

VOLUMEN TOTAL Y AHUSAMIENTO PARA *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. EN TRES CONDICIONES DE BOSQUE

TOTAL VOLUME AND TAPER FOR *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. AT THREE FOREST CONDITIONS

Luisa P. Uranga-Valencia¹, Héctor M. De los Santos-Posadas^{1*}, José R. Valdez-Lazalde¹,
Javier López-Upton¹, Hermilio Navarro-Garza²

¹Forestal, ²Desarrollo Rural. Campus Montecillo. Colegio de Postgraduados. 56230. Montecillo, Estado de México. (lupaurval@hotmail.com), (hmsantos@colpos.mx).

RESUMEN

El objetivo de este estudio fue estimar el volumen total y comercial en pie de plantaciones de *Pinus patula* en Zacualpan, Veracruz, y comparar el ahusamiento-volumen con dos poblaciones de *P. patula* procedentes de bosques naturales, en Zacualtipán, Hidalgo e Ixtlán, Oaxaca. Los datos obtenidos se ajustaron al modelo de Fang, el cual estima el ahusamiento, volumen y permite analizar los tipos dendrométricos. Los resultados del análisis indican un factor de forma de los árboles diferente para cada condición de bosque analizada: 0.50 para árboles creciendo en el sistema de plantación, 0.46 para árboles creciendo en bosque natural bajo manejo intensivo (Zacualtipán), y 0.44 para árboles de bosque natural creciendo en condiciones de manejo extensivo (Ixtlán). La forma del árbol varía según la silvicultura aplicada y se sugiere que árboles relativamente pequeños (menores de 25 cm de diámetro) y jóvenes creciendo en plantaciones con poda, concentran una mayor cantidad de volumen en el fuste y se debería considerar sólo un punto de inflexión sobre el fuste.

Palabras clave: Factor de forma, modelo segmentado, régimen silvícola.

INTRODUCCIÓN

Un propósito principal de la silvicultura es controlar el establecimiento, el crecimiento y la composición de un bosque para lograr objetivos predefinidos (Larsen, 1995). Una aplicación correcta de los tratamientos silviculturales puede incluso mejorar la calidad de los bienes y servicios producidos por los bosques (Finegan *et al.*, 1999).

* Autor responsable ♦ Author for correspondence.

Recibido: mayo, 2014. Aprobado: abril, 2015.

Publicado como ARTÍCULO en *Agrociencia* 49: 787-801. 2015.

ABSTRACT

The objective of this study was to estimate the total and merchantable standing volume of *Pinus patula* plantations in Zacualpan, Veracruz, and compare the taper-volume with two natural forests populations of *P. patula*, in Zacualtipán, Hidalgo and Ixtlán, Oaxaca. The datasets were fitted to the model of Fang, which estimate taper, volume and allows to analyze their dendrometric types. The results show a different shape factor in the trees form each analyzed forest condition: 0.50 for trees growing in the plantation system, 0.46 for trees growing in natural forest under intensive management (Zacualtipán), and 0.44 for natural forest trees growing under extensive management (Ixtlán) conditions. That tree shape varies according to the forest management applied and it suggests that relatively small (less than 25 cm in diameter) and young trees growing in plantations with pruning, concentrate a higher volume in the bole. Only one inflection point on the bole should be considered.

Key words: Shape factor, segmented model, forest regime.

INTRODUCTION

A main purpose of forestry is to control the establishment, growth and composition of a forest to achieve pre-defined objectives (Larsen, 1995). Correct application of silvicultural treatments can even improve the quality of goods and services produced by forests (Finegan *et al.*, 1999).

In particular, clear cutting of a forest mass manipulation may proportionally change the shape of trees (the bole shape factor), changing thus the quantity and quality of timber products. Put another way, the silvicultural practices have an effect on the quality of wood and its volume. Harold and Hocker (1984) reported that the species, the conditions of

En particular, la manipulación silvícola de una masa forestal puede modificar de manera proporcional la forma de los árboles (factor de forma del fuste), modificando con ello la cantidad y la calidad de los productos maderables. Dicho de otra manera, las prácticas silvícolas tienen un efecto en la calidad de madera y su volumen. Harold y Hocker (1984) reportan que la especie, las condiciones de densidad del rodal y los tratamientos silvícolas tienen relación directa con la proporción de copa viva y, por tanto, con la forma del fuste. Los árboles de especies que presenten poda natural (autopoda) temprana o que son podados a edad temprana tenderán a ser más cilíndricos, porque al caer las ramas muertas se estimula el crecimiento radial; es decir, árboles que crecen bajo espesura tienen fustes más cilíndricos que aquellos que viven aislados, lo cual es una característica favorable y contribuye a producir mayor volumen aprovechable por árbol. Además la aplicación de aclareos, dejando espaciamientos homogéneos, favorece el crecimiento simétrico y equilibrado de las copas de los árboles remanentes, lo cual, en combinación con la aplicación de podas, repercute en forma positiva para producir árboles más cilíndricos. De ahí la importancia de aplicar actividades silvícolas apropiadas, prestando atención a los aspectos ya mencionados: la densidad, las podas, y los aclareos, para obtener árboles de mayor calidad y con mayor volumen, tanto en bosques naturales, como en plantaciones forestales comerciales. Por lo tanto, el objetivo de este estudio fue estimar el volumen total y comercial en pie de plantaciones de *Pinus patula* localizadas en Zacualpan, Veracruz, y comparar el ahusamiento-volumen con dos poblaciones de *P. patula* procedentes de bosques naturales, localizadas en Zacualtipán, Hidalgo, y en el Ejido El Carrizal municipio de San Pedro Yolo, distrito de Ixtlán de Juárez, Oaxaca; y además analizar cómo influyen los sistemas silvícolas utilizados en el factor de forma del árbol para las tres poblaciones.

MATERIALES Y MÉTODOS

En este estudio se ajustaron funciones de volumen y ahusamiento de tipo segmentadas (Fang *et al.*, 2000). Este tipo de ecuaciones son una opción para cuantificar de manera confiable y a bajo costo la cantidad, calidad y tipo de productos a obtener antes, durante y después de la industrialización de los productos maderables (Kurinobu *et al.*, 2007).

the stand density and silvicultural treatments are directly related to the proportion of live crown and, therefore the shape of the bole. The trees of species showing natural early pruning (self-pruning) or that are pruned at an early age tend to be more cylindrical, because the falling dead branches stimulated radial growth; *i.e.*, trees that grow under the dense have more cylindrical boles than those living isolated, which is a favorable feature and helps to produce more usable volume per tree. In addition the application of thinning, leaving uniform spacing, favoring symmetrical and balanced growth of the remaining trees, which, in combination with the application of pruning, impacts in a positive way to produce more cylindrical trees. Hence the importance applying appropriate silvicultural activities, paying attention to the aforementioned aspects: density, pruning, and thinning, for higher quality trees and with greater volume, both in natural forest and commercial forest plantations. Therefore, the aim of our study was to estimate the total and merchantable standing volume of plantations of *Pinus patula* located in Zacualpan, Veracruz, and compare the taper-volume with two natural forests populations of *P. patula*, located in Zacualtipán, Hidalgo, and the Ejido El Carrizal municipality of San Pedro Yolo, Ixtlán de Juárez district, Oaxaca; and also to analyze how the silvicultural systems used influence in tree shape factor for the three populations.

MATERIALS AND METHODS

In this study, segmented volume and taper type functions were fitted (Fang *et al.*, 2000). This type of equations are an option to quantify reliably and inexpensively the quantity, quality and type of products for before, during and after the industrialization of timber products (Kurinobu *et al.*, 2007).

