

# OPTIMIZACIÓN DEL RIEGO POR SURCOS MEDIANTE UNA FÓRMULA ANALÍTICA Y SU IMPACTO EN LA REDUCCIÓN DEL AGUA APLICADA

## OPTIMIZATION OF FURROW IRRIGATION BY AN ANALYTICAL FORMULA AND ITS IMPACT ON THE REDUCTION OF WATER APPLIED

Carlos A. Chávez-García<sup>1</sup>, Carlos Fuentes-Ruiz<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigaciones del Agua, Universidad Autónoma de Querétaro, C.U. Cerro de las Campanas, 76010, Querétaro, México. <sup>2</sup>Coordinación de Riego y Drenaje. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 62550 Jiutepec, Morelos, México. (cbfuentesr@gmail.com)

### RESUMEN

El método de riego por gravedad es el más utilizado en los 85 Distritos de Riego de México. Uno de los principales problemas es la pérdida considerable, por la selección del caudal de riego inapropiado, causada por el diseño incorrecto de la longitud de riego o del gasto de riego. El objetivo de este estudio fue demostrar que a partir de la evaluación de una prueba de riego, datos de la parcela y lámina neta a aplicar puede calcularse el gasto óptimo para cada surco durante un riego. La hipótesis fue que con este gasto pueden disminuirse las láminas brutas históricas aplicadas en las parcelas evaluadas. En este estudio se evaluaron y diseñaron 197 pruebas de riego, en ocho texturas, en el Distrito de Riego 085, La Begoña, Guanajuato, México. En cada prueba de riego, en las parcelas se midieron: pendiente, anchura de surco, gasto de entrada, contenidos de humedad inicial y para saturación y densidad aparente. Con un algoritmo de optimización se calcularon los parámetros de la ecuación de infiltración de Green y Ampt ( $K_s$  y  $b_f$ ) a partir de la fase de avance, almacenamiento y recesión de cada prueba. Para el proceso de simulación del flujo superficial se utilizó el modelo de la onda cinemática y el gasto óptimo se calculó con una fórmula analítica, que se validó con el modelo completo de Saint-Venant y Richards. Con la aplicación del gasto óptimo de riego calculado, las láminas de riego disminuyeron en promedio 19.63 cm, y en algunos casos, dejó de aplicarse una lámina de hasta 124.68 cm. Los tiempos de riego disminuyeron en promedio 11.76 h  $ha^{-1}$  por riego y además el ahorro promedio fue de 2000  $m^3 ha^{-1}$  por riego, que representó 48 % del volumen total utilizado, lo que elevó en promedio de 53 a 85 % la eficiencia.

**Palabras clave:** Riego por gravedad, ecuación de Green y Ampt, pruebas de riego, modelo de la onda cinemática.

### ABSTRACT

The gravity irrigation method is the most frequently used in the 85 Irrigation Districts in Mexico. One of the main problems is the considerable loss caused by the incorrect design of the irrigation longitude or the irrigation flow rate, from the selection of the inappropriate irrigation flow. The objective of this study was to demonstrate that from the evaluation of an irrigation test, the optimal flow rate can be calculated for each furrow during irrigation from data obtained from the plot and the net irrigation depth to be applied. The hypothesis was that with this flow rate, the gross historical water depth applied in the plots evaluated could be decreased. In this study, 197 irrigation tests were evaluated and designed, in eight textures, in Irrigation District 085, La Begoña, Guanajuato, Mexico. In each irrigation test, the following variables were measured in the plots: slope, furrow width, entry flow rate, initial moisture contents, and for saturation and apparent density. With an optimization algorithm, the parameters of the Green and Ampt ( $K_s$  y  $b_f$ ) infiltration equation were calculated from the advancement, storage and recession phases of each test. For the simulation process of the superficial flow, the kinematic wave model was used and the optimal flow rate was calculated with an analytical formula, which was validated with the complete Saint-Venant and Richards model. With the application of the optimal flow rate of calculated irrigation, the irrigation depths decreased in average 19.63 cm, and in some cases, an in water depth of up to 124.68 cm ceased to be applied. The irrigation times decreased in average 11.76 h  $ha^{-1}$  per irrigation event and, in addition, the average savings was 2000  $m^3 ha^{-1}$  per irrigation event, which increased the average efficiency from 53 to 85 %.

**Key words:** gravity irrigation, Green and Ampt equation, irrigation tests, kinematic wave model.

\* Autor responsable ♦ Author for correspondence.  
Recibido: febrero, 2017. Aprobado: julio, 2017.  
Publicado como ARTÍCULO en Agrociencia 52: 483-496. 2018.

## INTRODUCCIÓN

**E**l riego por gravedad consiste en el aporte de agua en la cabecera de un canal o cauce inclinado, construido en la parcela, como una melga o un surco, para aprovechar el campo gravitacional y proporcionar la cantidad necesaria de agua para el desarrollo de las plantas cultivadas (Fuentes *et al.*, 2012). En el riego por gravedad se distinguen las fases de avance, almacenamiento y recesión, que en conjunto se estudian con una variedad de modelos para entender el fenómeno. Fuentes *et al.* (2012) revisaron exhaustivamente los modelos en la literatura que describen este evento, entre ellos están los modelos completamente empíricos y los de base física que usan las ecuaciones de Barré de Saint-Venant y Richards para modelar el movimiento superficial y el movimiento subterráneo, respectivamente (Fuentes *et al.*, 2004; Saucedo *et al.*, 2005, 2011 y 2015).

Los modelos ayudan a conocer el movimiento del agua en un evento de riego, lo que permite hacer recomendaciones para la aplicación eficiente del agua en la parcela. Sin embargo, la complejidad que tienen estos modelos en algunos casos ha causado que su uso se limite a investigaciones teóricas. El diseño eficiente de riego es el aspecto más estudiado en pues trata de aplicarse, por melga o surco, el gasto óptimo definido como aquel que permite la uniformidad máxima en la distribución del agua a lo largo de una melga o surco. Esto se logra con la maximización del coeficiente de Christiansen, manteniendo valores elevados de la eficiencia de aplicación y de la eficiencia de requerimiento de riego.

Banti *et al.* (2011) evaluaron la optimización del gasto óptimo de riego, esta mejora consiste en nuevos métodos de solución de las ecuaciones de Saint-Venant y Richards y los resultados son comparados con soluciones clásicas (Seidel *et al.*, 2015) para disminuir los tiempos de cómputo. Morris *et al.* (2015) y Gillies y Smith (2015) realizaron la optimización con la ecuación de Saint-Venant en la superficie y la lámina infiltrada la calcularon con la ecuación empírica de Kostiakov-Lewis. Sin embargo, la optimización la realizan a prueba y error moviendo el gasto de acuerdo a la experiencia del modelador o con constantes de la literatura.

Aunque se han instalado nuevos sistemas de riego presurizados en el estado de Guanajuato, el riego por gravedad, cuando esté bien diseñado, continuará

## INTRODUCTION

**G**ravity irrigation consists in the delivery of water to the headwaters of an inclined channel or flow, built on the plot, such as a piece of land ready for sowing or furrow, to take advantage of the gravitational field and to provide the amount of water necessary for the development of plants growth (Fuentes *et al.*, 2012). In gravity irrigation, the phases of advancement, storage and recession can be differentiated, which as a whole are studied with a variety of models to understand the phenomenon. Fuentes *et al.* (2012) revised thoroughly the models in the literature that describe this event, among which there are models that are completely empirical and those with physical basis that use the Barré de Saint-Venant and Richards equations to model the superficial movement and the underground movement, respectively (Fuentes *et al.*, 2004; Saucedo *et al.*, 2005, 2011, 2015).

