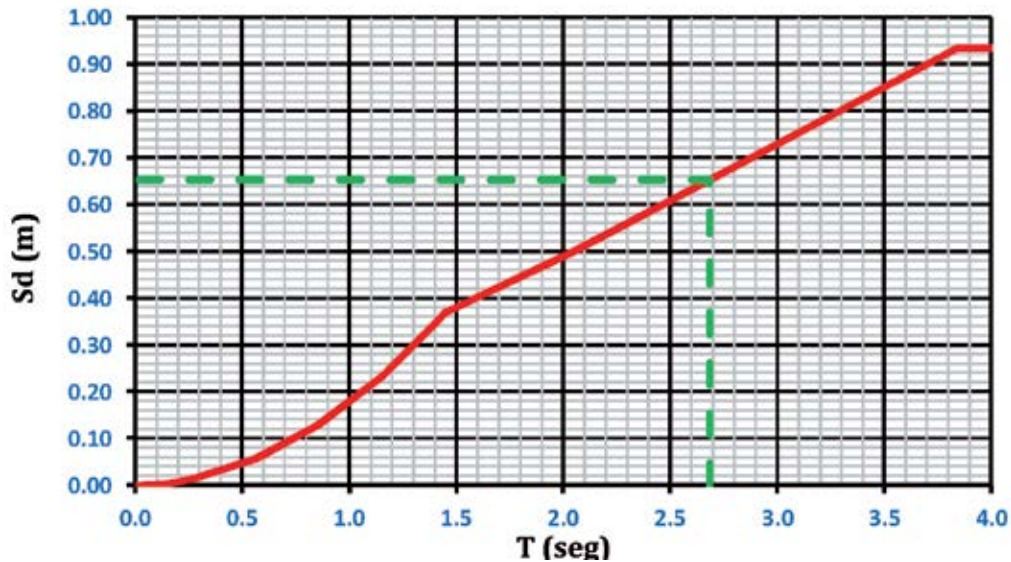


Fig. 8: Determinación del periodo equivalente.

La capacidad probable a flexión de la columna depende de la carga axial actuante en la columna, por lo cual es necesario realizar el diagrama de interacción de momentos probables. De acuerdo a la carga axial considerada se determina la resistencia probable a flexión, y luego se obtiene el cortante sísmico actuante en la columna como se muestra en la Fig. 9.

Se puede expresar el cortante sísmico por medio de la ecuación 13 para la columna de la pila (Priestley, *et al.*, 1996); el cortante sísmico es la demanda de cortante en la columna.

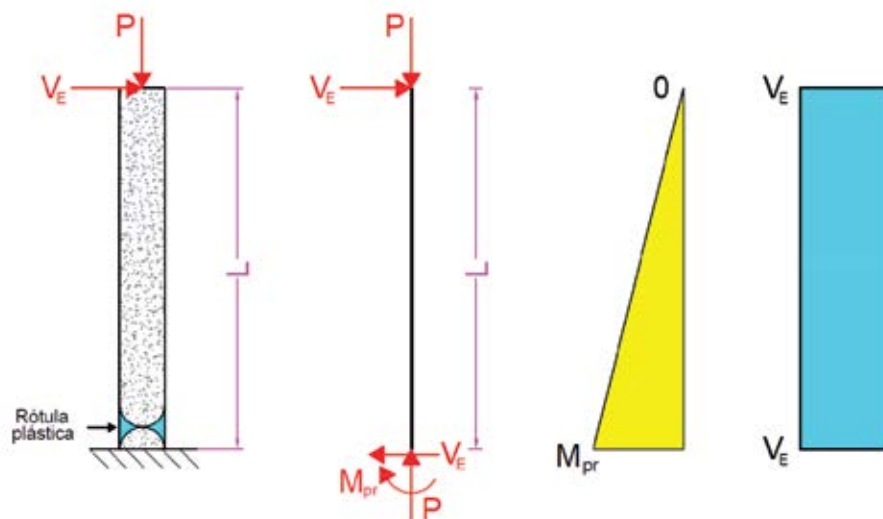


Fig. 9: Fuerzas internas en una pila con una rótula plástica, diagrama de momentos probables y de cortante sísmico.

$$V_E = \frac{M_{pr}}{L} = \frac{\Omega M_n}{L} \quad (13)$$

Donde:

V_E : Cortante sísmico de la columna.

M_{pr} : Momento resistente probable de la columna que depende de la carga axial.

L : Longitud de la columna.

Ω : Factor de sobrerresistencia.

M_n : Momento resistente obtenido en el diseño definitivo.

Debido al alto nivel de agrietamiento en las rótulas plásticas provocado por las acciones reversibles del sismo, se debe determinar la capacidad a cortante de la sección sin tomar en cuenta la contribución del concreto en estas zonas; por otro lado, en las zonas donde no se espera concentración de acciones inelásticas se puede considerar la contribución del concreto como parte de la capacidad a cortante. Se debe comprobar que la capacidad a cortante con factores de reducción de resistencia sea menor que la demanda de cortante, en el caso de no cumplirse se debe incrementar el refuerzo transversal y repetir el procedimiento con dicho refuerzo transversal, ya que se incrementa el nivel de confinamiento en el núcleo. Finalmente, se diseña la cimentación tomando en cuenta los estados de carga gravitacionales y el estado de cargas sísmico representado por la capacidad probable a flexión y el cortante sísmico de la columna. Se debe procurar que la cimentación se comporte elásticamente para las fuerzas cortantes y los momentos flectores obtenidos.

COMPARACIÓN DE RESPUESTAS ENTRE PILAS DE CIMENTACIÓN SUPERFICIAL Y CIMENTACIÓN PROFUNDA

Para efectuar el diseño de una pila con cimentación profunda es necesario primero realizar un prediseño de las columnas y de la cimentación. Se ejecuta un prediseño de la cimentación con cualquiera de los métodos conocidos, luego se debe realizar el prediseño de las columnas, para lo cual se puede empezar asumiendo que la base de la columna está perfectamente empotrada en la base.