Area of study and dasometric data

The data for analysis were collected from three locations: 1) Ejido El Carrizal municipality of San Pedro Yolo, district of Ixtlán de Juárez, Oaxaca, located between 17° 18' 16" and 17° 34' 00" N and 96° 31' 38" and 96° 20' 00" W, with a forest area of 544.84 ha (CONAFOR, 2007), and trees of 10-37 m. At this site the forest exploitation is performed in an extensive manner, initially by the Fapatux Company from 1979-1975. 2) Ejido Atopixco, municipality of Zacualtipán, Hidalgo, located

Área de estudio y datos dasométricos

Los datos para el análisis se obtuvieron de tres localidades: 1) Ejido El Carrizal municipio San Pedro Yolo, distrito de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, localizado entre 17° 18' 16" y 17° 34' 00" N, y 96° 31' 38" y 96° 20' 00" O, con una superficie forestal de 544.84 ha. (CONAFOR, 2007), con árboles de alturas de 10 a 37 m. En este sitio el aprovechamiento forestal se realiza de forma extensiva, desde 1970-1975, inicialmente por la empresa Fapatux. 2) Ejido Atopixco, municipio de Zacualtipán, Hidalgo, ubicado entre 20° 37' 26" N y 20° 35' 20" N y 98° 37' 48" y 98° 35' 23" O (Cruz *et al.*, 2010) con una superficie de 1171 ha. En las tres décadas recientes la masa forestal de este sitio es manejada bajo los lineamientos del Método de Desarrollo Silvícola (MDS). Un sistema silvícola regular se implementó, regenerando la masa mediante el sistema silvícola de árboles padres. Los rodales se caracterizan por ser monoespecíficos (puros), coetáneos, de coberturas y edades variables a lo largo del paisaje, con alturas de 10 a 31 m. (Hernández *et al.*, 2013). 3) Sitio Zacualpan, Veracruz, ubicado entre 20° 24' y 20° 37' N y 98° 21' y 98° 27' O. (INEGI, 2009), con una superficie de 3000 ha plantadas con edad de 4 a 12 años. Las plantaciones se establecieron con un espaciamiento entre árboles de 3 por 3 m. La única actividad silvícola aplicada a las plantaciones son podas desde los 2 años de edad y hasta que los árboles alcanzan 3 m de altura; no se realizan aclareos. La altura de los árboles varía de 2.8 m a 21 m (20 años de edad).

La muestra total fue de 239 árboles obtenidos de la siguiente manera: 91 en el Ejido El Carrizal, San Pedro Yolo, Ixtlán (Base 1) y no se tomaron las edades de estos árboles; 78 de Zacualtipán (Base 2, considerados datos de referencia); y 70 árboles de Zacualpan (Base 3), los cuales se seleccionaron con la técnica de Torres y Magaña (2001): para mejorar el intervalo de aplicación de los modelos es necesario captar toda la variabilidad de tamaños y formas posibles del arbolado en una región determinada para representar todas las calidades de estación de las áreas de estudio, así como también la distribución de los árboles, en términos de clases de diámetro y altura (Figura 1). Para el análisis troncal se midieron las siguientes variables: diámetro normal con corteza (D_n , en cm), altura total (H , en m), sección (ρ), diámetro por sección (d_p , en cm), altura por sección (H_p , en m), además del grosor de la corteza correspondiente (en cm). Las mediciones de cada sección se hicieron desde el tocón y a cada metro. Para la cubicación se usó el método de trozas traslapadas que permite obtener volúmenes totales y parciales más precisos sin considerar el volumen del tocón (V , m³) (Bailey, 1995; Cruz *et al.*, 2008).

Los datos de las tres bases generaron 3834 pares de valores de diámetro (d), altura sobre el fuste (H) distribuidos a lo largo del tronco y (V) volumen de la troza. El Cuadro 1 muestra un resumen de las estadísticas descriptivas de los árboles utilizados en el análisis.

between 20° 37' 26" N and 20° 35' 20" N and 98° 37' 48" and 98° 35' 23" W (Cruz *et al.*, 2010) with a surface of 1171 ha. In the three recent decades, the forest at this site is operated under the guidelines of the Method of Forestry Development (MDS). An even-aged silvicultural system was implemented, regenerating the mass through the seed tree silvicultural system. The stands are characterized by being monospecific (pure), even age, variable crown coverage of varying ages throughout the landscape, with heights of 10 to 31 m. (Hernández *et al.*, 2013). 3) Site Zacualpan, Veracruz, located between 20° 24' and 20° 37' N and 98° 21' and 98° 27' W (INEGI, 2009), with an area of 3 000 ha, planted with variable ages ranging between 4 and 12 years. Plantations were established with spacing between trees of 3 by 3 m. The only forestry activity applied to the plantations is pruning, from 2 year old trees and until trees reach 3 m height; there was no thinning applied. The height of the trees ranged between 2.8 m and 21 m (20 years of age).

The total sample consisted of 239 trees obtained as follows: 91 at the Ejido El Carrizal, San Pedro Yolo (Base 1) and the ages of these trees were not recorded; 78 from Zacualtipán (Base 2, considered the reference data); and 70 trees from Zacualpan (Base 3). The selection was made with the technique of Torres and Magaña (2001): to improve the range of application of the models it is necessary to account for all the variability of the sizes and shapes of the trees in a given region and to represent all the station qualities of the areas of study, as well as the distribution of the trees, in terms of classes of diameter and height (Figure 1). For the stem analysis the following variables were measured: normal diameter with bark (D_n , in cm), total height (H , in m), section (ρ), diameter per section (d_p , in cm), height per section (H_p , in m), in addition the corresponding bark thickness (in cm). The measurements of each section were made from the stump and each meter. Log volume calculations were performed using the overlapping logs method, this allows for more accurate total and partial volumes regardless of the volume of the stump (V , m³) (Bailey, 1995; Cruz *et al.*, 2008).

The data of the three databases generated 3834 pairs of diameter values (d), height above the tree bole (H_i) distributed along the trunk and (V) volume of the logs. Table 1 shows a summary of the descriptive statistics of the trees used in the analysis.

Figure 2 shows a scatter graph that describes how many trees of each age there are in the regions of Zacualtipán, Hidalgo and Zacualpan, Veracruz.

Stem shape factor by forest type

The shape factor of the average bole is easily obtained by dividing the volume obtained (actual volume) of that bole between