The models help to understand the water movement in an irrigation event, which allows making recommendations for the efficient application of water in the plot. However, the complexity of these models in some cases have limited their use to theoretical research. An efficient irrigation design is the aspect most frequently studied, since there is an attempt to apply the optimal flow rate border or furrow, which is defined as the maximum uniformity in the distribution of water throughout the border or furrow. This is achieved with the maximization of the Christiansen coefficient, maintaining elevated values of the application efficiency and the efficiency of irrigation requirement.

Banti *et al.* (2011) evaluated the optimization of the optimal irrigation flow rate, improvement which consists in new solution methods for the Saint-Venant and Richards equations, and the results are compared to classical solutions (Seidel *et al.*, 2015) to decrease the computation times. Morris *et al.* (2015) and Gillies and Smith (2015) carried out the optimization with the Saint-Venant equation on the surface and the infiltrate sheet was calculated with the empirical equation by Kostiakov-Lewis. However, the optimization is carried out by trial and error, changing the flow rate according to the experience of the modelator or with constants from the literature.

Although new pressurized irrigation systems were installed in the state of Guanajuato, gravity

como alternativa poco costosa para aportar agua a las plantas en la cantidad y oportunidad adecuadas, y con eficiencia razonable de riego (Rendón *et al.*, 2012). Así, el objetivo de este estudio fue demostrar que a partir de la evaluación de una prueba de riego, datos de la parcela y la lámina neta a aplicar se puede calcular el gasto óptimo para cada surco durante un riego. La hipótesis fue que las láminas brutas históricas aplicadas en las parcelas evaluadas se pueden disminuir con este gasto.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### El modelo de la onda cinemática

El modelo de la onda cinemática considera que en la ecuación de cantidad de movimiento de Barré de Saint-Venant los términos iniciales y de presión son despreciables, respecto a los términos de fricción y gravedad (Fuentes *et al.*, 2012). Con tales suposiciones el modelo es:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = -W \quad (1)$$

$$S_f = S_0 \quad (2)$$

donde  $A=A(x,t)$  es el área hidráulica ( $L^2$ ),  $Q=Q(x,t)$  es el gasto ( $L^3 T^{-1}$ ),  $W$  es el volumen infiltrado por unidad de longitud de surco en la unidad de tiempo ( $L^3 T^{-1}$ ),  $t$  es el tiempo ( $T$ ),  $S_0$  es la pendiente del fondo del surco ( $LL^{-1}$ ) y  $S_f$  es la pendiente de la línea de energía ( $LL^{-1}$ ).

La ecuación (1), que considera el gasto como una función del área hidráulica, es (Litrico, 2001):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C_k(Q) \frac{\partial Q}{\partial x} = -C_k(Q)W, \quad C_k(Q) = \frac{\partial Q}{\partial A} \quad (3)$$

El coeficiente  $C_k(Q)$  se obtiene a partir de una ley de resistencia al flujo con  $S_f=S_0$ . Las leyes de resistencia en potencia, como la de Chezý y Manning (Sotelo, 1977), permiten obtener la relación genérica  $Q=\alpha A^\beta$ , de donde se deduce  $C_k=\alpha\beta(Q/\alpha)^{1-\beta}$ .

Dado que en las leyes de resistencia interviene el radio hidráulico, es necesario considerar la forma geométrica del surco. Como se considera que  $S_f=S_0$ , las fuerzas de fricción y gravitacional son iguales y no existe aceleración apreciable del flujo y, por

irrigation, when it is well-designed, will continue to be an inexpensive alternative to deliver water to plants in the adequate amount and occasion, and with reasonable irrigation efficiency (Rendón *et al.*, 2012). Thus, the objective of this study was to demonstrate that the optimal flow rate can be calculated from the evaluation of an irrigation test, data from the plot and net irrigation depth to be applied, for each furrow during an irrigation event. The hypothesis was that the historical gross irrigation depth applied on the plots evaluated can decrease with this flow rate.

## MATERIALS AND METHODS

### The kinematic wave model

The kinematic wave model considers that in the equation of the amount of Barré de Saint-Venant movement, the inertia and pressure terms are insignificant with regard to the friction and gravity terms (Fuentes *et al.*, 2012). With these assumptions, the model is:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = -W \quad (1)$$

$$S_f = S_0 \quad (2)$$

where  $A=A(x,t)$  is the hydraulic area ( $L^2$ ),  $Q=Q(x,t)$  is the flow rate ( $L^3 T^{-1}$ ),  $W$  is the infiltrated volume per unit of length of the furrow in the unit of time ( $L^3 T^{-1}$ ),  $t$  is the time ( $T$ ),  $S_0$  is the slope of the depths of the furrow ( $LL^{-1}$ ) and  $S_f$  is the slope of the energy line ( $LL^{-1}$ ).

The equation (1), which considers the flow rate as a function of the hydraulic area, is (Litrico, 2001):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C_k(Q) \frac{\partial Q}{\partial x} = -C_k(Q)W, \quad C_k(Q) = \frac{\partial Q}{\partial A} \quad (3)$$

The coefficient  $C_k(Q)$  is obtained from a flow resistance law with  $S_f=S_0$ . The laws of power resistance, such as that proposed by Chezý and Manning (Sotelo, 1977), allow obtaining the generic relationship  $Q=\alpha A^\beta$ , from which  $C_k=\alpha\beta(Q/\alpha)^{1-\beta}$  is deduced.

Given that the hydraulic radius intervenes in the resistance laws, it is necessary to consider the geometrical shape of the furrow.

lo tanto, el modelo se aplica a escurrimientos con gastos pequeños y pendientes suaves como en el riego por gravedad. Woolhiser (1975) a partir de simulaciones en canales de características geométricas y operativas distintas establecieron que el modelo de la onda cinemática representa adecuadamente la dinámica del flujo siempre que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$K = \frac{S_0 L_0}{F_0^2 h_n} > 30 \quad (4)$$

donde  $K$  es un número cinemático,  $L_0$  la longitud del cauce,  $F_0^2 = Q_0^2 T_0 / g A_0^3$  es el número de Froude calculado en la posición de entrada al cauce,  $Q_0$  es el gasto en la entrada del canal,  $T_0$  la anchura de la superficie libre en la misma posición,  $A_0$  es el área en la entrada del canal y  $h_n$  el tirante normal.

Los parámetros de la geometría del surco se obtienen a partir de la consideración de que las funciones potencia describen adecuadamente las relaciones tirante-área y área-gasto, las que se representan como sigue (González-Camacho *et al.*, 2006):

$$h = aA^b \quad (5)$$

$$A^2 R_h^{4/3} = cA^d \quad (6)$$

donde  $R_h$  es el radio hidráulico ( $L$ ) y  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , y  $d$  son parámetros de la geometría del surco que se obtienen por regresión lineal.

Los parámetros  $c$  y  $d$  se obtienen con la ecuación de Manning, para flujo uniforme:

$$Q^2 = \frac{A^2 R_h^{4/3} S_0}{n^2} \quad (7)$$

donde  $n$  es el coeficiente de rugosidad de Manning ( $L^{-1/3} T$ ).

Si se introduce la ecuación (6) en la ecuación (7) y los términos se redefinen, la ecuación que se obtiene proporciona el gasto en función de la geometría del surco

$$Q = \alpha A^\beta; \alpha = \frac{(cS_0)^{1/2}}{n}; \beta = \frac{d}{2} \quad (8)$$

La solución completa requiere el conocimiento del progreso de la lámina infiltrada en el tiempo completo; esta se calcula con la ecuación de Green y Amtp.