Se realizó una comparación entre pilas de cimentación superficial y pilas de cimentación profunda. Se utilizó un modelo estructural (Gómez, 2012) realizado en el software OpenSees (McKenna, 2006) de la pila de un puente de concreto armado. El modelo matemático se muestra en la figura 10.



Fig. 10: Modelo estructural en OpenSees.

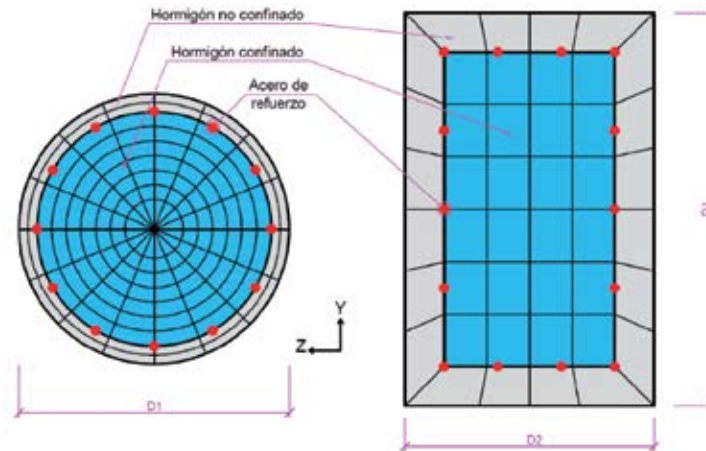


Fig. 11: Secciones definidas con fibras.

Se utilizó un análisis con fibras para las secciones (Fig. 11), se consideró un modelo de comportamiento inelástico del concreto confinado y no confinado (Mander, *et al.*, 1988) y un modelo de comportamiento inelástico del acero de refuerzo (Menegotto & Pinto, 1973). Para tomar en cuenta la interacción entre el suelo y la estructura se colocaron resortes no lineales cuyo comportamiento está regido por curvas p-y (Matlock, 1970).

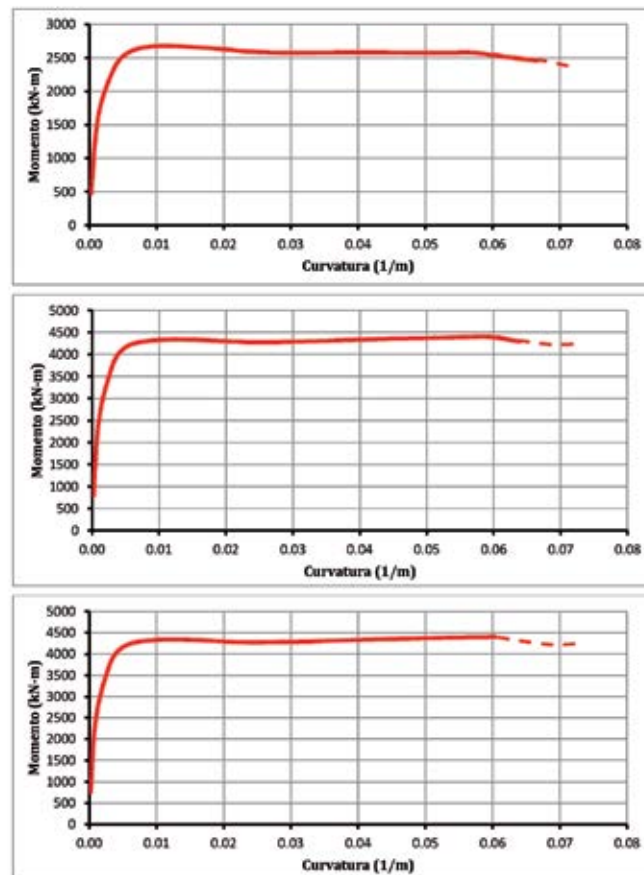


Fig. 12: Diagrama de momento (kN-m) – curvatura (1/m) de columna.

La comparación fue realizada para 3 modelos en los cuales se varió el diámetro de la columna, el refuerzo correspondiente, y el tamaño de los pilotes. En las figuras 12, 13, 14 y 15 se muestran algunas de las curvas de respuesta obtenidas. En todas las curvas la línea continua representa a la pila con pilotes y la línea punteada representa a la pila empotrada.

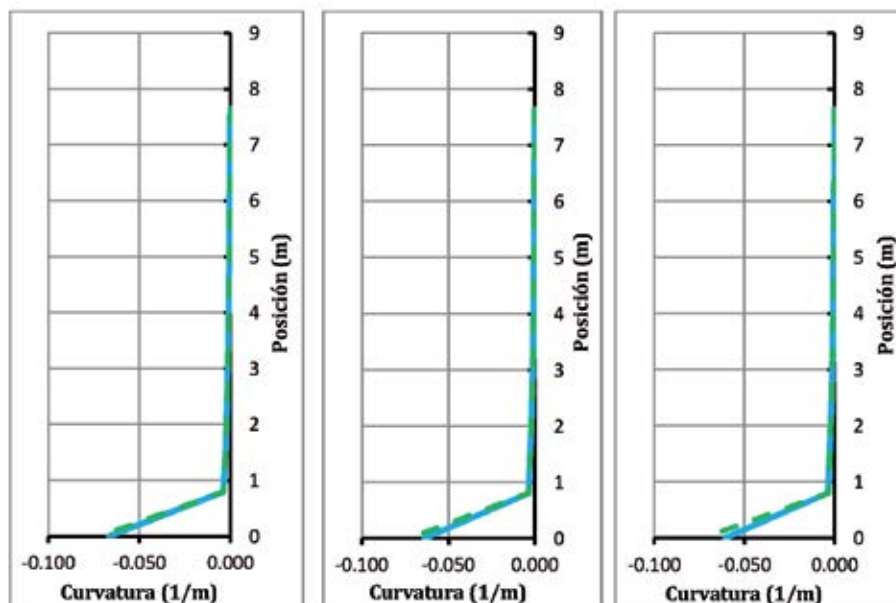


Fig. 13: Distribución de curvatura (1/m) en columna.