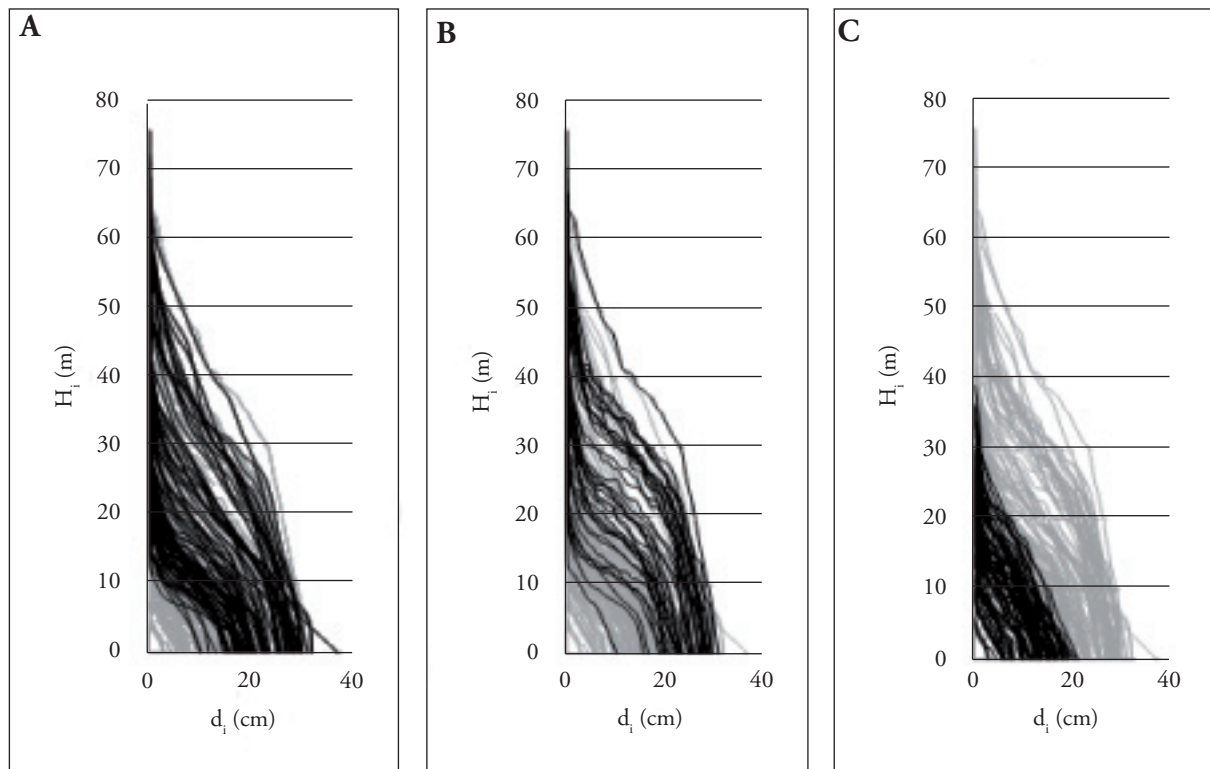


Figura 1. Observación de ahusamiento total de 239 árboles de *Pinus patula* y sus pares de altura-diámetro (líneas grises), en contraste con los datos obtenidos que cubre cada región (líneas negras): A) Ixtlán, 91 árboles; B) Zacualtipán, 78 árboles; y C) Zacualpan, 70 árboles.

Figure 1. Observation of total taper of 239 trees of *Pinus patula* and height-diameter pairs (gray lines), in contrast to the data covering each region (black lines): A) Ixtlán, 91 trees; B) Zacualtipán, 78 trees; and C) Zacualpan, 70 trees.

La Figura 2 muestra una gráfica de dispersión que describe cuantos árboles de cada edad hay en las regiones de Zacualtipán, Hidalgo y Zacualpan, Veracruz.

Factor de forma del fuste por tipo de bosque

El factor de forma del fuste promedio se obtiene de manera fácil al dividir el volumen cubicado (volumen real) de ese fuste entre el valor de volumen correspondiente a un cilindro (volumen aparente) de diámetro normal (D_n) y altura total (H) iguales a las del fuste promedio (árbol). En el análisis de varianza realizado se consideró al árbol como una unidad experimental y a las condiciones de manejo como los tratamientos, para obtener una partición de medias que demuestre si el factor de forma del fuste difiere entre tipos de bosque.

Ecuaciones de ahusamiento-volumen

Después de probar varios sistemas compatibles de ahusamiento y volumen de tipo segmentado, se optó por usar tres: 1)

the volume value corresponding to a cylinder (apparent volume) of normal diameter (D_n) and the total height (H) equal to the average bole (tree). In the analysis of variance each tree was considered to be an experimental unit and management conditions the treatments, in order to obtain a partition of the statistical means that show if the shape factor of the bole differs between forest types.

Taper-volume equations

After testing several compatible taper and segmented volume type systems, we chose to use three: 1) Fang *et al.* model (2000) that allows you to analyze the dendrometric types; the Zhang *et al.* theory (2002), which states that intensively cultivated stands it is only necessary to estimate one inflection point; and the Parresol *et al.* (1987) system, which is flexible and predicts the volume and the taper of the trees based on normal diameters (Table 2).

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de los árboles de *Pinus patula* utilizados en el análisis de medias.
Table 1. Descriptive statistics of the trees of *Pinus patula* used in the means analysis.

Base	Variable	Obs.	Media	Desviación estándar	Error estándar	Mínimo	Máximo
1	<i>Dn</i>	91	25.68	12.86	1.3486	9	60
	<i>di</i>	1043	19.08	14.10	0.4366	0	76
	<i>H</i>	91	21.59	5.39	0.5652	10	37.1
	<i>Hi</i>	1043	9.63	8.30	0.2572	0	37.1
	<i>V</i>	91	0.474	0.65	0.0201	0	3.59
2	<i>Dn</i>	78	25.20	12.67	1.435	9	63.2
	<i>di</i>	1695	18.11	11.97	0.2907	0	76
	<i>H</i>	78	21.00	4.49	0.5087	10.15	31
	<i>Hi</i>	1695	10.27	7.18	0.1746	0	31
	<i>V</i>	78	0.517	0.67	0.016	0	3.98
3	<i>Dn</i>	70	15.68	6.76	0.8083	2.4	29.4
	<i>di</i>	1096	10.38	7.54	0.2279	0	39
	<i>H</i>	70	12.62	4.70	0.5624	2.7	21.1
	<i>Hi</i>	1096	6.60	5.07	0.1531	0	21.1
	<i>V</i>	70	0.13	0.13	0.0039	0	0.5406

Obs.: Observaciones; *Dn*: Diámetro normal; *di*: Diámetro por sección; *H*: Altura total; *Hi*: Altura por sección; *V*: Volumen de troza. ♦
 Obs.: Observations; *Dn*: Normal diameter; *di*: Diameter per section; *H*: total height; *Hi*: Height by section; *V*: Log volume.

El modelo de Fang *et al.* (2000) que permite analizar los tipos dendrométricos; 2) la teoría de Zhang *et al.* (2002), la cual establece que para rodales intensamente cultivados solo es necesario estimar un punto de inflexión; y 3) el sistema de Parresol *et al.* (1987), el cual es flexible y predice el volumen y la conicidad del árbol basado en diámetros normales (Cuadro 2).

Ajuste de los modelos

El ajuste de los sistemas compatibles de ecuaciones ahusamiento-volumen se realizó con la técnica de máxima verosimilitud con información completa (FIML), siendo adecuada para un ajuste simultáneo (SAS Institute Inc., 2008). Para la regresión, el procedimiento asume que el error es independiente y que se distribuye de manera normal con varianza y media igual a cero (Gujarati, 2004). Para evitar inconvenientes en la estimación de los parámetros, en especial cuando $H_i = H$, es decir, $d_i = 0$, se aplicó un valor pequeño en este punto ($\delta=0.00001$), junto con una variable indicadora en la punta del árbol para evitar que se evaluara en cero las derivadas parciales de los parámetros que contienen el logaritmo de cero, lo cual produce datos perdidos y problemas de convergencia; este enfoque lo usaron Fang *et al.* (2000) para utilizar todos los datos.

Model fitting

The fitting of the compatible systems of taper-volume equations was performed with the maximum likelihood technique with complete information (FIML), being suitable

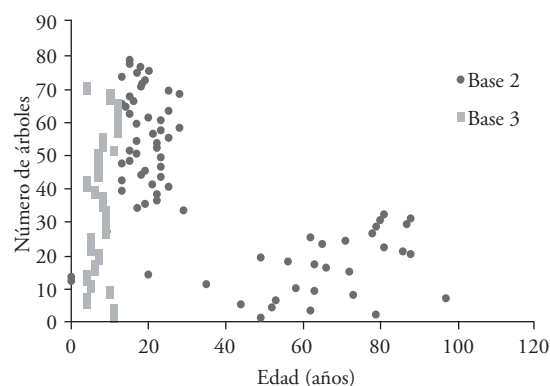


Figura 2. Dispersión del número de árboles por edad en la localidad de Zacualtipán, Hidalgo (Base 2), y Zacualpan, Veracruz (Base 3).

Figure 2. Dispersion of the number of trees by age in the town of Zacualtipán, Hidalgo (Base 2), and Zacualpan, Veracruz (Base 3).