Since it is considered that  $S_f = S_0$ , the friction and gravitational forces are equal and there is no significant acceleration of the flow; therefore, the model is applied to runoffs with small flow rates and soft slopes as in gravity irrigation. Woolhiser (1975), based on simulations in canals with different geometric and operative characteristics, established that the kinematic wave model represents adequately the flow dynamics insofar as the following inequality is fulfilled:

$$K = \frac{S_0 L_0}{F_0^2 h_n} > 30 \quad (4)$$

where  $K$  is a kinematic number,  $L_0$  the furrow length,  $F_0^2 = Q_0^2 T_0 / g A_0^3$  is the Froude number calculated at the position of the flow entrance,  $Q_0$  is the flow rate at the canal's entry,  $T_0$  the width of the free surface in the same position,  $A_0$  is the area at the canal's entrance, and  $h_n$  the normal depth.

The parameters of the furrow geometry are obtained from the consideration that the power functions described adequately the depth-area and area-flow rate relationships, which are represented as follows (González-Camacho *et al.*, 2006):

$$h = aA^b \quad (5)$$

$$A^2 R_h^{4/3} = cA^d \quad (6)$$

where  $R_h$  is the hydraulic radius ( $L$ ) and  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , and  $d$  are parameters of the furrow geometry that are obtained by linear regression.

The parameters  $c$  and  $d$  are obtained with the Manning equation, for uniform flow:

$$Q^2 = \frac{A^2 R_h^{4/3} S_0}{n^2} \quad (7)$$

where  $n$  is the Manning rugosity coefficient ( $L^{-1/3} T$ ).

If equation (6) is introduced into equation (7), and the terms are redefined, the equation obtained provides the flow rate in function of the furrow geometry:

$$Q = \alpha A^\beta; \alpha = \frac{(cS_0)^{1/2}}{n}; \beta = \frac{d}{2} \quad (8)$$

### La ecuación de Green y Ampt

La ecuación de Green y Ampt se establece bajo las siguientes hipótesis: 1) el contenido de humedad inicial ( $\theta_i$ ) es constante a lo largo de la columna de suelo, es decir  $\theta_i = \theta_0$  en todo el perfil, 3) durante el proceso de infiltración se forman dos zonas de humedecimiento, una totalmente saturada ( $\theta = \theta_s$ ),  $0 \leq z \leq z_f(t)$  y otra seca con el contenido de humedad inicial ( $\theta_i = \theta_0$ ),  $z_f(t) < z$ , donde  $z_f(t)$  es la posición del frente de humedecimiento en la zona saturada  $K = K_s$ , donde  $K_s$  es la conductividad hidráulica a saturación, 4) en la zona saturada la distribución de las presiones es hidrostática  $\psi = h_{\text{sup}} - (h_f + h_{\text{sup}}) \frac{z}{z_f}$ , donde  $\psi$  es la presión del agua,  $h_{\text{sup}}$  es el tirante en la superficie y  $h_f$  la succión en el frente de humedecimiento, y 5) el flujo de Darcy es independiente de  $z$  en la zona saturada y es igual al flujo de infiltración que ocurre en la superficie. Así, la ecuación de Green y Ampt resultante es:

$$V_I = \frac{dI}{dt} = K_s \left[ 1 + \frac{h + h_f}{z_f(t)} \right], I(t) = \Delta\theta z_f(t) \quad (9)$$

donde  $\Delta\theta = \theta_s - \theta_0$  es la capacidad de almacenamiento e  $I$  es el volumen infiltrado acumulado por unidad de superficie de suelo o lámina infiltrada.

El volumen infiltrado por unidad de longitud de surco en la unidad de tiempo ( $W$ ) de la ecuación (3) se obtiene con la metodología propuesta por González-Camacho *et al.* (2006).

### Representación analítica del gasto óptimo

De acuerdo con Fuentes *et al.* 2012, la fórmula para calcular el gasto óptimo por unidad de anchura es función de la longitud de la melga o surco, la lámina neta y los parámetros característicos de la infiltración que representan las fuerzas capilares, la sorbilidad y las fuerzas gravitacionales, es decir la conductividad hidráulica a saturación (Rendón *et al.*, 2012):

$$q_0 = \alpha_u K_s L, \alpha_u = \frac{\ell_n}{\ell_n - \frac{S^2}{2K_s} \ln \left( 1 + \frac{2K_2}{S^2} \ell_n \right)} \quad (10)$$

donde  $K_s L = q_m$  es el gasto unitario mínimo necesario para que el agua arribe al final de la melga o surco y  $S$  es la sorbilidad del medio expresada por  $S = 2K_h(\theta_s - \theta_0)$  y  $\ell_n$  es la lámina neta de

The complete solution requires the understanding of the progress of the water infiltrated in the whole time; this is calculated with the Green and Ampt equation.

### The Green and Ampt equation

The Green and Ampt equation is established under the following hypotheses: 1) the content of initial moisture ( $\theta_i$ ) is constant throughout the length of the soil column, that is  $\theta_i = \theta_0$  in the whole profile; 2) during the infiltration process two moistening zones are formed, one completely saturated ( $\theta = \theta_s$ ),  $0 \leq z \leq z_f(t)$  and another dry one with the initial moisture content ( $\theta_i = \theta_0$ ),  $z_f(t) < z$ , where  $z_f(t)$  is the position of the moistening front in the saturated zone  $K = K_s$ , where  $K_s$  is the hydraulic conductivity at saturation; 3) in the saturated zone the distribution of the pressures is hydrostatic  $\psi = h_{\text{sup}} - (h_f + h_{\text{sup}}) \frac{z}{z_f}$ , where  $\psi$  is the water pressure,  $h_{\text{sup}}$  is the water depth on the surface and  $h_f$  the suction on the moistening front; and 4) the Darcy flow is independent of  $z$  in the saturated zone and is equal to the infiltration flow that takes place on the surface. Thus, the resulting Green and Ampt equation is:

$$V_I = \frac{dI}{dt} = K_s \left[ 1 + \frac{h + h_f}{z_f(t)} \right], I(t) = \Delta\theta z_f(t) \quad (9)$$

where  $\Delta\theta = \theta_s - \theta_0$  is the capacity for storage and  $I$  is the infiltrated volume accumulated per surface unit of the soil or water infiltrated.

The infiltrated volume per unit of furrow length in the time unit ( $W$ ) of the equation (3) is obtained with the methodology proposed by González-Camacho *et al.* (2006).

### Analytical representation of the optimal flow rate

According to Fuentes *et al.* (2012), the formula to calculate the optimal flow rate per unit of width is a function of the length of the border or furrow, the net irrigation depth, and the parameters characteristic of the infiltration represented by the capillary forces, sorptivity, and gravitational forces, that is, the hydraulic conductivity at saturation (Rendón *et al.*, 2012):

$$q_0 = \alpha_u K_s L, \alpha_u = \frac{\ell_n}{\ell_n - \frac{S^2}{2K_s} \ln \left( 1 + \frac{2K_2}{S^2} \ell_n \right)} \quad (10)$$

riego. El gasto óptimo por surco se calcula como  $Q_0 = b q_0$ , donde  $b$  es el ancho del surco.

### Solución numérica

La solución de la ecuación 3 se obtiene por varios métodos, entre los que destacan el de las características y por diferencias finitas. El método de diferencias finitas se ha utilizado principalmente por su adaptabilidad al cambio de condiciones iniciales y de frontera. En nuestro estudio se utilizó el método de diferencias finitas con el enfoque Euleriano, porque no presenta inestabilidades numéricas. El modelo de la onda cinemática se resolvió con el algoritmo de González-Camacho *et al.* (2006) con los coeficientes  $a=1.58$ ,  $b=1.87$ ,  $c=0.23$ ,  $d=2.68$  y el valor coeficiente de Manning  $n=0.05$  para las parcelas con el primer riego y  $n=0.03$  para riegos de auxilio. Los datos de entrada al modelo de simulación se midieron en campo a partir de pruebas de riego y mediciones directas de los contenidos de humedad, y los parámetros de infiltración ( $K_s$  y  $b_f$ ) se estimaron a través de un método inverso utilizando el algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt (Moré, 1978).