Como se puede observar la diferencia es pequeña pero no es despreciable, de tal manera que si se realiza un prediseño considerando la pila empotrada, entonces no se requerirá de muchas iteraciones para obtener el diseño definitivo. A pesar de la pequeña diferencia, las ductilidades de ambos sistemas pueden variar completamente (Moehle, 1992). Cabe recalcar que las curvas son realizadas para el mismo desplazamiento total en el extremo superior de la columna.

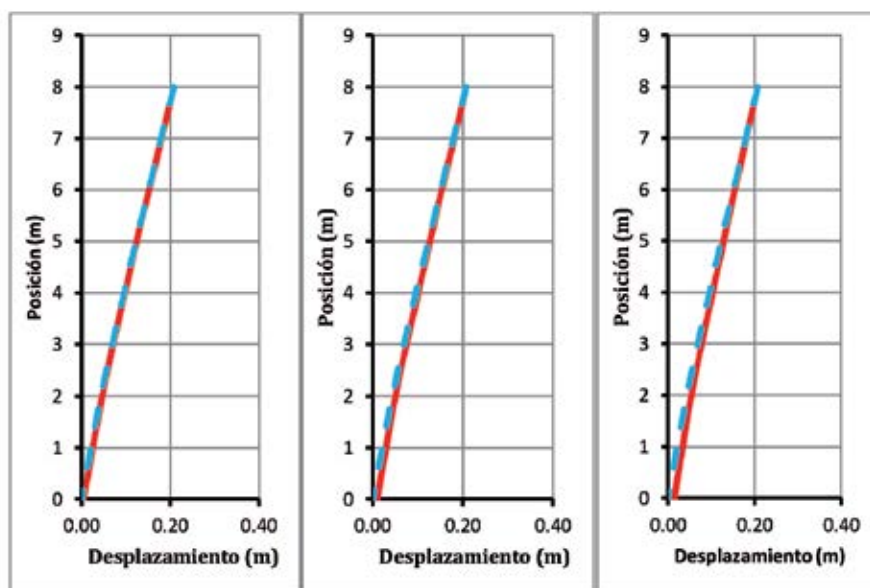


Fig. 14: Perfil de desplazamientos (m) en columna.

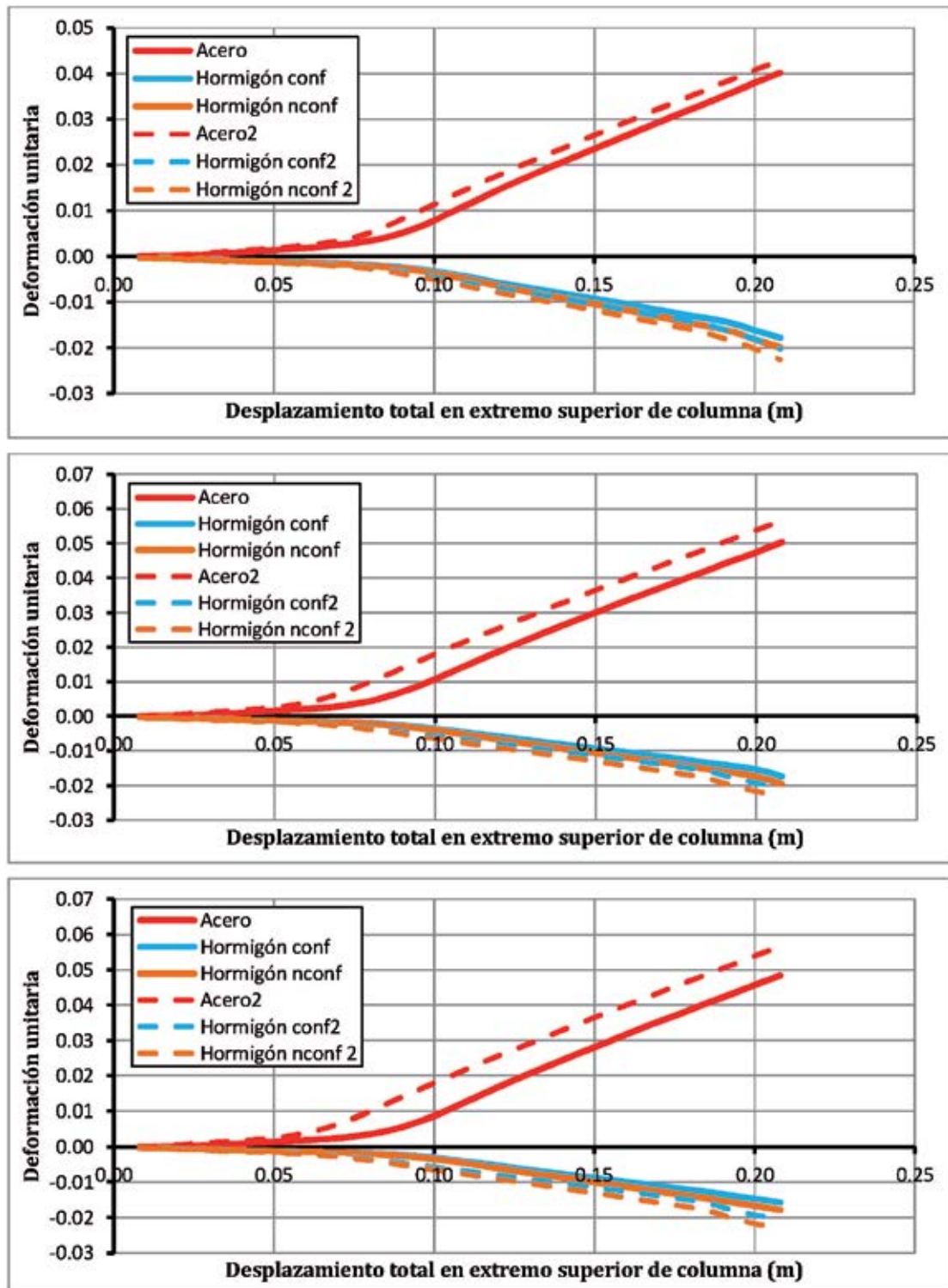


Fig. 15: Diagrama de deformaciones unitarias en fibras extremas de acero, de hormigón confinado y hormigón no confinado en columna versus desplazamiento total en el extremo superior de la columna (m).