Cuadro 2. Sistemas compatibles ahusamiento-volumen.**Table 2. Compatible volume-taper systems.**

A. Función de ahusamiento	B. Función de volumen comercial
(1) Fang <i>et al.</i> (2000)	
$d_i = c_1 \sqrt{H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} a_1^{I_1+I_2} a_2^{I_2}}$ $\text{donde } \begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q \leq p_2; \\ \text{de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq q \leq 1; \\ \text{de lo contrario } 0 \end{cases}$ $\beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}$ $a_1 = (1-p_1)^{\frac{(\beta_2-\beta_1)k}{\beta_1\beta_2}}$ $a_2 = (1-p_2)^{\frac{(\beta_3-\beta_2)k}{\beta_2\beta_3}}$	$r_0 = \left(1 - \frac{h_b}{H}\right)^{\frac{k}{\beta_1}}; r_1 = (1-p_2)^{\frac{k}{\beta_1}}; r_2 = (1-p_2)^{\frac{k}{\beta_2}}$ $c_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(r_0 - r_1) + \beta_2(r_1 - a_1 r_2) + \beta_3 a_1 r_2}}$ $V_a = c_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} [\beta_1 r_0 + (I_1 + I_2) \times (\beta_2 - \beta_1) r_1 +$ $I_2 (\beta_3 - \beta_2) a_1 r_2 - \beta (1-q)^{\frac{k}{\beta}} a_1^{I_1+I_2} a_2^{I_2}]$ $V = \vartheta Dn^2 \times \left(\frac{H}{H-1.30}\right)^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} \left\{ \beta_1 (1-p_0)^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} \right.$ $\left[1 - \left(\frac{1-p}{1-p_0}\right)^{\frac{k}{\beta_1}} \right] 1 - \theta \left[1 - \left(\frac{1-p'}{1-p_0}\right)^{\frac{k}{\beta_1}} \right]^{\theta}$ $+ A \theta \beta_2 (1-p')^{\frac{k}{\beta_2}} \left[1 - \left(\frac{1-p}{1-p'}\right)^{\frac{k}{\beta_2}} \right] \left. \right\}$ $V = k Dn^2 H \left\{ \left[\left(\frac{\beta_2 + \beta_4 I_1}{4(x^4 - z_b^4)} \right) + \left(\frac{\beta_1 + \beta_3 I_1}{3(x^3 - z_b^3)} \right) + \right. \right.$ $\left. \left(\frac{2\beta_1(p_1 I_1) + (2p_1 \beta_4)}{2(x^2 - z_b^2)} \right) + ((p_1^2 I_1 \beta_3) + \right.$ $(2p_1 - \beta_4)(x - z_b)) \left. \right\}$
(2) Zhang <i>et al.</i> (2002)	
$d_i = Dn \left(\frac{H}{H-1.30} \right)^{\frac{k-\beta_1}{2\beta_1}} \left(A^{I_1} (1-p)^{\frac{k-\beta_1(1-I_1)\beta_2^{I_1}}{\beta_1^{(1-I_1)}\beta_2^{I_1}}} \right)^{\frac{1}{2}}$ $A = (1-p)^k \frac{\beta_2-\beta_1}{\beta_1\beta_2} \text{ donde } p = \frac{H_i}{H}$	
(3) Parresol <i>et al.</i> (1987)	
$d_i = Dn \sqrt{x^2 (\beta_1 + \beta_2) + (x - p_1)^2 [\beta_3 + \beta_4 (x + 2p_1) I_1]}$ $\text{donde } I_1 = 1 \text{ si } z \geq p_1; \text{ de lo contrario } 0$	

Dn : diámetro a la altura de 1.3 m; d_i : diámetro superior (cm) a la altura H_i (m) desde el nivel del tocón; H : altura total de los árboles (m); h_b : altura al tocón (m); V : volumen total del árbol con corteza en (m³); V_a : volumen comercial variable en (m³); k : $\pi/40000$; α , β , δ , p_1 , p_2 , ϑ , p' : H_i/H , H_i^2 : tronco a la altura del tocón hasta el punto de inflexión, p_0 ; H_0/H , H_0 : altura del tocón ♦ Dn : diameter at a height of 1.3 m; d_i : top diameter (cm) to the H_i (m) height from the level of the stump; H : total tree height (m); h_b : stump height (m); V : total volume of tree including bark (m³); V_a : merchantable variable volume (m³); k : $\pi/40000$; α , β , δ , p_1 , p_2 , ϑ : coefficients to be determined by setting; q : H_i/H ; $x = (H-H_i)/H$; z : h_b/H ; z_b : $(H-h_b)/H$, p : H_i/H , p' : height to the inflection point.

Las estimaciones de los modelos ajustados se compararon mediante un análisis numérico y un análisis gráfico de los residuales. En el caso numérico se usaron tres estadísticos comunes en biometría (Castedo y Álvarez, 2000; Diéguez *et al.*, 2003; Corral *et al.*, 2007): el coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros (R^2_{adj}), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el coeficiente de variación (CV). El análisis gráfico consistió en comparar los residuales contra los valores predichos de la variable dependiente, con el fin de detectar tendencias inusuales de los datos, y con base en ello determinar si los ajustes a los datos fueron adecuados.

$$R^2_{adj} = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] \left(\frac{n-1}{n-p} \right)$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}$$

$$CV = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{\bar{Y}} \right)^2}{n-1}}$$

Análisis de los tipos dendrométricos a partir del modelo de Fang *et al.* (2000)

El sistema de cubicación de Fang *et al.* (2000) permite analizar los diferentes tipos dendrométricos representados en cada segmento del fuste, con el siguiente criterio geométrico: se parte de un cuerpo geométrico con una base circular, cuyo valor está dado por d_i , en cm, y cuya altura está definida por h , en m, para describir su volumen con la siguiente estructura genérica:

$$V = k \times \frac{\pi}{40000} \times d^2 \times h$$

En este caso, el valor de k define el tipo de cuerpo que se describen; es decir, cuando $k=1/2$, se tiene un paraboloide, cuando $k=1/3$ es un cono y cuando $k=1/4$ se tiene un neiloide. De esta forma, en los parámetros β_i del modelo de Fang *et al.* (2000), la aproximación al valor de k es fácilmente obtenible, ya que en cada segmento $\beta_i = k_i \times \frac{\pi}{40000}$ y en consecuencia, $k_i \beta_i = \beta_i \times \frac{\pi}{40000}$. Estos valores son siempre volúmenes en transición hacia alguna de las formas descriptivas y se espera que valores de k mayores a 0.4 tiendan a describir el volumen de la sección más como un paraboloide que como un cono. De igual manera, valores de k mayores de 0.5 indican un estado de transición de paraboloide a cilindro. Este análisis se aplica también

for a simultaneous fitting (SAS Institute Inc., 2008). For regression, the procedure assumes that the error is independent and distributed in a normal manner with variance and mean equal to zero (Gujarati, 2004). To avoid inconveniences in the estimation of the parameters, in particular when $H_i = H$, i.e. $d_i = 0$, a small value was added at this point (delta = 0.00001), together with a dummy variable in the tip of the tree to avoid the partial derivatives of the parameters that contain the logarithm of zero being evaluated at zero, which produces data lost and convergence issues; this approach was used by Fang *et al.* (2000) in order to use all the data.

Estimates of the fitted models were compared using a numerical analysis and graphical analysis of the residuals. In the numeric case three common statistical tests in biometrics were used (Castedo and Álvarez, 2000; Diéguez *et al.*, 2003; Corral *et al.*, 2007): the adjusted coefficient of determination by the number of parameters (R^2_{adj}), the root of the mean square error (RMSE) and the coefficient of variation (CV). The graphical analysis consisted of comparing the residuals versus the predicted values of the dependent variable, in order to detect unusual trends of the data, and on this basis determine if the fittings of the data were adequate.

$$R^2_{adj} = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] \left(\frac{n-1}{n-p} \right)$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}$$

$$CV = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{\bar{Y}} \right)^2}{n-1}}$$

Dendrometric analysis of the types from the Fang *et al.* (2000) model

Cubing system of Fang *et al.* (2000) allows analyzing different dendrometric types represented in each segment of the bole, with the following geometric criterion: it start with a geometric body with a circular base, whose value is given by d_i , in cm, and whose height is defined by h , in m, to describe its volume with the following generic structure:

$$V = k \times \frac{\pi}{40000} \times d^2 \times h$$

a modelos derivados del modelo de la variable combinada para estimación de volumen total.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Medias de los factores de forma

Una prueba de Tukey fue usada para observar las medias del factor de forma del fuste para los árboles de cada región (Ixtlán, Zacualtipán, y Zacualpan) y probar, mediante una prueba estadística, si existen diferencias entre ellas, relacionándolas también con el factor de forma y volumen que estos valores representan (Cuadro 3).