### La zona de estudio

El distrito de riego 085 La Begoña, Guanajuato, México, está en el centro-este del estado de Guanajuato y comprende los municipios de Celaya y Comonfort ( $20^{\circ} 38'$  y  $21^{\circ} 07'$  N,  $100^{\circ} 45'$  y  $100^{\circ} 53'$  O). La extensión del distrito es 12 389.5 ha, ofrece servicio a 3 288 usuarios y se divide en cuatro módulos de riego: Neutla, Comonfort, Margen Izquierda y Margen Derecha. En ellos se realizaron 197 pruebas de riego en una superficie de 749.37 ha.

### Obtención de datos

Las características y propiedades que se midieron en las parcelas fueron: longitud, pendiente, textura, densidad aparente, contenidos de humedad inicial y a saturación. Los primeros dos se obtuvieron con una estación total, los contenidos de humedad inicial con un TDR 300° calibrado, la textura se obtuvo en laboratorio con el método de Bouyucos, la densidad aparente ( $\rho_a$ ) con el método del cilindro de volumen conocido, y el contenido de humedad a saturación ( $\theta_s$ ) se asimiló a la porosidad total del suelo ( $\phi$ ), que se obtuvo a partir de la densidad aparente, y la densidad de sólidos ( $\rho_s$ ) se consideró  $2.65 \text{ g cm}^{-3}$ , es decir  $\theta_s = \phi = 1 - \rho_a / \rho_s$ .

where  $KL = q_m$  is the minimum optimal unitary discharge needed for the water to arrive at the end of the border or furrow,  $S$  is the sorptivity of the medium expressed by  $S_2 = 2K_s b_f (\theta_s - \theta_0)$  and  $\ell_n$  is the net irrigation depth. The optimal flow rate per furrow is calculated as  $Q_0 = b q_0$ , where  $b$  is the width of the furrow.

### Numerical solution

The solution of equation 3 is obtained through several methods, among which those of characteristics and finite differences stand out. The method of finite differences is used primarily because of its adaptability to the change of the initial and frontier conditions. In our study the method of finite differences with the Eulerian approach was used, because there are not numerical instabilities. The model of the kinematic wave was solved with the algorithm by González-Camacho *et al.* (2006) with coefficients  $a=1.58$ ,  $b=1.87$ ,  $c=0.23$ ,  $d=2.68$  and Manning coefficient value  $n=0.05$  for the plots in the first irrigation event and  $n=0.03$  for assistance irrigation events. The entry data to the simulation model were measured in the field stemming from irrigation tests and direct measurements of the moisture contents, and the infiltration parameters ( $K_s$  and  $b_f$ ) were estimated through an inverse method using the Levenberg-Marquardt optimization algorithm (Moré, 1978).

### The study zone

The irrigation district 085 La Begoña, Guanajuato, Mexico, is in the central-eastern zone of the state of Guanajuato and includes the municipalities of Celaya and Comonfort ( $20^{\circ} 38'$  and  $21^{\circ} 07'$  N,  $100^{\circ} 45'$  and  $100^{\circ} 53'$  W). The extension of the district is 12 389.5 ha, offers services to 3 288 users and is divided into four irrigation modules: Neutla, Comonfort, Margen Izquierda and Margen Derecha. In these, 197 irrigation tests were performed on a surface of 749.37 ha.

### Data collection

The characteristics and properties measured in the plots were: length, slope, texture, apparent density, initial moisture contents and at saturation. The first two were obtained with a total station, the initial moisture contents with calibrated TDR 300°, the texture was obtained in the laboratory with the Bouyucos method, the apparent density ( $\rho_a$ ) with the known volume cylinder method, and the moisture content at saturation ( $\theta_s$ ) was assimilated to the total soil porosity ( $\phi$ ), which was obtained from the apparent density, and the solids density ( $\rho_s$ ) was considered to be  $2.65 \text{ g cm}^{-3}$ , that is,  $\theta_s = \phi = 1 - \rho_a / \rho_s$ .

### Análisis de las pruebas de riego

Para realizar las pruebas de riego se caracterizó el suelo y se midió el contenido de humedad inicial, los cadenamientos con banderines se fijaron cada 15 m a lo largo de los surcos para medir la fase de avance y recesión. Los tiempos en los que el agua llegaba a los banderines se midieron una vez iniciado el riego. Durante la prueba de riego el gasto se midió continuamente a la entrada de la regadera y de los surcos, con un medidor ultrasónico de efecto Doppler (FluxSense®). Todas las pruebas de riego se hicieron en surco abierto.

Cuando el agua estaba casi al final de los surcos se detuvo el gasto en la entrada y se midió la fase de recesión. En las pruebas de riego no hubo interferencia con los regadores, ya que con estas pruebas se esperaba evaluar el riego actual y las láminas que se aplican.

Con los datos de avance, recesión y características de los suelos donde se realizaron las pruebas de riego se calibró el modelo de la onda cinemática, con el algoritmo Levenberg-Marquardt (Moré, 1978), para obtener los parámetros de la infiltración de la ecuación de Green y Ampt ( $K_s$  y  $h_f$ ) que representa la fase de avance, almacenamiento y recesión de cada una de las pruebas.

### Diseño del riego

Los parámetros del proceso de calibración ( $K_s$  y  $h_f$ ), la lámina neta que se pretende aplicar en la parcela, el contenido de humedad inicial, el gasto de entrada y la longitud del terreno se usaron en la ecuación 10 para calcular el gasto unitario óptimo ( $q_0$ ) analítico. El gasto parcelario se dividió entre el gasto óptimo ( $Q_0$ ) para obtener el número de surcos por tendido de riego y el resultado se approximó al siguiente número entero. Para lograr que el diseño del riego generado se aplicara constantemente en las parcelas evaluadas fue necesario trabajar en la concientización de los regadores, ya que la práctica incorrecta conocida como “dormir el agua” está arraigada. Esta práctica consiste en abrir muchos surcos para tener tiempo para vigilar varios predios con riego simultáneo y recibir así pago mayor, o abrir durante la noche más surcos y que al día siguiente no se aprecie que el agua se fue a los drenes.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Análisis de textura y contenido de humedad a saturación

Las parcelas analizadas se clasificaron en ocho clases texturales, la textura franco arcilloso predominó (38.18 %) y la franco arcillo arenoso fue menos predominante (2.60 %) (Cuadro 1 y Figura 1).

### Irrigation tests analyses

To carry out the irrigation tests, the soil was characterized and the initial moisture content was measured, the lengths with pennants were fixed every 15 m along the furrows to measure the phases of advancement and recession. The times at which the water reached the streamers were measured once the irrigation began. During the irrigation test the flow rate was measured continually at the entrance of the sprinkling can and the furrows, with a Doppler Ultrasonic Flow Meter (FluxSense®). All the irrigation tests were done in open furrow.

When the water almost reached the end of the furrows, the flow rate stopped at the entrance and the recession phase was measured. In the irrigation tests there was no interference with the irrigators, since the current irrigation and sheets to be applied were expected to be evaluated with these tests.

With the data of advance, recession and characteristics of the soils where the irrigation tests were performed, the kinematic wave model was calibrated, with the Levenberg-Marquardt (Moré, 1978) algorithm, to obtain the infiltration parameters of the Green and Ampt ( $K_s$  y  $h_f$ ) equation representing the advance, storage and recession phases from each of the tests.

### Irrigation design

The parameters of the calibration process ( $K_s$  y  $h_f$ ), the net irrigation depth that is expected to be applied in the plot, the content of initial moisture, the entry flow rate, and the length of the terrain were used in equation 10 to calculate the optimal analytical unitary flow rate ( $q_0$ ). The plot flow rate was divided by the optimal flow rate ( $Q_0$ ) to obtain the number of furrows from irrigation length and the result approached the next whole number.