Después de realizar el prediseño de la columna asumiendo que tiene la base empotrada, se debe ejecutar el modelo, y a partir de los resultados obtenidos se puede realizar un proceso iterativo de diseño. Se deben cumplir con los criterios de desempeño para la columna y para los pilotes. Se debe verificar que la rótula plástica se genere en la columna y no en los pilotes, es decir, se debe lograr que los pilotes no superen el estado límite de servicio para todos los niveles de intensidad sísmica.

El sistema equivalente va a estar caracterizado por el desplazamiento total en el extremo superior de la columna, la masa agrupada de la superestructura y el amortiguamiento viscoso equivalente considerando la flexibilidad de la cimentación (Priestley, *et al.*, 2007):

$$\zeta_{eq} = \zeta_e + \zeta_{hc} \frac{\Delta_c}{\Delta_u} \quad (14)$$

Donde:

ζ_{eq} : Amortiguamiento viscoso equivalente del sistema

Δ_c : Desplazamiento relativo de la columna

Δ_u : Desplazamiento total en el extremo superior de la columna

ζ_e : Amortiguamiento elástico

ζ_{hc} : Amortiguamiento hysterético de la columna

En la fórmula presentada se supone que los pilotes se comportarán elásticamente durante el evento sísmico, y por tal razón su amortiguamiento viscoso equivalente es igual al amortiguamiento elástico.

APLICACIÓN EN EL DISEÑO DE UNA PILA DE CONCRETO ARMADO

Una pila de concreto armado, que es parte de la subestructura de un paso elevado a construirse en la ciudad de Guayaquil, tiene una altura libre de 8 metros. Las pilas del puente están ubicadas uniformemente cada 30 metros. Debido a consideraciones estéticas, cada pila consiste en una columna circular que soporta la viga cabezal. La viga cabezal soporta las vigas de concreto pretensadas simplemente apoyadas que a su vez soportan el tablero del puente. Se puede asumir que la pila está empotrada en la zapata y se desprecia la interacción entre el suelo y la estructura. Diseñar la columna de la pila de concreto armado. La estructura se puede considerar como una estructura normal.

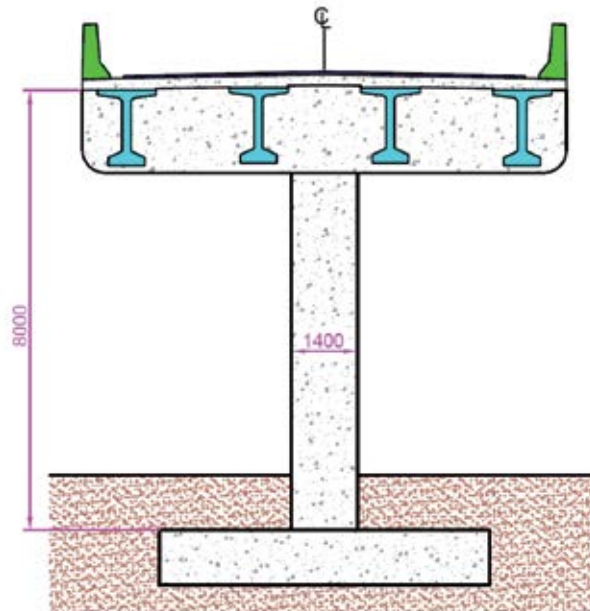


Fig. 16: Esquema de la pila del ejemplo.

Primero se realiza un prediseño de la pila de acuerdo a las recomendaciones del ACI 318-08 (American Concrete Institute, 2008), se utilizará una columna circular de 140 centímetros de diámetro, la resistencia del concreto a los 28 días será de 35 MPa (350 kg/cm²) y el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo será de 420 MPa (4200 kg/cm²). Se considera que el extremo inferior de la pila está perfectamente empotrado y que la combinación que incluye el efecto sísmico es crítico para el diseño de la columna de la pila, y por tanto no es necesario revisar las combinaciones de cargas gravitacionales.

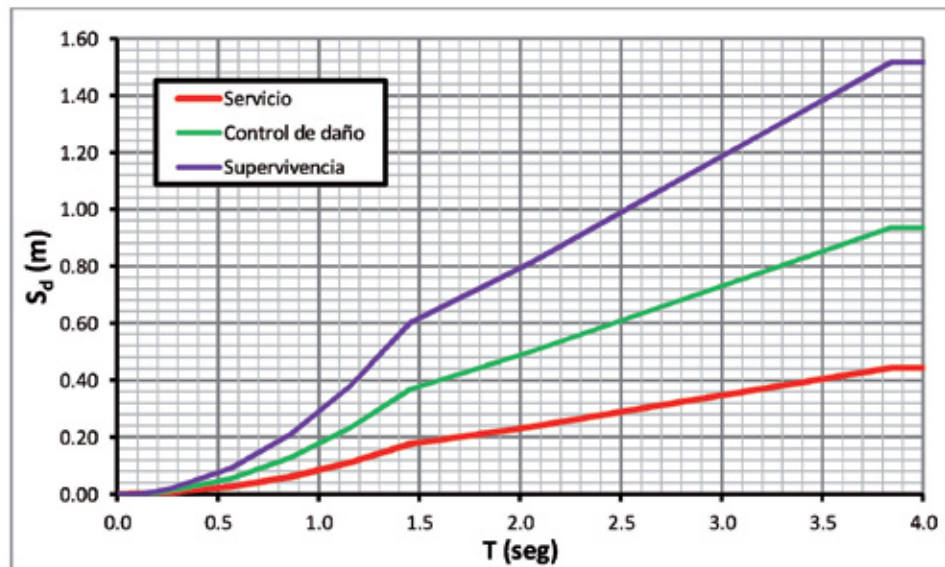


Fig. 17: Espectros de desplazamientos – Guayaquil, suelo V.