La forma descriptiva de los cuerpos geométricos correspondiente a los árboles de las regiones de Oaxaca e Hidalgo son similares, con una forma de paraboloides (Cuadro 3); en la región de Veracruz los fustes tienen forma de paraboloides tendiendo a cilíndrica, según la clasificación del factor de forma (k). Esto, en parte, podría deberse al hecho que los árboles en esta región son más jóvenes y han sido sometidos a podas frecuentes, lo cual provoca que en la punta del fuste contengan mayor volumen.

Ajuste por tipo de bosque con el modelo segmentado

Los resultados fueron obtenidos para el modelo de Fang *et al.* (2000) ajustado para cada una de las bases. Dicho ajuste se realizó bajo estimación simultánea, a partir de máxima verosimilitud con información completa (FIML), técnica que optimiza la predicción de los parámetros de ahusamiento y volumen y minimiza los errores de manera conjunta (Borders, 1989; Fang *et al.*, 2000) (Cuadro 4).

Los puntos de inflexión (p_1 y p_2) ocurren a diferentes alturas del fuste en las tres regiones (Cuadro 4). Para el bosque natural bajo manejo extensivo (BN), el primer punto de inflexión se presenta casi al ras del tocón o en la base del árbol, ocurriendo a 0.06 % de la altura total del fuste. El segundo punto de inflexión ocurre a 19.15 % de la altura total de tronco. En bosque manejado (BM) los puntos de inflexión ocurren a 1.36 % y a 96.52 % de la altura del tronco, respectivamente. Por último, en plantaciones forestales comerciales (PFC) el primer punto de inflexión ocurre a 8.41 %, y el segundo a 92.82 % de la altura total del fuste. Por lo anterior, los árboles

In this case, the k value defines the type of body that are described; that is to say, when $k=1/2$, a paraboloid is obtained, when $k=1/3$ a cone and when $k=1/4$ a neiloid. In this manner, the parameters β_i of the model of Fang *et al.* (2000) model, the approximation to the k value is easily obtainable, since in each segment $\beta_i = k_i \times \frac{\pi}{40000}$ and therefore $k_i \beta_i = \beta_i \times \frac{40000}{\pi}$. These values are always volumes in transition toward any of the descriptive forms and it is expected that k -values greater than 0.4 tend to describe the volume of the section more as a paraboloid than as a cone. Similarly, if k -values are greater than 0.5 indicate a transitional paraboloid to cylinder state. This analysis also applies to models derived from the combined variable model for the estimating total volume.

RESULTS AND DISCUSSION

Averages of the shape factors

Tukey test was used to observe the mean value of mean shape factor of the bole of trees of each region (Ixtlán, Zacualtipán, y Zacualpan) and test, *via* a statistical test, if there are differences between them, also relating it with the form and volume factor that these values represent (Table 3).

The descriptive form of the geometrical shapes corresponding to the trees of the regions of Oaxaca and Hidalgo are similar, with a paraboloid shape (Table 3); the boles in the Veracruz region have a paraboloid form tending towards cylindrical, according to the classification of the shape factor (k). This, in part, might be due to the fact that the trees in this region are younger and have been subjected to

Cuadro 3. Resultados de las pruebas de comparación de medias para determinar diferencias en el factor de forma en *Pinus patula*.

Table 3. Results of the tests of comparison of means to determine differences in factor form in *Pinus patula*.

Región	Media ^a	N
Zacualpan, Veracruz	0.506 a	70
Zacualtipán, Hidalgo	0.461 b	78
Ixtlán, Oaxaca	0.447 b	91

^aMedias con distinta letra son estadísticamente diferentes ($p \leq 0.05$) ♦ Means with different letter are statistically different ($p \leq 0.05$).

Cuadro 4. Estimaciones de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste del modelo compatible ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000) para los datos de las tres regiones analizadas.**Table 4. Estimates of parameters and statistical goodness of fit of the compatible model taper-volume of Fang *et al.* (2000) for data of three regions analyzed.**

Región	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr > t	Estadísticos del ajuste		Ecu.
						REMC	R ² adj	
1	α_0	0.00004	2.51x10 ⁻⁶	15.98	<0.0001			
	α_1	1.63952	0.0075	218.66	<0.0001			
	α_2	1.32800	0.0179	74.15	<0.0001			
	β_1	1.04x10 ⁻⁶	3.84x10 ⁻⁸	27.14	<0.0001	0.113	0.97	va
	β_2	0.000019	7.58x10 ⁻⁷	25.44	<0.0001	2.251	0.974	di
	β_3	0.000035	3.29x10 ⁻⁷	106.22	<0.0001			
	p_1	0.006241	0.0003	20.98	<0.0001			
	p_2	0.191566	0.0121	15.89	<0.0001			
2	α_0	0.00003	1.71x10 ⁻⁶	18.4	<0.0001			
	α_1	1.69821	0.0114	149.57	<0.0001			
	α_2	1.351234	0.0256	52.75	<0.0001			
	β_1	1.36x10 ⁻⁶	3.40x10 ⁻⁸	39.9	<0.0001	0.093	0.981	va
	β_2	0.000037	1.70x10 ⁻⁷	219.87	<0.0001	2.032	0.971	di
	β_3	0.000046	0.00001	3.51	0.0005			
	p_1	0.013677	0.00032	42.76	<0.0001			
	p_2	0.965251	0.0526	18.37	<0.0001			
3	α_0	0.00008	4.36x10 ⁻⁶	18.06	<0.0001			
	α_1	1.79968	0.02	90.15	<0.0001			
	α_2	0.93061	0.0216	43.17	<0.0001			
	β_1	0.000015	8.66x10 ⁻⁷	17.21	<0.0001	0.026	0.96	va
	β_2	0.000029	1.99x10 ⁻⁷	143.61	<0.0001	1.474	0.96	di
	β_3	0.00005	0.00002	2.92	0.0036			
	p_1	0.084127	0.00906	9.28	<0.0001			
	p_2	0.928243	0.0267	34.79	<0.0001			

R²adj: coeficiente de determinación ajustado; REMC: raíz del error medio cuadrático; va: volumen comercial; di: ahusamiento; (1) Ixtlán, Oaxaca; (2) Zacualtipán, Hidalgo; (3) Zacualpan, Veracruz ♦ R²adj: adjusted coefficient of determination; REMC: root of the mean square error. va: merchantable volume; di: taper; (1) Ixtlán, Oaxaca; (2) Zacualtipán, Hidalgo; (3) Zacualpan, Veracruz.

del BN tienen una forma geométrica cercana al neiloide en 19 % de su altura total ($k_2=0.242$); dicha forma geométrica proviene del valor β_2 del Cuadro 4 (revisar la sección Análisis de los tipos dendrométricos, con el modelo de Fang *et al.*, 2000), donde $k_2 = \beta_2 \times \frac{40000}{\pi} = 0.242$, el resto del fuste tiende a un paraboloide ($k_3=0.446$), mientras que el factor de forma de la sección media del fuste en el BM ($k_2=0.471$) sugiere una figura geométrica cercana a un paraboloide perfecto. Los árboles de las PFC analizadas presentaron un factor de forma $k_2=0.369$, lo cual sugiere una forma de fuste parecida a un cono. En los casos

frequent pruning, which causes the tips of the stems to contain a greater volume.