To achieve for the irrigation design generated to be applied constantly in the plots evaluated, it was necessary to work in the awareness of the irrigators, since the incorrect practice known as “letting the water sleep” is rooted. This practice consists in opening many furrows to have time to monitor several plots with simultaneous irrigation and thus receive a higher payment, or opening during the night more furrows, and on the next day for the water that went to the drainage not to be considered.

## RESULTS AND DISCUSSION

### Analysis of texture and moisture content at saturation

The plots analyzed are classified into eight textural classes, the clay loam texture predominated (38.18 %)

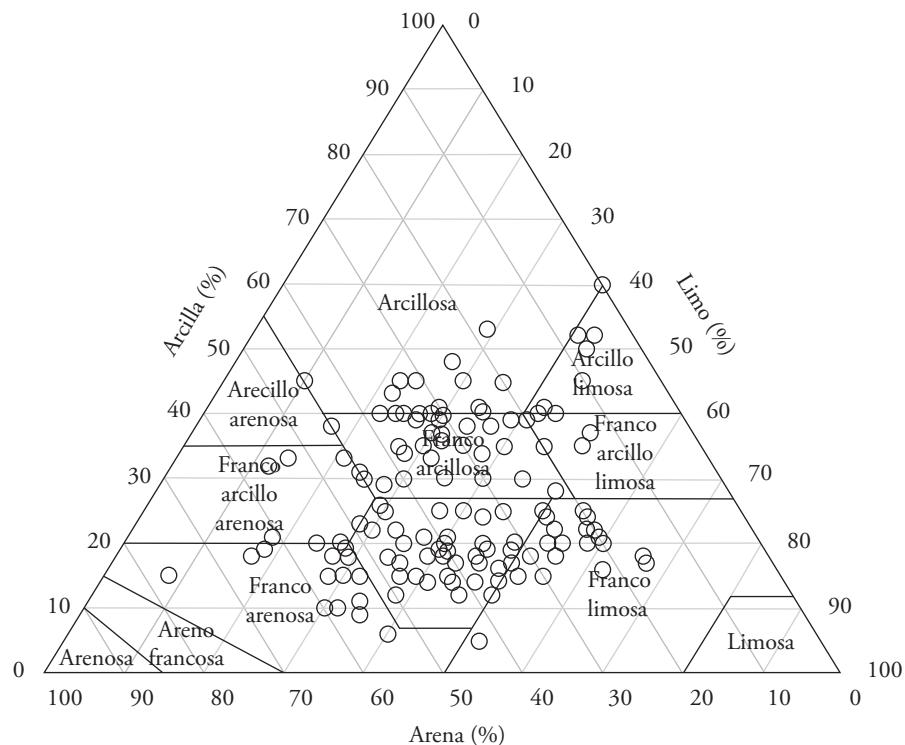
**Cuadro 1. Número de pruebas de riego realizadas por clase textural.****Table 1. Number of irrigation tests carried out per textural class**

Textura	Pruebas de riego (Núm.)	Superficie (ha)	Superficie (%)
Arcilla (A)	15	65.71	8.77
Arcilla limosa (AL)	9	43.65	5.82
Franco (F)	28	87.09	11.62
Franco arcillo arenoso (FAAr)	6	19.52	2.60
Franco arcillo limoso (FAL)	14	61.63	8.22
Franco arcilloso (FA)	71	286.13	38.18
Franco arenoso (FAr)	23	80.22	10.70
Franco limoso (FL)	31	105.42	14.07

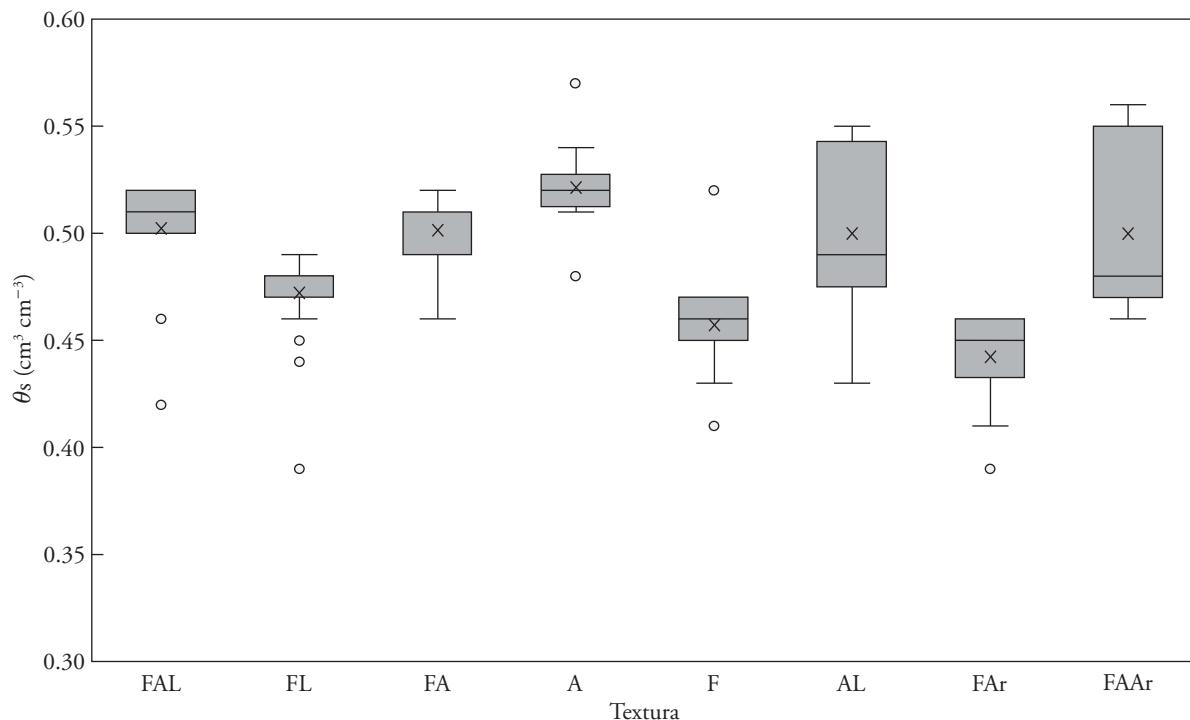
El contenido de humedad a saturación fue variable entre las parcelas, incluso en la misma clase textural, por lo cual el cálculo del gasto óptimo de riego con un valor promedio puede dar resultados diferentes. Así, es conveniente obtener la medida experimental (Figura 2).

and the sandy clay loam was less predominant (2.60 %) (Table 1 and Figure 1).

The moisture content at saturation was variable between plots, even in the same textural class, which is why the calculation of the optimal irrigation flow



**Figura 1. Caracterización de las parcelas de acuerdo con su textura.**  
**Figure 1. Characterization of the plots according to their texture.**

**Figura 2. Contenido de humedad a saturación por clase textural.****Figure 2. Moisture content at saturation per textural class.**

### Evaluación de las pruebas de riego

En las parcelas del estudio se observó riego con tendidos desde seis hasta 119 surcos, la variación dependió del gasto de entrada a la parcela, que osciló entre 4 y 142 L s<sup>-1</sup>. Las pruebas en una misma clase textural mostraron resultados diferentes (Cuadro 2). La superficie de prueba de riego estaba cultivada con maíz (*Zea mayz*) (29.42 %), sorgo (*Sorghum vulgare*)