A partir de la geometría de la superestructura se obtiene una descarga de 330 toneladas sobre la pila por carga muerta, utilizando la metodología de AASHTO LRFD se obtiene una descarga de 77 toneladas por la carga viva reducida que corresponde al 50% de la carga viva total. Adicionalmente, se tiene un peso de 40 toneladas de la viga cabezal, la cual se diseñó para la carga gravitacional; y el peso de la columna de acuerdo al prediseño efectuado es de 22 toneladas.

Se consideran 3 estados límites: servicio, control de daño y de supervivencia. Los espectros de desplazamientos a utilizarse se muestran en la figura 17 (Código Ejecutivo de la Norma Ecuatoriana de la Construcción, 2011) en función del PGA obtenido en la tabla 1. Los espectros de desplazamientos consideran un amortiguamiento viscoso del 5% y por tal motivo es necesario utilizar un factor de modificación de la demanda sísmica de acuerdo a la ecuación 15 (Priestley, et al., 2007).

$$R_{\xi} = \left(\frac{0.07}{0.02 + \xi} \right)^{0.5} \quad (15)$$

En la Tabla 4 se observan los cálculos realizados para el estado límite de servicio, en la tabla 5 se observan los cálculos realizados para el estado límite de control de daño y en la tabla 6 se observan los cálculos realizados para el estado límite de supervivencia. Se observa que el estado límite más severo es el de supervivencia en el cual se obtiene un refuerzo longitudinal de 38 varillas de 28 milímetros y un refuerzo transversal en espiral de 14 milímetros cada 100 milímetros. Para la verificación del diseño realizado, se efectuó un análisis pushover inelástico de la estructura utilizando un modelo estructural (Gómez, 2012) en el software OpenSees. En las figuras 18, 19 y 20 se observan los resultados más importantes obtenidos.

DEFICIENCIAS EN EL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS

A pesar de solucionar las inconsistencias presentes en el método de las fuerzas, el procedimiento actual del método de diseño directo basado en desplazamientos presenta todavía algunas deficiencias.

Tabla 4. Cálculos efectuados para el estado límite de servicio.

PASO	OBJETIVO	UNID.	RESULTADOS	
			Iteración 1	Iteración 2
ii.	PGA	g	0.19	0.19
iii.	Curvatura de fluencia aproximada	1/m	0.0032	0.0032
	Desplazamiento de fluencia	m	0.069	0.068
iv.	Deformación unitaria a compresión		0.0040	0.0040
	Deformación unitaria a tracción		0.0150	0.0150
	Posición del eje neutro	m	0.150	0.150
	Curvatura - d.u. compresión	1/m	0.0267	0.0267
	Curvatura - d.u. tracción	1/m	0.0127	0.0127
	Curvatura de diseño	1/m	0.0127	0.0127
v.	Rotación total máxima	rad	0.0100	0.0100
	Diámetro de varilla longitudinal	mm	28	28
	Longitud de rótula plástica	m	0.892	0.892
	Desplazamiento - rotación	m	0.080	0.080
	Desplazamiento - curvatura de diseño	m	0.133	0.132
	Desplazamiento de diseño	m	0.080	0.080
vi.	Ductilidad		1.17	1.17
	α (pend. inelástica/pend. elástica)		0.00010	0.00010
	κ (ley hist. de paralelogramo)		1.00	1.00
vii.	Amortiguamiento viscoso equiv.	%	14.09	14.34
	Espectro elástico de despl (5%)		Fig. 17	Fig. 17
viii.	Factor de reducción de demanda R_x		0.6595	0.6546
	Desplazamiento espectral (5%)	m	0.1213	0.1222
	Desplazamiento espectral máximo	m	0.4436	0.4436
	$S_d < S_{d\max}$:		OK	OK
	Periodo equivalente	seg	1.209	1.213
ix.	Masa equivalente	Ton	458.00	458.00
	Rigidez equivalente	kN/m	12376.27	12284.07
	Cortante basal	kN	990.10	982.73
x.	Fuerza de fluencia	kN	990.09	982.71
	Momento de fluencia	kN-m	7920.68	7861.67
	Carga axial muerta	kN	3845.52	3845.52
	Carga axial viva	kN	755.37	755.37
	Carga axial mayorada	kN	5376.86	5376.86
	Coefficiente de estabilidad		0.054	0.055
xi.	Momento de diseño	kN-m	8135.89	8076.88
	Cuántía de refuerzo longitudinal ρ	%	1.44	1.44
	Cuántía de refuerzo transversal ρ_v	%	0.47	0.47
	EI	kN-m ²	2575125.00	2575125.00
	Rigidez	kN/m	15088.62	15088.62
	EI/EIg	%	49.28	49.28
	Momento de fluencia	kN-m	8240.00	8241.00
	Fuerza de fluencia	kN	1030.00	1030.13
xii.	Desplazamiento de fluencia	m	0.0683	0.0683
	Revisión de desplazamiento de fluencia		ERROR	OK
	Curvatura de fluencia	1/m	0.0032	0.0032
	Curvatura última	1/m	0.0317	0.0317
	Ductilidad del elemento		9.91	9.91
	Revisión de ductilidad		OK	OK
	Posición del eje neutro	m	0.150	0.150
	Capacidad de rotación total	rad	0.0338	0.0338
	Revisión de rotación total		OK	OK

Una de las principales debilidades del método es que la mayoría de los códigos de peligro sísmico no incluyen procedimientos para la construcción de espectros de desplazamientos elásticos. Es posible construir un espectro de desplazamientos a partir del espectro elástico de aceleraciones utilizando una fórmula en la cual se asume que la respuesta pico es gobernada por las ecuaciones del estado estable para la respuesta sinusoidal (Applied Technology Council, 1996), pero éste es sólo un resultado aproximado.

Tabla 5. Cálculos efectuados para el estado límite de control de daño.