Fitting by forest type with the segmented model

The results were obtained for the Fang *et al.* (2000) model and it was fitted for each database. This fitting was carried out under simultaneous estimation with full information maximum likelihood (FIML), technique that optimizes the prediction of the parameters of taper and volume and jointly minimizes the errors (Borders, 1989; Fang *et al.*, 2000) (Table 4).

de las puntas para BM y PFC, ambas tienden a ser cilíndricas, aunque representan una porción pequeña del fuste. Evidentemente, los árboles de BM tienden a ser más cilíndricos debido a que tienen un mejor manejo de la densidad y una silvicultura más intensiva. Los datos recolectados en las PFC son de edades relativamente pequeñas y, a pesar de tener un factor de forma total mayor respecto a los datos de BN y BM, como sugieren los resultados previos, la forma de la sección media indica que en realidad son bastante cónicos. La forma final de los fustes de estos árboles todavía no se ha manifestado. Por tanto, es necesario ampliar la muestra considerando árboles de edades mayores (cuando estén disponibles), a fin de aproximar de mejor manera el potencial de las PFC.

Al tomar en cuenta que los puntos de inflexión son en promedio parecidos entre la zona de Zacualpan, Veracruz, y Zacualtipán, Hidalgo, se esperaría que los rendimientos maderables fueran semejantes en ambas zonas. En Zacualtipán se realiza manejo intensivo en sus bosques y son árboles de edades más grandes; en Zacualpan son árboles pequeños de edades pequeñas y hasta el año 2012 empezaron a realizar podas en algunas de las plantaciones. Según esto, a edades similares y usando prácticas silvícolas como el control de densidad, podas y aclareos, se podría alcanzar rendimientos semejantes a los de Zacualtipán.

Para realizar comparaciones estadísticas se decidió comparar sólo las bases de datos del BM y de la PFC, debido a la similitud de sus factores de forma y a que ambas condiciones cuentan con un régimen silvícola explícito. Ambas bases se ajustaron de manera simultánea mediante el modelo de Fang *et al.* (2000) con el propósito de detectar si las diferencias entre los parámetros del modelo son estadísticamente diferentes entre regiones. Se partió de un ajuste general que sugiere que para ambas bases sólo existe un punto de inflexión que debería considerarse (Cuadro 5).

Es interesante notar que cuando se combinan ambas bases, la sección de fuste por arriba del p_2 , (la punta) se asemeja a un paraboloide ($k_2=0.484$). Para analizar la teoría de Zhang *et al.* (2002), la cual establece que en rodales intensamente cultivados es suficiente asumir un punto único de inflexión para modelar el ahusamiento, se adaptó el modelo de Fang *et al.* (2000) para detectar el punto de inflexión y en consecuencia sólo dos segmentos en el fuste. Para ello se definió el modelo siguiente:

The inflection points (p_1 and p_2) occur at different heights of the bole in the three regions (Table 4). For the natural forest under extensive management (BN), the first inflection point occurs near the start of the stump or in the base of the tree, occurring in 0.06 % of the total height of the bole. The second inflection point occurs at 19.15 % of the total height of the trunk. In managed forests (BM) the inflection points occur at 1.36 % and 96.52 % of the height of the trunk, each. Finally, in commercial forest plantations (PFC) the first inflection point occurs at 8.41 %, and the second at 92.82 % of the bole total height. For the foregoing reasons, the trees of the BN have a near neiloid geometric shape in 19 % of its total height ($k_2=0.242$), this geometrical shape comes from the value β_2 from Table 4 (check the analysis section of the dendrometric types, with the model of Fang *et al.*, 2000), where $k_2 = \beta_2 \times \frac{40000}{\pi} = 0.242$, the rest of the bole tends to a paraboloid ($k_3 = 0.446$), whereas the shape factor of the middle section of the bole in the BM ($k_2=0.471$) suggests a geometric figure close to a perfect paraboloid. The trees of the analyzed PFC presented a shape factor $k_2=0.369$, suggesting a form of the bole similar to a cone. In the cases of the tips for BM and PFC, both tend to be cylindrical, although they represent a small portion of the bole. Clearly, the trees from BM tend to be more cylindrical because they have a better density management and a more intensive silviculture. The data collected in the PFC are of relatively young ages and, despite having a greater total shape factor regarding the data of BN and BM, as suggested by the previous results, the shape of the middle section indicates that are in fact quite tapered. The final form of the boles of these trees has not yet appeared. It is therefore necessary to expand the sample considering trees of older ages (when available), in order to better approximate the potential of the PFC.

When we take into account that the inflection points are on average similar between the Zacualpan, Veracruz, and Zacualtipán, Hidalgo areas, one would expect the timber yields to be similar in both areas. In Zacualtipán an intensive management is performed in its forests and trees are older; in Zacualpan trees are smaller and younger, and until the year 2012 pruning was conducted just in some of the plantations. According to this, at similar ages and using forestry practices such as density control,

Cuadro 5. Estimaciones de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste del modelo compatible ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000) para los datos de Zacualtipán, Hidalgo (Bosque Manejado), y Zacualpan, Veracruz (Plantaciones Forestales Comerciales).

Table 5. Estimates of parameters and statistical goodness of model fit of compatible taper-volume of Fang *et al.* (2000) for Zacualtipán, Hidalgo (managed forest), and Zacualpan, Veracruz (commercial forest plantations) data.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr > t	Estadísticos de ajuste		
						REMC	R ² adj	Ecu.
Fang <i>et al.</i> (2000)	α_0	0.00003	1.04x10 ⁻⁶	31.54	<0.0001			
	α_1	1.67321	0.00685	244.39	<0.0001			
	α_2	1.36724	0.01510	90.46	<0.0001	0.0769	0.9814	va
	β_1	5.64E-07	1.18x10 ⁻⁷	4.78	<0.0001	11.7700		Resid.va
	β_2	0.00002	3.59x10 ⁻⁷	42.46	<0.0001	1.5023	0.9817	di
	β_3	0.00004	1.55x10 ⁻⁷	242.74	<0.0001			
	p_1	0.00283	0.00061	4.66	<0.0001			
	p_2	0.11946	0.00358	33.35	<0.0001			

REMC: raíz del error medio cuadrático; R²adj: coeficiente de determinación ajustado; va: volumen comercial; Resid. Va: regresión primer orden para el volumen comercial; di: ahusamiento ♦ REMC: root of the mean square error; R²adj: adjusted coefficient of determination; va: merchantable volume; Resid. va: first order regression for merchantable volume; di: taper.

$$d_i = \left(H^{\frac{k-\beta_2}{\beta_2}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} a_1^{I_1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$a_1 = (1-p_1)^{\frac{(\beta_2-\beta_1)k}{\beta_1\beta_2}}$$

$$\beta = \beta_1^{1-I_1} \beta_2^{I_1}$$

$$r_0 = \left(1 - \frac{hb}{H} \right)^{\frac{k}{\beta_2}}$$

$$r_1 = (1-p_1)^{\frac{k}{\beta_1}}$$

donde $I_1=1$ si $p_1 \leq q \leq 1$; de lo contrario 0

$$c_1 = \left(\frac{\alpha_0 D n^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(r_0 - r_1) + \beta_2 \alpha_1 r_1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$V_a = c_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} [\beta_1 r_0 + I_1 \times (\beta_2 - \beta_1) r_1 - \beta (1-q)^{\frac{k}{\beta}} a_1^{I_1}]$$

pruning and thinning, similar yields to those of Zacualtipán could be reach.

To make statistical comparisons it was decided to compare only the databases in the BM and the PFC, due to the similarity of their shape factors and that both conditions have an explicit forestry regime. Both databases were adjusted simultaneously by the of Fang *et al.* (2000) model in order to detect if the differences between the model parameters are statistically different between regions. We started from a general adjustment that suggests that for both databases only a point of inflection that should be considered exists (Table 5).

It is to be noted that when both databases are combined, the bole section above p_2 , (the tip) resembles a paraboloid ($k_2 = 0.484$). To analyze the theory of Zhang *et al.* (2002), which establishes that intensively cultivated stands it is enough to assume a single point of inflection for modeling the taper. The Fang *et al.* (2000) model was adapted to detect the point of inflection and therefore only two segments in the bole. For the above reason we have defined the following model:

$$d_i = \left(H^{\frac{k-\beta_2}{\beta_2}} (1-q)^{\frac{k-\beta}{\beta}} a_1^{I_1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Rescribiendo los parámetros α_i y β_i , para diferenciar entre regiones, se tiene:

$$\alpha_i = \alpha_i + \alpha_z T$$

$$\beta_i = \beta_i + \beta_z T$$

donde T es una variable indicadora igual a 1 para la base PFC, y 0 de otra forma.