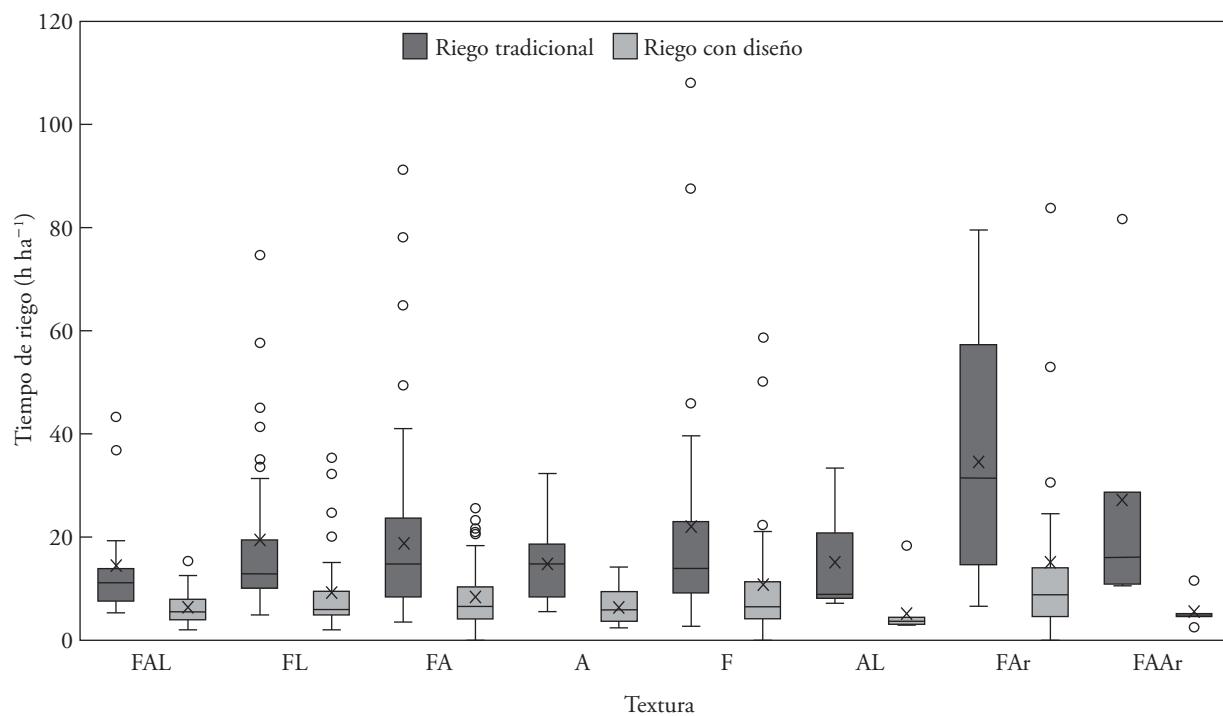
rate with an average value can give different results. Thus, it is convenient to obtain the experimental measure (Figure 2).

### Evaluation of irrigation tests

In the study plots, irrigation was observed with lengths from six to 119 furrows and the variation depended on the entry flow rate to the plot, which

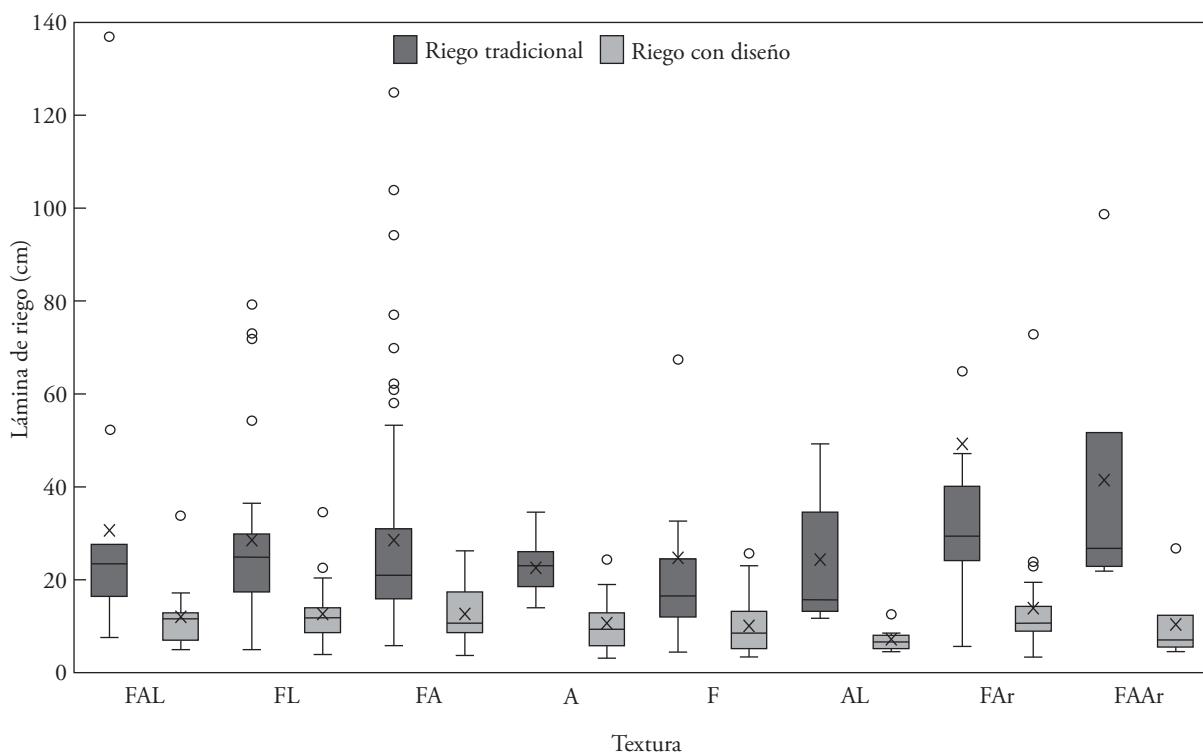
**Cuadro 2. Resultados de la evaluación de las pruebas de riego por clase textura.****Table 2. Results from the evaluation of the irrigation tests per textural class.**

Textura	$Q(L s^{-1})$		$K(cm h^{-1})$		$b_f(cm)$		$S(%)$		$b(m)$	
	$\bar{x}$	$\sigma$	$\bar{x}$	$\sigma$	$\bar{x}$	$\sigma$	$\bar{x}$	$\sigma$	$\bar{x}$	$\sigma$
A	50.74	22.02	1.86	1.25	110.64	36.20	0.27	0.18	0.79	0.11
AL	51.14	23.31	1.25	0.77	116.00	36.95	0.41	0.09	0.78	0.04
F	40.84	28.44	1.33	0.90	74.17	33.73	0.19	0.10	0.82	0.14
FAAr	50.06	16.35	1.95	0.93	103.64	51.96	0.18	0.14	0.85	0.05
FAL	57.28	19.66	1.75	1.09	75.84	35.70	0.20	0.14	0.86	0.23
FA	51.88	28.38	1.74	1.26	72.55	33.46	0.18	0.12	0.81	0.07
FAr	38.62	25.61	1.92	1.11	67.39	33.72	0.19	0.10	0.82	0.04
FL	50.48	23.20	1.62	1.37	86.66	39.11	0.17	0.09	0.80	0.08