PASO	OBJETIVO	UNID.	RESULTADOS	
			Iteración 1	Iteración 2
ii.	PGA	g	0.40	0.40
iii.	Curvatura de fluencia aproximada	1/m	0.0032	0.0029
	Desplazamiento de fluencia	m	0.0686	0.0619
iv.	Deformación unitaria a compresión		0.0175	0.0175
	Deformación unitaria a tracción		0.0600	0.0600
	Posición del eje neutro	m	0.100	0.100
	Curvatura - d.u. compresión	1/m	0.1750	0.1750
	Curvatura - d.u. tracción	1/m	0.0488	0.0488
	Curvatura de diseño	1/m	0.0488	0.0488
v.	Rotación total máxima	rad	0.0250	0.0250
	Diámetro de varilla longitudinal	mm	28	28
	Longitud de rótula plástica	m	0.892	0.892
	Desplazamiento - rotación	m	0.200	0.200
	Desplazamiento - curvatura de diseño	m	0.376	0.371
	Desplazamiento de diseño	m	0.200	0.200
	Ductilidad		2.92	3.23
vi.	α (pend. inelástica/pend. elástica)		0.00010	0.00010
	κ (ley hist. de paralelogramo)		1.00	1.00
	Amortiguamiento viscoso equiv.	%	46.84	48.97
vii.	Espectro elástico de despl (5%)		Fig. 17	Fig. 17
viii.	Factor de reducción de demanda R_z		0.3786	0.3706
	Desplazamiento espectral (5%)	m	0.5283	0.5397
	Desplazamiento espectral máximo	m	0.9339	0.9339
	$S_d < S_{d \max}$:		OK	OK
	Periodo equivalente	seg	2.172	2.219
ix.	Masa equivalente	Ton	458.00	458.00
	Rigidez equivalente	kN/m	3832.00	3671.44
	Cortante basal	kN	766.40	734.29
x.	Fuerza de fluencia	kN	766.25	734.12
	Momento de fluencia	kN-m	6130.02	5872.99
	Carga axial muerta	kN	3845.52	3845.52
	Carga axial viva	kN	755.37	755.37
	Carga axial mayorada	kN	5376.86	5376.86
	Coefficiente de estabilidad		0.175	0.183
	Momento de diseño	kN-m	6668.88	6411.99
xi.	Cuantía de refuerzo longitudinal ρ	%	1.00	1.00
	Cuantía de refuerzo transversal ρ_v	%	0.47	0.47
	EI	kN-m ²	2344590.00	2344590.00
	Rigidez	kN/m	13737.83	13737.83
	EI/EIg	%	44.86	44.86
	Momento de fluencia	kN-m	6799.31	6799.31
	Fuerza de fluencia	kN	849.91	849.91
	Desplazamiento de fluencia	m	0.0619	0.0619
xii.	Revisión de desplazamiento de fluencia		ERROR	OK
	Curvatura de fluencia	1/m	0.0029	0.0029
	Curvatura última	1/m	0.0344	0.0344
	Ductilidad del elemento		11.86	11.86
	Revisión de ductilidad		OK	OK
	Posición del eje neutro	m	0.100	0.100
	Capacidad de rotación total	rad	0.0366	0.0366
	Revisión de rotación total		OK	OK

Tabla 6. Cálculos efectuados para el estado límite de control de daño.

PASO	OBJETIVO	UNID.	RESULTADOS	
			Iteración 1	Iteración 2
ii.	PGA	g	0.65	0.65
iii.	Curvatura de fluencia aproximada	1/m	0.0032	0.0032
	Desplazamiento de fluencia	m	0.0686	0.0683
iv.	Deformación unitaria a compresión		0.0263	0.0263
	Deformación unitaria a tracción		0.0900	0.0900
	Posición del eje neutro	m	0.100	0.100
	Curvatura - d.u. compresión	1/m	0.2625	0.2625
	Curvatura - d.u. tracción	1/m	0.0732	0.0732
	Curvatura de diseño	1/m	0.0732	0.0732
v.	Rotación total máxima	rad	0.0400	0.0400
	Diámetro de varilla longitudinal	mm	28	28
	Longitud de rótula plástica	m	0.892	0.892
	Desplazamiento - rotación	m	0.320	0.320
	Desplazamiento - curvatura de diseño	m	0.540	0.540
	Desplazamiento de diseño	m	0.320	0.320
	Ductilidad		4.67	4.69
vi.	α (pend. inelástica/pend. elástica)		0.00010	0.00010
	κ (ley hist. de paralelogramo)		1.00	1.00
	Amortiguamiento viscoso equiv.	%	55.03	55.09
vii.	Espectro elástico de despl (5%)		Figura 17	Figura 17
viii.	Factor de reducción de demanda R_z		0.3503	0.3501
	Desplazamiento espectral (5%)	m	0.9134	0.9139
	Desplazamiento espectral máximo	m	1.5176	1.5176
	$S_d < S_{d \max}$		OK	OK
ix.	Periodo equivalente	seg	2.311	2.312
	Masa equivalente	Ton	458.00	458.00
	Rigidez equivalente	kN/m	3384.76	3381.16
x.	Cortante basal	kN	1083.12	1081.97
	Fuerza de fluencia	kN	1082.73	1081.57
	Momento de fluencia	kN-m	8661.80	8652.57
	Carga axial muerta	kN	3845.52	3845.52
	Carga axial viva	kN	755.37	755.37
	Carga axial mayorada	kN	5376.86	5376.86
	Coefficiente de estabilidad		0.199	0.199
xi.	Momento de diseño	kN-m	9525.27	9516.05
	Cuantía de refuerzo longitudinal ρ	%	1.52	1.52
	Cuantía de refuerzo transversal ρ_v	%	0.47	0.47
	EI	kN-m ²	3160751.34	3160751.34
	Rigidez	kN/m	18520.03	18520.03
	EI/EIg	%	60.48	60.48
	Momento de fluencia	kN-m	10114.40	10114.40
	Fuerza de fluencia	kN	1264.30	1264.30
	Desplazamiento de fluencia	m	0.0683	0.0683
xii.	Revisión de desplazamiento de fluencia		ERROR	OK
	Curvatura de fluencia	1/m	0.0032	0.0032
	Curvatura última	1/m	0.0470	0.0470
	Ductilidad del elemento		14.69	14.69
	Revisión de ductilidad		OK	OK
	Posición del eje neutro	m	0.100	0.100
	Capacidad de rotación total	rad	0.0501	0.0501
	Revisión de rotación total		OK	OK