El ajuste del modelo de Fang *et al.* (2000) con un punto de inflexión se presenta en el Cuadro 6. Sólo se presentan los parámetros que fueron estadísticamente diferentes de cero.

A partir de modelos que explícitamente usan un único punto de inflexión, como el modelo de Zhang *et al.* (2002) (Cuadro 7) se observa que el punto de inflexión ocurre casi a la misma altura (8.48%, *vs.* 11.98 %). Para el modelo de Parresol *et al.* (1987) no se logró ajustar de manera adecuada a los datos y no se consiguió el ajuste simultáneo para ambos modelos de ahusamiento-volumen.

Una manera de mejorar la interpretación de las propiedades estadísticas del modelo es corrigiendo por autocorrelación y heterocedasticidad (Pompa *et*

$$a_1 = (1 - p_1) \frac{(\beta_2 - \beta_1)k}{\beta_1 \beta_2}$$

$$\beta = \beta_1^{1-l_1} \beta_2^{l_1}$$

$$r_0 = \left(1 - \frac{hb}{H}\right)^{\frac{k}{\beta_2}}$$

$$r_1 = (1 - p_1) \frac{k}{\beta_1}$$

where $l_i = 1$ if $p_i \leq q$; on the contrary 0

$$c_1 = \left(\frac{\alpha_0 D n^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1 (r_0 - r_1) + \beta_2 \alpha_1 r_1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Rewriting the α_i and β_i parameters, in order to differentiate regions, we have:

Cuadro 6. Estimación de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste del modelo compatible ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000) para un punto de inflexión, mediante variables indicadoras para las bases de Zacualtipán, Hidalgo (Bosque Manejado), y Zacualpan, Veracruz (Plantaciones Forestales Comerciales); diferenciando entre parámetros de volumen total y forma de los segmentos.

Table 6. Estimation of parameters and statistical goodness of fit of the model compatible taper-volume of Fang *et al.* (2000) with a single inflection point, using indicator variables for the databases of Zacualtipán, Hidalgo (managed forest), and Zacualpan, Veracruz (commercial forest plantations); differentiating between parameters of total volume and shape of the segments.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox. Pr > t	Estadísticos del ajuste		Ecu.
						REMC	R ² adj	
Fang <i>et al.</i> (2000)	α_{02}	0.00002	7.89x10 ⁻⁷	25.63	<0.0001			
	α_{03}	0.00003	5.28x10 ⁻⁶	5.03	<0.0001			
	α_{12}	1.67389	0.0077	217.4	<0.0001			
	α_{22}	1.35911	0.0175	77.49	<0.0001	0.076	0.982	va
	α_{23}	-0.20457	0.0402	-5.08	<0.0001	1.838	0.973	di
	β_{12}	7.87E-06	1.11x10 ⁻⁷	70.65	<0.0001			
	β_{13}	5.76E-06	5.53x10 ⁻⁷	10.42	<0.0001			
	β_{22}	0.00004	1.51x10 ⁻⁷	259.9	<0.0001			
	β_{23}	-0.00001	3.52x10 ⁻⁷	31.38	<0.0001			
	p_{12}	0.08489	0.00148	57.48	<0.0001			

REMC: raíz del error cuadrático; R²adj: coeficiente de determinación ajustado; va: volumen comercial; di: ahusamiento ♦ REMC: root of the quadratic error; R²adj: adjusted coefficient of determination; va: merchantable volume; di: taper.

Cuadro 7. Estimación de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste de los modelos compatibles ahusamiento-volumen que ajustan sólo un punto de inflexión para los datos de las regiones de Zacualtipán, Hidalgo (Bosque Manejado), y Zacualpan, Veracruz (Plantaciones Comerciales Forestales).

Table 7. Estimation of parameters and statistical goodness of fit of the compatible taper-volume models that fit only a turning point for data from the regions of Zacualtipán, Hidalgo (managed forest), and Zacualpan, Veracruz (commercial forest plantations).

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Aprox Pr > t	Estadísticos del ajuste		Ecu
						RMSE	R ² adj	
Zhang <i>et al.</i> (2002)	b ₁	0.06631	0.00064	103.3	<0.0001	2.388	0.9539	di
	b ₂	0.18591	0.00109	170.3	<0.0001			
	p	0.1199	0.00232	51.7	<0.0001			
Parresol <i>et al.</i> (1987)	b ₁	3.26561	0.0552	59.18	<0.0001	2.556	0.9472	di
	b ₂	-3.07906	0.0889	-34.65	<0.0001			
	b ₃	-161.89000	33.1686	-4.88	<0.0001			
	b ₄	72.50700	12.7655	5.68	<0.0001			
	p ₁	0.74425	411359	0	1			

REMC: raíz del error medio cuadrático; R²adj: coeficiente de determinación; di: ahusamiento ♦ REMC: root of the mean square error. R²adj: coefficient of determination; di: taper.

al., 2009). En nuestro estudio se decidió realizar tales correcciones, y se encontró que el ajuste de los parámetros con presencia de autocorrelación de manera práctica no difiere grandemente respecto a la predicción del ahusamiento y el volumen comercial. Diéguez *et al.* (2006) corrigen este problema con el uso de una estructura autoregresiva de segundo orden, y muestran que los valores absolutos de los parámetros no difieren de manera notable al ajuste sin corrección por autocorrelación. A pesar de lo anterior, se intentó corregir el modelo de Fang *et al.* (2000) en un segundo orden, pero se perdió ajuste. El modelo de Zhang *et al.* (2002) también perdió ajuste al intentar corregir la autocorrelación y sólo se corrigió la heterocedasticidad, sin mayor relevancia en los valores del ajuste.

Con base en los resultados discutidos, el modelo de Parresol *et al.* (1987) no ajustó significativamente a los datos, por lo cual se descartó de análisis posteriores. El sistema segmentado de Fang *et al.* (2000) tiene una importante ventaja comparativa con respecto al sistema de Zhang *et al.* (2002): es consistente en la estimación de volumen comercial y ahusamiento a lo largo del fuste de cada árbol, además de presentar alta significancia en los valores estimados. Además, es un modelo más flexible comparado con el de Zhang *et al.* (2002). Aunque los modelos de Fang *et al.* (2000)

$$\alpha_i = \alpha_i + \alpha_z T$$

$$\beta_i = \beta_i + \beta_z T$$

where T is an indicator variable equal to 1 for the PFC base, and 0 otherwise.

The fitting of the model of Fang *et al.* (2000) with a single inflection point is presented in Table 6. Only those parameters that were statistically different from zero are shown.

From the models that explicitly a single inflection point, as the model of Zhang *et al.* (2002) (Table 7) it is shown that the inflection point occurs at nearly the same height (8.48 % *vs.* 11.98 %). For the model of Parresol *et al.* (1987) a proper data adjustment was not achieved nor a simultaneous adjustment for both taper-volume models.

One way to improve the interpretation of the statistical properties of the model is correcting for autocorrelation and heteroskedasticity (Pompa *et al.*, 2009). In our study we decided to make such corrections, and found that fitting the parameters in the presence of autocorrelation, in practice do not greatly affect the prediction of the taper and

y Zhang *et al.* (2002) ajustaron bien a los datos, el modelo de Fang *et al.* (2000) ajustó mejor porque los datos de las PFC son de edades pequeñas y, por tanto, no muestran todo su potencial de crecimiento; además este modelo permite analizar los tipos dendrométricos. Lo anterior sugiere que para llegar a resultados más concluyentes es necesario actualizar la base de datos obtenida y se debe incluir árboles de mayor edad y talla.