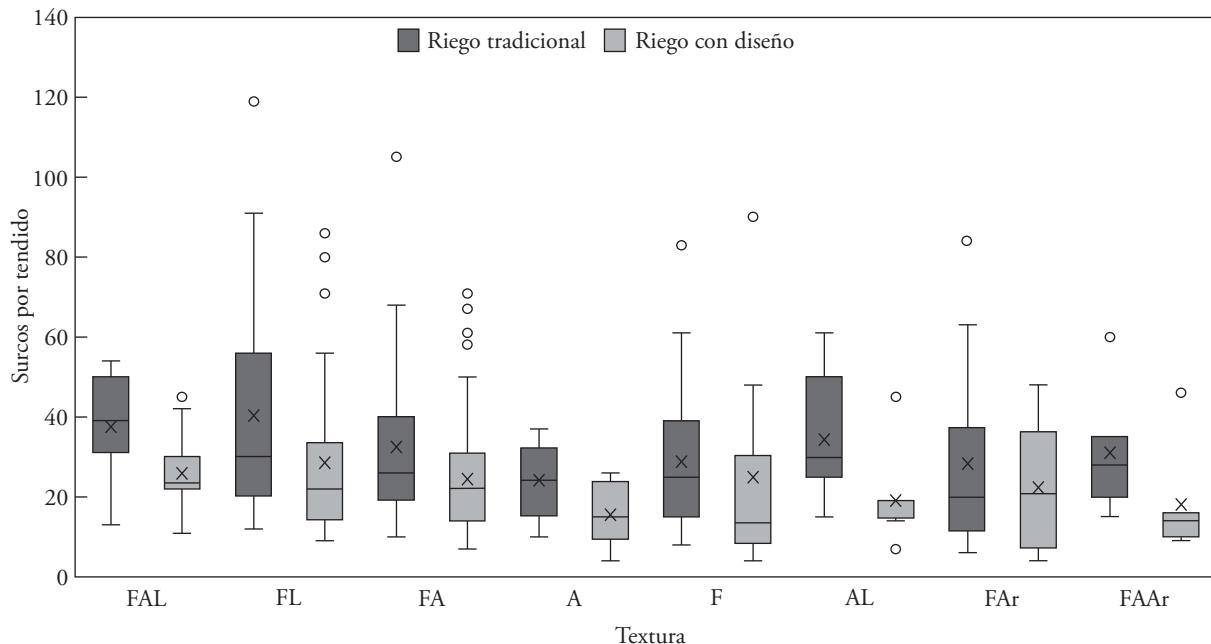
**Figura 3. Tiempo de riego convencional y con diseño por hectárea.**

**Figure 3. Conventional irrigation time and with design per hectare.**



**Figura 4. Láminas de riego aplicadas de manera convencional y usando la fórmula analítica.**

**Figure 4. Irrigation water depths applied in a conventional way and using the analytical formula.**



**Figura 5.** Surcos por tendido de riego convencional y con la fórmula analítica para los gastos parcelarios proporcionados por los módulos.

**Figure 5.** Furrows per length of conventional irrigation and with the analytical formula for the plot flow rates provided by the modules.

(16.75 %), alfalfa (*Medicago sativa*) (16.45 %), frijol (*Phaseolus vulgaris*) (15.12 %), jícama (*Pachyrhizus erosus*) (8.79 %), cebada (*Hordeum vulgare*) (5.27 %), cebolla (*Allium cepa*) (4.35 %) y trigo (*Triticum aestivum*) (3.84 %).

La eficiencia de aplicación promedio fue 53 %; pero, en algunos casos fue menor a 20 %. En los suelos con contenido mayor de arena el tiempo de riego fue mayor que en los que predominaron las arcillas (Figura 3). Los puntos atípicos en la gráfica corresponden a parcelas con longitudes de riego superiores a 130 m. Las láminas que se aplicaron fueron superiores, en alrededor de 15 cm, a las recomendadas, pues el promedio fue 30.31 cm, pero en algunos casos se midieron láminas de hasta 138 cm (Figura 4).

#### Diseño del riego con la fórmula de gasto óptim

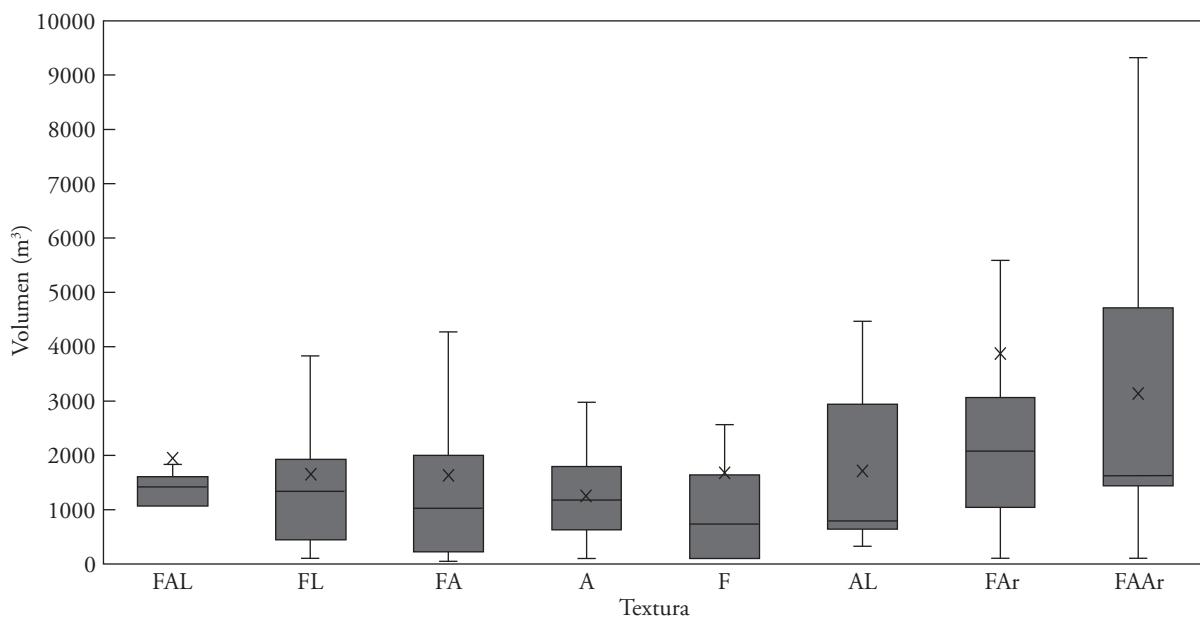
En todas las clases texturales hubo una reducción considerable en el número de surcos por tendido (Figura 5). En el caso más crítico se pasó de 105 a 39 surcos por tendido, ya que en esa parcela para regar 1 ha el gasto a la entrada era  $38.85 \text{ L s}^{-1}$  por 57.3 h. Despues de la recomendación, el tiempo se redujo a 12.97 h, lo que equivalió a usar en el caso tradicional

ranged between 4 and  $142 \text{ L s}^{-1}$ . The tests in the same textural class showed different results (Table 2). The surface of irrigation test was sown with maize (*Zea Mayz*) (29.42 %), sorghum (*Sorghum vulgare*) (16.75 %), alfalfa (*Medicago sativa*) (16.45 %), bean (*Phaseolus vulgaris*) (15.12 %), jicama (*Pachyrhizus erosus*) (8.79 %), barley (*Hordeum vulgare*) (5.27 %), onion (*Allium cepa*) (4.35 %), and wheat (*Triticum aestivum*) (3.84 %).

The average efficiency of application was 53 %; however, in some cases it was lower than 20 %. In the soils with higher sand content, the irrigation time was higher than in those where clays predominated (Figure 3). The atypical points in the graph correspond to plots with irrigation lengths over 130 m. The water depths applied were higher, about 15 cm, to those recommended, since the average was 30.31 cm, although in some cases water depths measured up to 138 cm (Figure 4).

#### Irrigation design with the optimal flow rate formula

In all the textural classes there was a considerable reduction in the number of furrows per length

**Figura 6. Volumen de agua ahorrado por hectárea por riego.****Figure 6.** Volume of water saved per hectare of irrigation.

un volumen de  $7\ 972.02\ m^3$  y con la recomendación  $1\ 814.4\ m^3$ ; el ahorro fue  $6\ 157.62\ m^3\ ha^{-1}$  en cada riego.