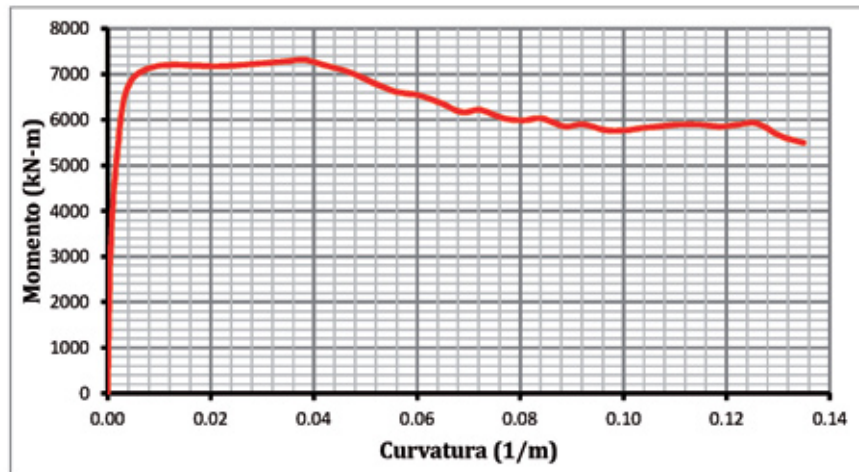


Fig. 18. Diagrama de momento-curvatura.

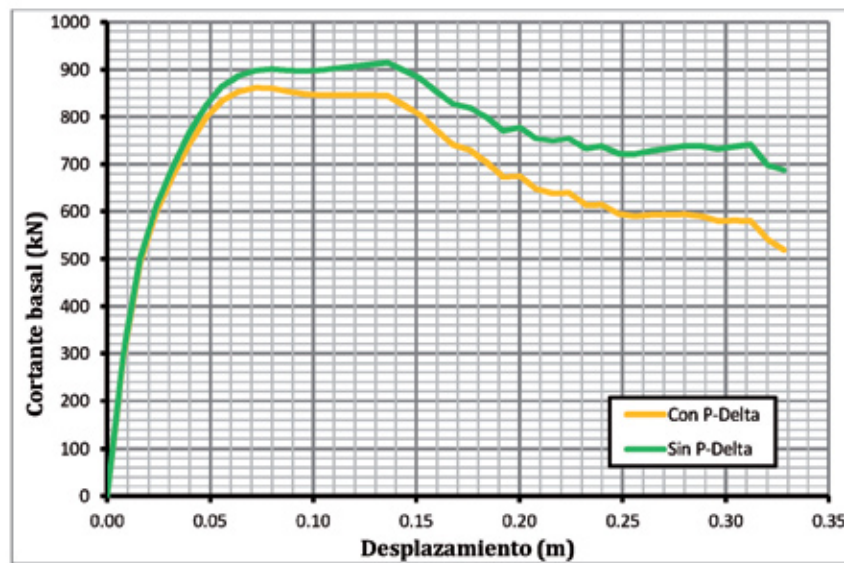


Fig. 19: Curva pushover.

Por otro lado, es necesario poder construir el espectro de desplazamientos con cierto nivel de amortiguamiento viscoso, sin embargo, en los códigos se incluyen procedimientos sólo para un amortiguamiento viscoso igual al 5%. Aunque se pueden utilizar factores de reducción de la demanda sísmica para conseguir el espectro deseado, existen diversas expresiones para estimar este factor que presentan una dispersión considerable, y por ende el resultado obtenido varía drásticamente.

El método ha sido efectivamente utilizado en el diseño de puentes de longitud corta a mediana, sin embargo, en puentes de gran longitud presenta algunas complicaciones debido a que las pilas tienden a ser muy altas y tener una gran masa comparable con la masa de la superestructura, además, tienen distribuciones irregulares de masa y rigidez, y desarrollan desplazamientos de mayor magnitud (Adhikari, 2008).

La contribución de los modos de vibración distintos al modo fundamental de vibración, importante en estructuras irregulares, no se ha estudiado completamente en los distintos tipos de estructuras, de tal manera que se debe despreciar su contribución, lo cual puede resultar en una subestimación importante de las derivas y las fuerzas internas, en especial en las zonas donde no se desarrollan las rótulas plásticas.