CONCLUSIONES

Los modelos de Fang *et al.* (2000) y Zhang *et al.* (2002) se ajustaron a los datos con alta significancia estadística; esto sugiere su uso para estimar el ahusamiento y volumen de árboles de pino patula en las tres condiciones de bosque analizadas. En promedio, a 10 % de la altura total del árbol ocurre el punto de inflexión. El modelo de Fang *et al.* (2000) es un modelo más flexible y se puede analizar uno o dos puntos de inflexión, además de los tipos dendrométricos y comprobar la hipótesis de Zhang *et al.* (2002) de que para rodales manejados intensamente bastará estimar un solo punto de inflexión. Con el modelo de Fang *et al.* (2000) se comprobó que el primer punto de inflexión es casi imperceptible porque se da prácticamente al nivel del tocón.

La ubicación del punto de inflexión sobre el fuste es importante, ya que varía de rodales intensamente cultivados a bosques sin manejo. Además de que los puntos de inflexión están relacionados con la calidad de madera a obtener (trozas de primera calidad, mejor pagadas) y esta a su vez con la silvicultura; ya que si se controla la densidad, se realizan podas y se llevan a cabo aclareos, el producto final será un árbol más cilíndrico con mayor volumen.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Gildardo Cruz de León profesor titular de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera (FITECMA) de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por su participación en la revisión y evaluación del presente trabajo. Se agradece a los miembros de la Cooperativa Integradora Forestal de Zacualpan, Veracruz (CIFZA), por haber hecho posible el llevar a cabo este estudio y por las atenciones prestadas durante estos años (2010-2013). Al Fideicomiso revocable de Administración e Inversión No. 167304 para el establecimiento y operación de los fondos para la investigación científica y desarrollo tecnológico

merchantable volume. Diéguez *et al.* (2006) corrected this problem by using a second order autoregressive structure, and show that the absolute values of the parameters do not markedly differ to the fitting without correction by autocorrelation. Despite the above, we attempted to correct the model by Fang *et al.* (2000) in a second order, but the fitting was not achieved. The Zhang *et al.* (2002) model also misfit when we try to correct the autocorrelation and only the heteroskedasticity was corrected, without much relevance in the values of the total fitting.

On the basis of the discussed results, the model of Parresol *et al.* (1987) did not significantly fitted to the data, and was therefore ruled out for further analysis. The segmented system of Fang *et al.* (2000) has an important comparative advantage respect to the system of Zhang *et al.* (2002): it is consistent with the estimate of the merchantable volume and taper along the bole of each tree, in addition to presenting high significance in the estimated values. In addition, it is a more flexible model compared with that of Zhang *et al.* (2002). Although the models of Fang *et al.* (2000) and Zhang *et al.* (2002) properly fit to the data, the model of Fang *et al.* (2000) fitted better because the data of the PFC are from young age and therefore, do not show all their growth potential; additionally, this model allows to analyze the dendrometric types. The foregoing suggests that in order to reach more conclusive results it is necessary to update the obtained database and must include trees of greater age and height.

CONCLUSIONS

The models from Fang *et al.* (2000) and Zhang *et al.* (2002) were fitted to the data with high statistical significance; this suggests its use for estimating the taper and volume of Patula pine trees in the three analyzed forest conditions. On average, 10 % of the total height of the tree occurs at the inflection point. The model of Fang *et al.* (2000) is a more flexible model and one or two inflection points can be analyzed, in addition to the dendrometric types and testing the Zhang *et al.* (2002) model hypothesis that for intensively managed stands a single inflection point estimate is sufficient. With the model of Fang *et al.* (2000) we also found that the first point of inflection is almost undetectable because it occurs at the stump level.

del centro público de investigación del Colegio de Postgraduados, por los recursos aportados para la realización de este trabajo, y al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACyT), por haber financiado mis estudios del doctorado.

LITERATURA CITADA

- Bailey, R. L. 1995. Upper-stem volumes from stem-analysis data: An overlapping bolts method. *Can. J. For. Res.* 25: 170-173.
- Borders, B. E. 1989. Systems of equations in forest stand modeling. *For. Sci* 35: 548-556.
- Castedo, F. y G. Álvarez J. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don, en Galicia basado, en una función de perfil del tronco. *Invest. Agrar.: Recur. For.* 9: 253- 268.
- Comisión Forestal Nacional (CONAFOR). 2007. Estudio regional forestal para el fortalecimiento de las unidades de manejo forestal en la sierra norte de Oaxaca. Fondo CONAFOR-CONACyT, proyecto No. 41808. Conv. 2006-II.
- Corral-Rivas, J. J., M. Barrio A., A. O. Aguirre C., and U. Diéguez A. 2007. Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry* 80: 29-40.
- Cruz-Cobos, F., H. M. De los Santos P., y J. R. Valdez L. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42: 473-485.
- Cruz-Leyva, I. A., J. R. Valdez L., G. Ángeles P. y H. M. de los Santos P. 2010. Modelación espacial de área basal y volumen de madera en bosques manejados de *Pinus patula* y *P. teocote* en el ejido Atopixco, Hidalgo. *Madera y Bosques* 16: 75-97.
- Diéguez A, U., F. Castedo D., J. G. Álvarez G., y Rojo A. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Can. J. For. Res.* 36: 1190-1205.
- Diéguez A., U., M. Barrio A., F. Castedo D., y M. Balboa M. 2003. Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Agrar.: Recur. For.* 12: 131-139.
- Fang, Z., B. E. Bordes, and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for Loblolly and Slash Pine Based on a System with Segmented-Stem Form Factors. *For. Sci.* 46: 1-12.
- Finegan, B., M. Camacho y N. Zamora. 1999. Diameter increment patterns among 106 tree species in a logged and silviculturally-treated Costa Rica rain forest. *For. Ecol. Manage.* 121: 159-176.
- Gujarati, N. D. 2004. *Econometría*. 4a. ed. McGraw-Hill Interamericana. México. 972 p.
- Harold, D., y J. Hocker. 1984. *Introducción a la Biología Forestal*. F. A. Bellomo L. (trad). México, D. F. 446 p.

The location of the inflection point on the bole is important, as it varies from intensively cultivated stands to forests without management. In addition, the inflection points are related to the quality of wood to be obtained (first quality logs, better-paid) and this with the forestry management; because, if the density is controlled, pruning and thinning are carried out, the final product will be a more cylindrical bole with greater usable volume.

—End of the English version—



- Hernández P, D., H. M. de los Santos P., G. Ángeles P. y J. R. Valdez L. 2013. Funciones de Ahusamiento y Volumen Comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Rev. Mex. Cien. For.* 4 (16): 34-45.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). 2009. *Prontuario de información geográfica municipal de los Estados Unidos Mexicanos*. Zacualpan, Veracruz de Ignacio de la Llave. Clave geoestadística 30198. 9 p.
- Kurinobu, S., P. Daryono., N. Mohanmad, and K. Matsune. 2007. A stem taper equation compatible to volume equation for *Paraserianthes falcata* in Pare, East Java, Indonesia: its implications for the plantation management. *J. For. Res.* 12: 473-478.
- Larsen, J. B. 1995. Ecological stability of forests and sustainable silviculture. *For. Ecol. Manage.* 73: 57-96.
- Parresol, B. R., J. E. Hotvedt, and Q. V. Cao. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Can. J. For. Res.* 17: 250-259.
- Pompa G., M., J. J. Corral R., M. A. Díaz V. y M. Martínez S. 2009. Función de ahusamiento y volumen compatible para *Pinus arizonica* Engelm. en el suroeste de Chihuahua. *Rev. Cien. For. Méx.* 34: 119-136.
- Statistical Analysis Systems (SAS). 2008. *SAS/STAT® 9.2 User's Guide*. SAS Institute Inc. Raleigh, NC. USA. s/p.
- Torres R., J. M. y O. S. Magaña T. 2001. *Evaluación de plantaciones forestales*. Ed. Limusa. México, D. F. México. 472 p.
- Zhang, Y., B. E. Borders, and R. L. Bailey. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *For.Sci.* 48: 595-607.