Después de aplicar el gasto óptimo a la parcela, los tiempos de riego disminuyeron en promedio en  $11.76\ h\ ha^{-1}$  por riego, pero en algunos casos, la reducción fue  $61.69\ h$  (Figura 3 y 4). Las láminas de riego disminuyeron en promedio  $19.63\ cm$ , y en algunos casos la lámina que dejó de aplicarse fue de  $124.68\ cm$ . De acuerdo con la fórmula de diseño, para las parcelas con longitud mayor a  $150\ m$ , los gastos óptimos eran superiores a  $4\ L\ s^{-1}$  por surco. Estos gastos son inviables en campo porque erosionan los surcos, que no tienen capacidad para conducirlos. Por lo anterior, en estos casos se recomendó acortar la longitud de riego a unos  $100\ m$ .

### Volumen ahorra

En promedio se dejaron de aplicar  $2\ 000\ m^3\ ha^{-1}$ . Sin embargo, en algunos grupos de textura franco arenosa y franco arcillo arenosa el ahorro fue mayor (Figura 6).

El volumen que se aplicaba en las  $749.37\ ha$ , por evento de riego, era  $2.1846$  millones de  $m^3$ . Con el diseño de riego el volumen ( $1.1339$  millones de  $m^3$ ) disminuyó  $48\ %$ . El ahorro de  $1.0507$  millones de

(Figure 5). In the most critical case, it went from  $105$  to  $39$  furrows per length, since in that plot to irrigate  $1\ ha$  the entry flow rate was  $38.85\ L\ s^{-1}$  for  $57.3\ h$ . After the recommendation, the time was reduced to  $12.97\ h$ , which was equivalent to using in the traditional case a volume of  $7972.02\ m^3$  and with the recommendation,  $1\ 814.4\ m^3$ ; the savings was  $6157.62\ m^3\ ha^{-1}$  in each irrigation event.

After applying the optimal flow rate to the plot, the irrigation times decreased in average  $11.76\ h\ ha^{-1}$  per irrigation event, although in some cases, the reduction was  $61.69\ h$  (Figures 3 and 4). The irrigation depths decreased in average  $19.63\ cm$ , and in some cases the water depth that ceased to be applied was  $124.68\ cm$ . According to the design formula, for the plots with length of more than  $150\ m$ , the optimal flow rates were higher than  $4\ L\ s^{-1}$  per furrow. These flow rates are inviable in the field because they erode the furrows, which do not have the capacity for leading them. Because of this, in these cases it was recommended to shorten the length of irrigation to around  $100\ m$ .

### Volume saved

In average,  $2\ 000\ m^3\ ha^{-1}$  ceased to be applied. However, in some groups of sandy loam and sandy

$m^3$  por riego, en los tres riegos promedio que aplican los productores por ciclo, equivale a 3.1513 millones de  $m^3$  en las 749.37 ha. La eficiencia promedio de riego lograda en la zona fue superior al 85 %, que equivale a poco más de 30 % de la eficiencia con la que estaban regando los usuarios (53 %).

## CONCLUSIONES

La fórmula analítica para el diseño del gasto óptimo permite reducir los tiempos de riego y el impacto mayor es la reducción en la cantidad de agua extraída de las fuentes de almacenamiento. Los resultados con esta fórmula son función de las características de la parcela (longitud de riego, pendiente, contenidos de humedad, porosidad y textura) y de la evaluación de las pruebas de riego. Los modelos analíticos y numéricos son herramientas para la toma de decisiones; pero, la caracterización de la zona de estudio es necesaria, porque de ella depende la utilidad de los modelos. Los valores promedio por clases texturales deben tomarse con reserva pues los parámetros físicos y el diseño del gasto óptimo son diferentes, incluso dentro de cada clase textural.

## LITERATURA CITADA

- Banti, M., Th. Sisis, y E. Anastasiadou-Partheniou. 2011. Furrow irrigation advance simulation using a Surface-subsurface interaction model. *J. Irrig. Drain. Eng.* 137: 304-314.
- Fuentes, C., B. de León-Mojarro, y F. R. Hernández-Saucedo. 2012. Hidráulica del riego por gravedad. *In:* Fuentes, C. y L. Rendón (eds). *Riego por Gravedad.* Ed. Universidad Autónoma de Querétaro, México. pp: 1- 60.
- Fuentes, C., B. De León, H. Saucedo, J.-Y. Parlange, y A.C.D. Antonino. 2004. El sistema de ecuaciones de Saint Venant y Richards del riego por gravedad: 1. La ley potencial de resistencia hidráulica. *Ing. Hidrául.* Méx. 19: 65-75.
- González-Camacho, J. M., B. Muñoz-Hernandez, R. Acosta-Hernandez, y R., J. C. Mailhol. 2006. Modelo de la onda cinemática adaptado al riego por surcos cerrados. *Agrociencia* 40: 731-740.
- Gillies, M. H. y R. J. Smith. 2015. SISCO: surface irrigation simulation, calibration and optimisation. *Irrig. Sci.* 33: 339-355.
- Litrico, X. 2001. Nonlinear diffusive wave modeling and identification of open channels. *J. Hydr. Eng.* 127: 313-320.
- Moré, J. J. 1978. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory. *In:* G.A. Watson (ed). *Numerical Analysis.* Springer, Berlin Heidelberg. pp: 105-116.
- Morris M. R., A. Hussain, M. H. Gillies, and N. J. O'Halloran. 2015. Inflow rate and border irrigation performance. *Agric. Water Manag.* 155: 76-86.
- Rendón, L., H. Saucedo, y C. Fuentes. 2012. Diseño del riego por gravedad. *In:* Fuentes, C. y L. Rendón (eds). *Riego por*

clay loam textures the saving was higher (Figure 6).

The volume that was applied in the 749.37 ha, per irrigation event, was 2.1846 million  $m^3$ . With the irrigation design, the volume (1.1339 million  $m^3$ ) decreased 48 %. The saving of 1.0507 million  $m^3$  per irrigation, in the three average irrigation events that producers apply per cycle, is equivalent to 3.1513 million  $m^3$  in the 749.37 ha. The average irrigation efficiency achieved in the zone was higher than 85 %, which is equivalent to slightly over 30 % of the efficiency with which the users were irrigating

## CONCLUSIONS

The analytical formula for the design of optimal flow rate allows reducing the irrigation times and the highest impact is the reduction in the amount of water extracted from the storage sources. The results with this formula are a function of the characteristics of the plot (length of irrigation, slope, moisture contents, porosity and texture), and of the evaluation of the irrigation tests.

The analytical and numerical models are tools for decision making; however, the characterization of the study zone is necessary because the usefulness of the models depends on it. The average values per textural class should be taken with caution because the physical parameters and the design of the optimal flow rate are different, even within each textural class.

—End of the English version—



Gravedad. Ed. Universidad Autónoma de Querétaro, México. pp 321-358.

Saucedo, H., C. Fuentes, y M. Zavala. 2005. El sistema de ecuaciones de Saint-Venant y Richards del riego por gravedad: 2. Acoplamiento numérico para la fase de avance en el riego por melgas. *Ing. Hidrául.* Méx. 20: 109-119.

Saucedo, H., M. Zavala, y C. Fuentes. 2011. Modelo hidrodinámico completo para el riego por melgas. *Tecnol. Cien. Agua* 2: 23-38.

Saucedo, H., M. Zavala, y C. Fuentes. 2015. Diseño de riego por melgas empleando las ecuaciones de Saint-Venant y Green y Ampt. *Tecnol. Cien. Agua* 6: 103-112.

Seidel S.J., N. Schutze, M. Fahle, J.-C Mailhol, and P. Ruelle. 2015. Optimal irrigation scheduling, irrigation control and drip line layout to increase water productivity and profit in

- subsurface drip-irrigated agriculture. *Irrig. Drain.* 64: 501–518.
- Sotelo A.G. 1977. Hidráulica General: Fundamentos. Ed. Limusa, México. 551 p.
- Woolhiser, D. A. 1975. Simulation of unsteady overland flow. In: Mahmood, K., and V. Yevjevich (eds). *Unsteady Flow in Open Channels* vol. II. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado. pp: 485-508.