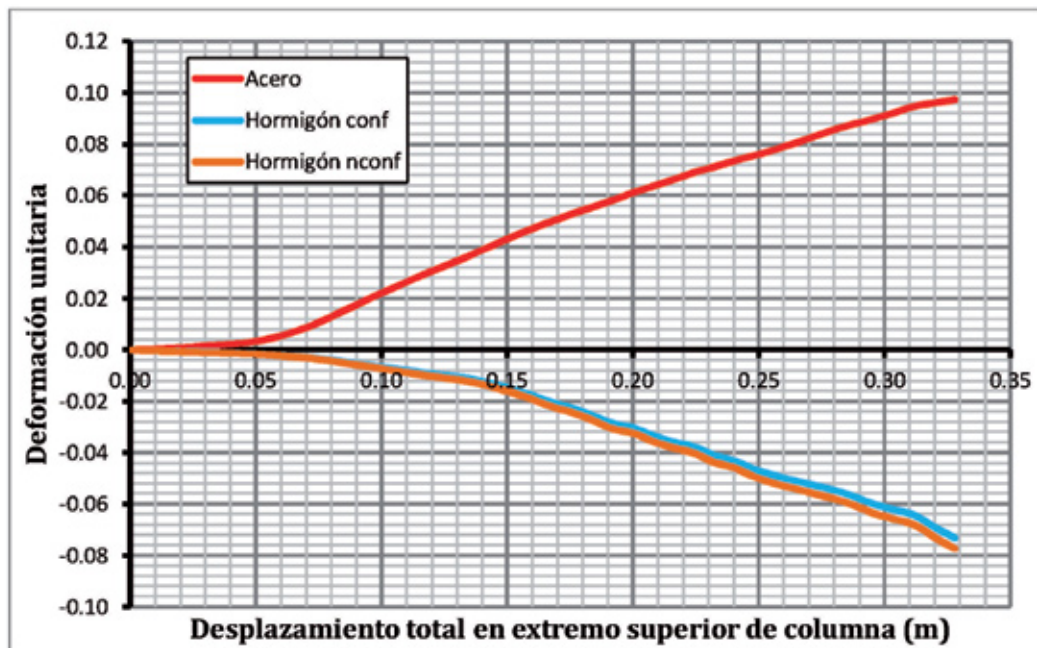


Fig. 20: Diagrama de deformaciones unitarias en fibras extremas de acero, de hormigón confinado y hormigón no confinado en columna versus desplazamiento total en el extremo superior de la columna (m).

CONCLUSIONES

El método basado en fuerzas controla las fuerzas, y el método de diseño directo basado en desplazamientos controla los desplazamientos y por tal motivo se correlaciona mejor con el daño en las estructuras. Si bien el método de las fuerzas equivalentes es conservador en la estimación de las fuerzas internas, se obtienen elementos con capacidades a flexión muy alta, por tal motivo el cortante sísmico que es directamente proporcional al momento probable también es alto, por ende la demanda de cortante sísmico en estos elementos resulta muy elevada, y esto puede resultar en una falla frágil de los elementos por cortante si no se provee al elemento de un adecuado nivel de refuerzo transversal.

Para los casos estudiados en el presente artículo, la diferencia en la respuesta de una pila con cimentación superficial y una pila con cimentación profunda es pequeña, sin embargo no es despreciable y debe ser considerada en el análisis sísmico de las pilas de puentes. Entre más flexible es la cimentación, es decir la rigidez lateral de los pilotes es más pequeña, más grande es la diferencia en la respuesta de una pila con cimentación superficial y una pila con cimentación profunda. Para las pilas de puentes típicas en la ciudad de Guayaquil que posean un diseño geotécnico adecuado, la rigidez lateral de los pilotes es suficientemente grande, y de tal manera esta diferencia en el comportamiento resulta pequeña.

Cuando la diferencia en el comportamiento entre una pila empotrada y una pila con pilotes es pequeña, realizar un prediseño de la columna considerando la base empotrada es un buen punto de partida ya que asegura que el número de iteraciones en el diseño se reduzca.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil por el apoyo brindado para la realización del presente estudio. También agradezco al Ing. Xavier Casal Rodríguez, catedrático de esta prestigiosa institución, por incitarme a estudiar e investigar varios temas afines al presente artículo y por realizar una revisión minuciosa del mismo. Finalmente, agradezco al Ing. Carlos Chon Díaz por motivarme a efectuar el presente artículo y por sus valiosos comentarios.

REFERENCIAS

1. Adhikari, G., *Is direct displacement based design valid for long span bridges?*, Beijing, s.n., 2008.
2. AASHTO LRFD, *Bridge design specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington: s.n., 2007.
3. AASHTO LRFD, *Bridge design specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington: s.n., 2007.
4. ACI 318-08, *Building code requirements for structural concrete and commentary*, American Concrete Institute, Farmington Hills: s.n., 2008.
5. ASCE 7-10, *Minimum design loads for buildings and other structures*, American Society of Civil Engineers Reston: s.n., 2010.
6. ATC-40, *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings*, Applied Technology Council, Redwood City: s.n., 1996.
7. Chopra, A., *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2006.
8. "Peligro sísmico, espectros de diseño y requisitos mínimos de cálculo para diseño sismorresistente", en Código Ecuatoriano de la Construcción Quito: s.n., 2001.
9. NEC-11, *Norma Ecuatoriana de la Construcción*, Comité Ejecutivo de la Norma Ecuatoriana de la Construcción Quito: s.n., 2011.
10. Goel, R. & Chopra, A., *Improved Direct Displacement-Based Design Procedure for Performance-Based Seismic Design of Structures*. Washington, s.n., 2001.
11. Gómez, F., *Desarrollo de un modelo estructural aplicado al método de diseño directo basado en desplazamientos en el diseño sismorresistente de pilas para puentes en la ciudad de Guayaquil*, Guayaquil: Facultad de Ingeniería UCSG, 2012.
12. Mander, J.; Priestley, M. & Park, R., "Theoretical stress-strain model for confined concrete", en *Journal of Structural Engineering*, 114(8), pp. 403-425, 1988.
13. Matlock, H., *Correlations for Design of laterally loaded piles in soft clay*, Houston, s.n., 1970.
14. McKenna, F., *OpenSees Wiki*, 2006, [Online] Available at: http://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Main_Page [Accessed 24 04 2012].
15. Menegotto, M. & Pinto, P., "Method of analysis of cyclically loaded RC frame including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under normal force and bending", en IABSE, Vol. 13, pp. 15-22, 1973.
16. Moehle, J., "Displacement-based design of RC structures subjected to earthquakes", en *Earthquake Spectra*, 8(3), pp. 1804-1825, 1992.
17. Park, R. & Paulay, T., *Reinforced Concrete Structures*. New York: Wiley, 1976.
18. Priestley, M., Calvi, G. & Kowalsky, M., *Displacement-based seismic design of structures*, Pavia: IUSS Press, 2007.
19. Priestley, M., Seible, F. & Calvi, G., *Seismic design and retrofit of bridges*, New York: Wiley, 1996.
20. Shibata, A. & Sozen, M., "Substitute structure method for seismic design in reinforced concrete", en *Journal of the Structural Division*, 102(1), pp. 1-18, 1976.
21. Takeda, T., Sozen, M. & Nielsen, N., "Reinforced concrete response to simulated earthquakes", en *Journal of the Structural Division*, 96(12), pp. 2557-2573, 1970.